

EXAMEN TDS SEPT 08 - PROBLEMAS

PROBLEMA 3 (1)

- a) La mayor dificultad de este problema radica en darse cuenta de que el sistema que eleva la señal de entrada al cuadrado es un sistema invariante con el tiempo pero NO LINEAL. Las relaciones espectrales entre entrada y salida no vienen definidas por una respuesta en frecuencia, pero podemos obtenerlas por la propiedad de modulación de la FT (caso continuo) y DTFT (caso discreto).

En el caso discreto la propiedad de modulación es:

$$\left. \begin{array}{l} x[n] \xleftrightarrow{\text{DTFT}} X(e^{j\omega}) \\ y[n] \xleftrightarrow{\text{DTFT}} Y(e^{j\omega}) \end{array} \right\} \Rightarrow x[n] \cdot y[n] \xleftrightarrow{\text{DTFT}} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\theta}) Y(e^{j(\omega-\theta)}) d\theta$$

Es decir, si las señales se multiplican en el tiempo los espectros sufren una especie de convolución (pero con la integral limitada sólo entre $-\pi$ y π)

En el caso continuo

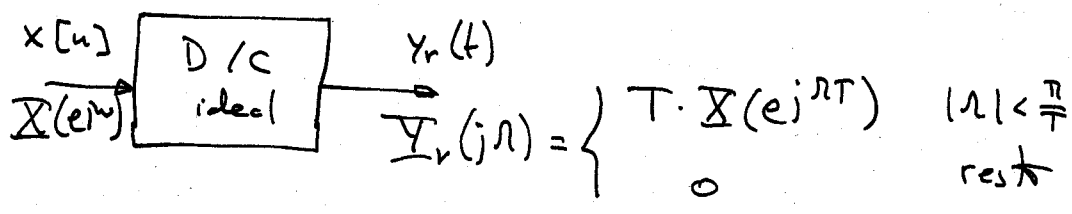
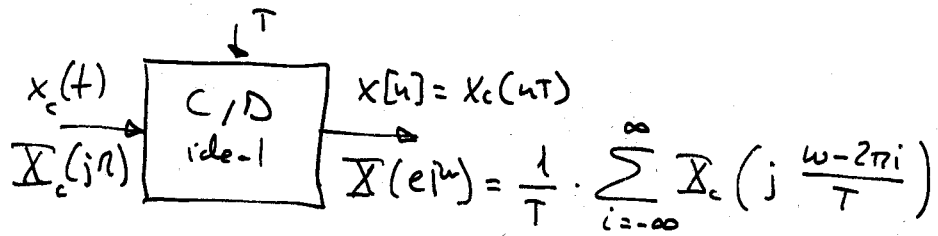
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

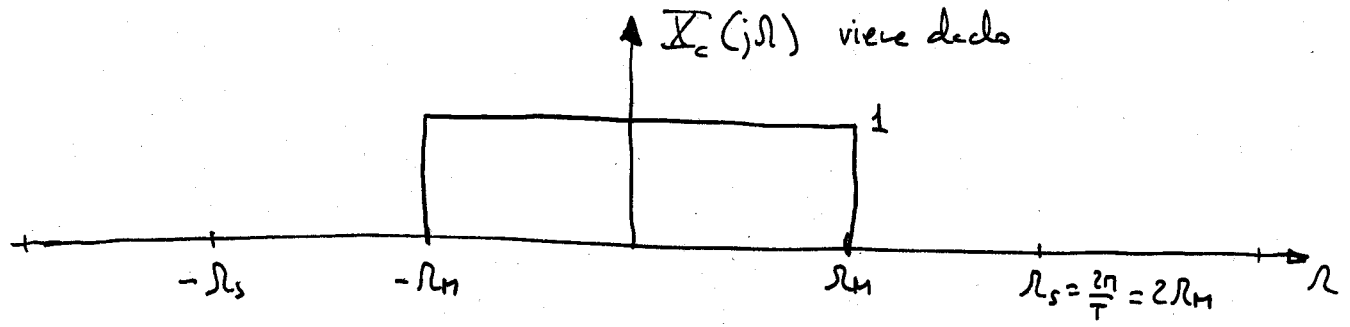
Cartagena99

PROBLEMA 3 (2)

Apante de la propiedad de modulación debemos conocer las relaciones espectrales entre entrada y salida en los módulos C/D y D/C ideales.



Con todo esto pasamos a analizar los espectros de las señales del sistema 1.



Tras pasar por el C/D ideal obtenemos $x[n]$ y $X(e^{j\omega})$

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{T} \sum_{i=-\infty}^{\infty} X_c(j \frac{\omega - 2\pi i}{T})$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

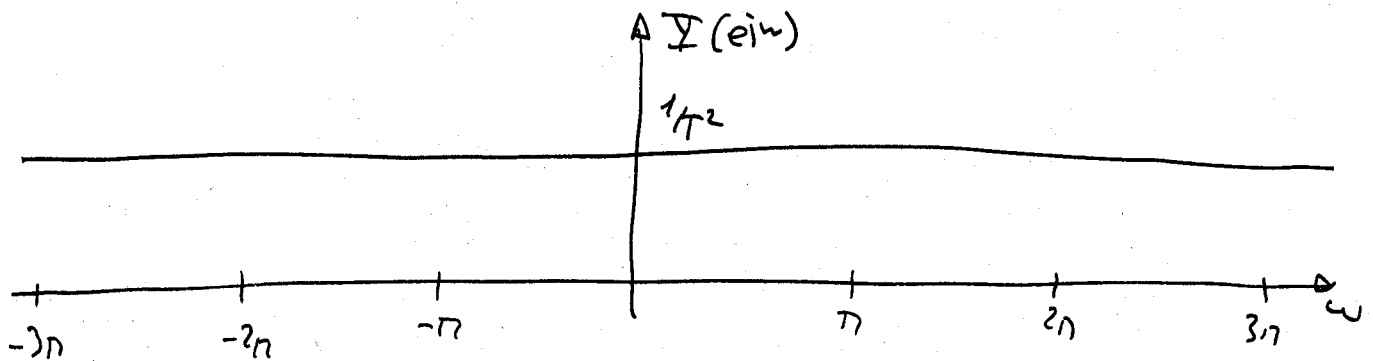
$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{T}$ resulta ser una constante para todo ω

PROBLEMA 3 (3)

Para calcular la salida del modelo que eleva al cuadrado, $y[n]$ aplicamos la propiedad de modulación:

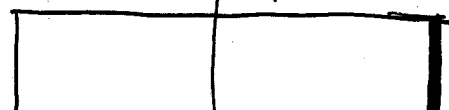
$$\begin{aligned} (x[n])^2 &= x[n] \cdot x[n] \xrightarrow{\text{DTFT}} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\theta}) Y(e^{j(\omega-\theta)}) d\theta = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{T} \cdot \frac{1}{T} d\theta = \frac{1}{2\pi} \cdot 2\pi \cdot \frac{1}{T^2} = \\ &= \frac{1}{T^2} \end{aligned}$$

Con lo cual $Y(e^{j\omega}) = \frac{1}{T^2}$ es también constante en todo ω .



Finalmente, la señal $y_c(t)$ tiene un aspecto

$$Y_c(j\Omega) = \begin{cases} T \cdot Y(e^{j\Omega T}) & |\Omega| < \frac{\pi}{T} = \frac{\Omega_s}{2} \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

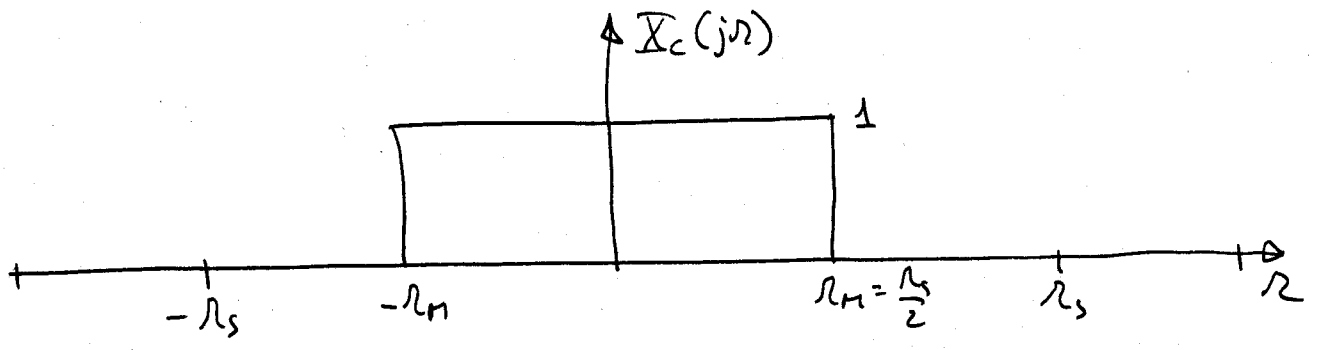
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

PROBLEMA 3 (4)

Pasemos ahora a analizar el sistema 2.

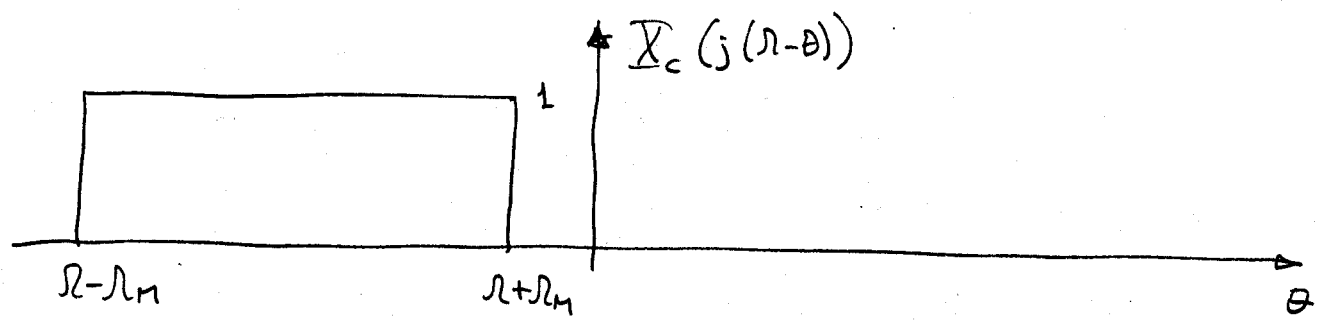
En este sistema la entrada $x_c(t)$ es idéntica



A esta entrada se le aplica directamente el módulo π e eleva al cuadrado, así que lo primero que hay que aplicar es la propiedad de modulación

$$s_c(t) = x_c(t) \cdot x_c(t) \xrightarrow{FT} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X_c(j\theta) X_c(j(\omega - \theta)) d\theta = S_c(j\omega)$$

Debemos $X_c(j(\omega - \theta))$ para analizar cómo será la combinación en función de ω .

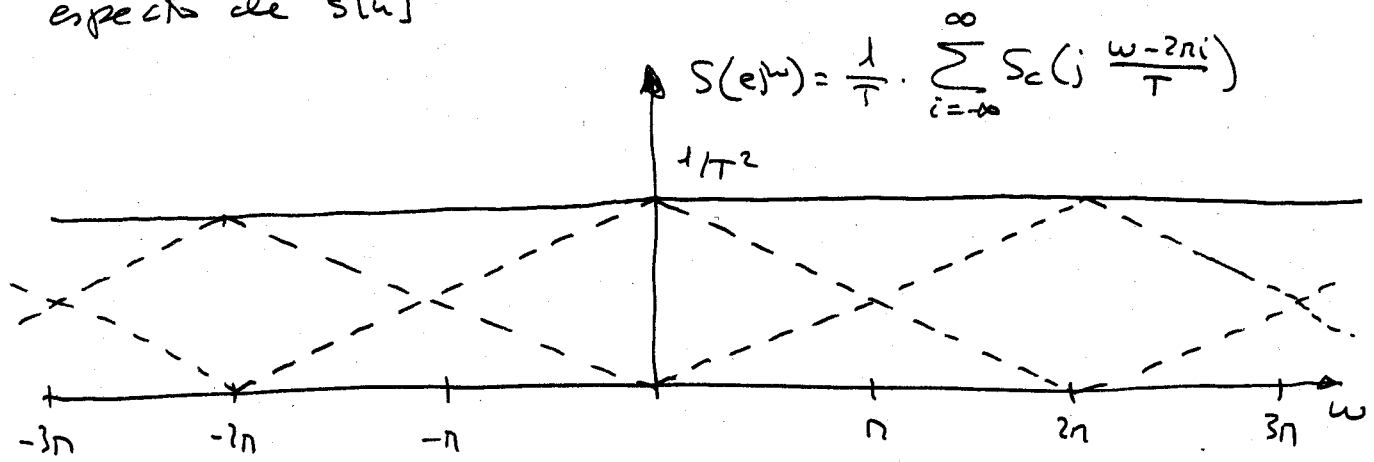


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

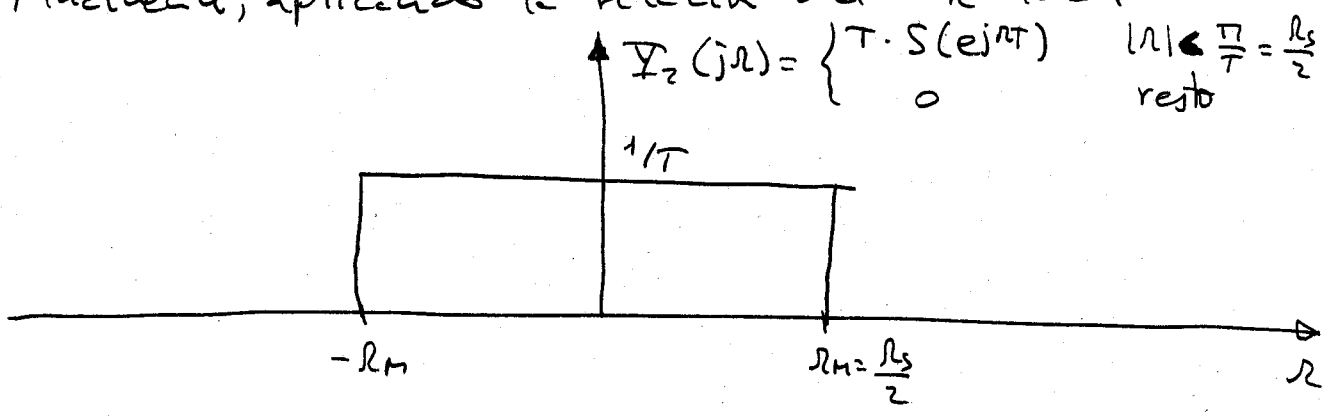
PROBLEMA 3 (5)

Ahora aplicamos la relación del CID ideal para encontrar el espectro de $s[n]$



El aliasing que se produce es tal que el resultado es una constante: $S(e^{j\omega}) = \frac{1}{T^2}$ para todo ω .

Finalmente, aplicando la relación del D/C ideal



Con lo cual tenemos que la relación entre $x_2(t)$ y $x_c(t)$ es

$x_c(t) = 1 \cdot x_2(t)$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70