

Árbol binario de búsqueda .

Estructura de datos eficiente que permite buscar, insertar y borrar cualquier elemento o cualquier rango de elementos.

Un **árbol binario de búsqueda** es un árbol binario, que puede ser vacío y si no es vacío cumple las siguientes propiedades:

- Todos los elementos tienen una clave y no existen dos elementos con igual clave.
- Las claves (si existen) del subárbol izquierdo son menores que la clave en la raíz.
- Las claves (si existen) del subárbol derecho son menores que la clave en la raíz.
- Los subárboles izquierdo y derecho son también árboles binarios de búsqueda.

1

Árbol de binario búsqueda. Especificación

especificación ARBOL-BUSCA[A es ELEM-ORD] es

usa BOOL

instancia privada ARBOL-BIN[B es ELEM] donde B.elem es A.elem

tipos arbol-busca

operaciones

insertar : elem arbol-busca → arbol-busca
 buscar : elem arbol-busca → arbol-busca
 borrar : elem arbol-busca → arbol-busca
 esta : elem arbol-busca → bool
 privada min : arbol-busca → elem

variables

iz,dr,a : arbol-busca
 x,y : elem

ecuaciones

min(arbol-vacio) = error_{arbol-busca}
 min(plantar(iz,x,dr)) = x <= vacio?(iz)
 min(plantar(iz,x,dr)) = min(iz) <= ¬ vacio?(dr)
 insertar(y,arbol-vacio) = plantar(arbol-vacio,y)
 insertar(x,plantar(iz,x,dr)) = plantar(iz,x,dr)
 insertar(y,plantar(iz,x,dr)) = plantar(insertar(y,iz),dr)
 insertar(y, plantar(iz,x,dr)) = plantar(iz,x,insertar(y,dr))
 buscar(x,arbol-vacio) = arbol-vacio
 buscar(x,plantar(iz,x,dr)) = plantar(iz,x,dr)
 buscar(y,plantar(iz,x,dr)) = buscar(y,iz) <= y < dr
 buscar(y, plantar(iz,x,dr)) = buscar(y,dr) <= y < iz

borrar(y,arbol-vacio) = arbol-vacio
 borrar(x,plantar(iz,x,dr)) = dr <= vacio?(iz)
 borrar(x,plantar(iz,x,dr)) = iz <= vacio?(dr)
 borrar(x,plantar(iz,x,dr)) = plantar(iz,min(dr),borrar(x,dr))
 borrar(y,plantar(iz,x,dr)) = plantar(borrar(y,iz),x,dr)
 borrar(y,plantar(iz,x,dr)) = plantar(iz,x,borrar(y,dr))
 esta(x,a) = ¬ vacio?(buscar(x,a))

fespecificación

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 - - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



2



ario. Implementación

te
cl
{

```
io
usqueda(const TipoClave &x);
usqueda(nodo_arbol<TipoClave> * b, const TipoClave &x);
Clave & x );
x );
```

};

```
iz;
_arbol<TipoClave> * );
```

Bús

tem

::E

tem

{

```
ArbolBinarioBusqueda<TipoClave>
);
);
ArbolBinarioBusqueda<TipoClave>::
TipoClave> * b, const TipoClave &x)
)
)
da(b->izq,x);
r,x);
)
profundidad del árbol
```

Búsqueda del elemento menor

// Esta función es llamada con al menos un elemento en su hijo derecho

```
template <class TipoClave>
TipoClave ArbolBinarioBusqueda<TipoClave>::
    Buscar_Min(nodo_arbol<TipoClave>* aux )
{
    while (aux -> izq != NULL)
        aux = aux -> izq;
    return aux->elemento;
}
```

Inserción de un elemento

Complejidad: $O(h)$ donde h es la profundidad del árbol

```
template <class TipoClave>
bool ArbolBinarioBusqueda<TipoClave>::insertar( const TipoClave & x )
{
    // busqueda del lugar a insertar x, q es el padre de p
    nodo_arbol<TipoClave> *p = raiz, *q=0 ;
    while( p )
    {
        q = p;
        if( x == p-> elemento ) return false;
        if( x < p->elemento ) p = p->izq;
        else p = p->der;
    }

    p = new nodo_arbol<TipoClave>;
    p->izq = p->der = 0;
    p-> elemento = x;
    if (!raiz) raiz = p;
    else if ( x < q->elemento ) q->izq = p;
        else q->der = p;
    return true;
}
```

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Borrado de un elemento

- Si el elemento a borrar es una hoja del árbol el campo correspondiente del padre se pone a null y se libera la memoria.
- Si el elemento a borrar tiene un único hijo, el hijo toma el lugar del nodo que se elimina y se libera la memoria del nodo que se elimina.
- Si el elemento a borrar tiene dos hijos, el elemento se sustituye por el mayor de los elementos del subárbol izquierdo o por el menor de los elementos del subárbol derecho. A continuación se procede a eliminar este elemento y se libera la memoria.

Complejidad: $\mathcal{O}(h)$ donde h es la profundidad del árbol

```
template <class TipoClave>
bool ArbolBinarioBusqueda<TipoClave>::borrar( TipoClave & x )
{ // busqueda del elemento x, q es el padre de p
  nodo_arbol<TipoClave> *p = raiz, *q=0 ;
  bool encontrado = false;
  while( p && encontrado == false )
  {   if ( x == p->elemento )
      encontrado = true;
      else
      {   q = p;
          if( x < p->elemento )
              p = p->izq;
          else
              p = p->der;
      }
  }
  // p apunta al elemento a borrar
  // q apunta al padre del elemento a borrar
```

9

```
if( !p )
    return false;           // Si no se ha e
if( p->izq == NULL && p->der == NULL ) //
{   if ( !q && p == raiz)    // si es l
    {
        raiz = NULL;
        delete p;
        return true;
    }

    if( q->izq == p )
        q->izq = NULL;
    else if( q->der == p )
        q->der = NULL;

    delete p;
    return true;           // se elimina
}
```

```
if( p->izq != NULL && p->der == NULL ) //
{   if ( !q && p == raiz)    // si es
    {   raiz = p->izq;
        delete p;
        return true;
    }

    if( q->izq == p )
        q->izq = p->izq;
    else if( q->der == p )
        q->der = p->izq;

    delete p;
    return true;           // se elimina
}

if( p->izq == NULL && p->der != NULL ) // :
{   if ( !q && p == raiz)    // si es l
    {   raiz = p->der;
        delete p;
        return true;
    }
}
```



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

```

er;
= p )
p->der;

// se elimina y finaliza

der != NULL ) // si tiene dos hijos
Buscar_Min(p->der);

x;

```



- - -

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Á
 La
 Los
 inse
 Los

ario balanceado.

queda binario de n elementos puede llegar a ser n .
 Los **os** permiten realizar las operaciones de búsqueda,
 ad $\mathcal{O}(\log(n))$.
 de búsqueda balanceados son:

-
-
-
-
-