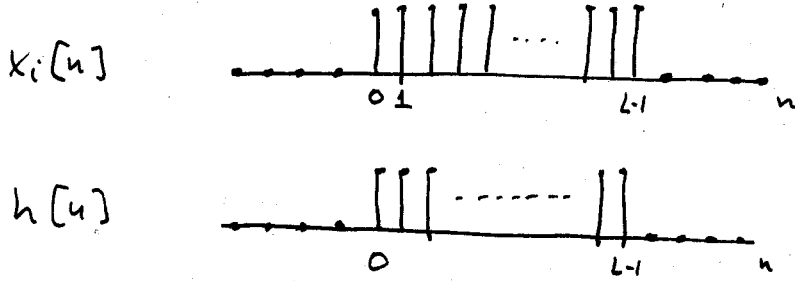


EXAMEN TDS SEPT 08 - PROBLEMAS

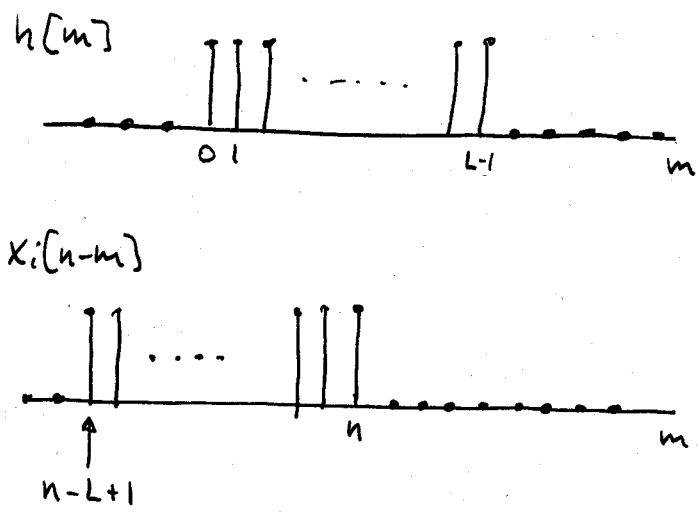
PROBLEMA 1 (1)



a) Aplicando la fórmula de la convolución lineal directamente

$$x_i[n] * h[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h[m] \cdot x_i[n-m]$$

Dibujamos $h[m]$ y $x_i[n-m]$ en función de m para comprobar en cuantas muestras se solapan en función de n .



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

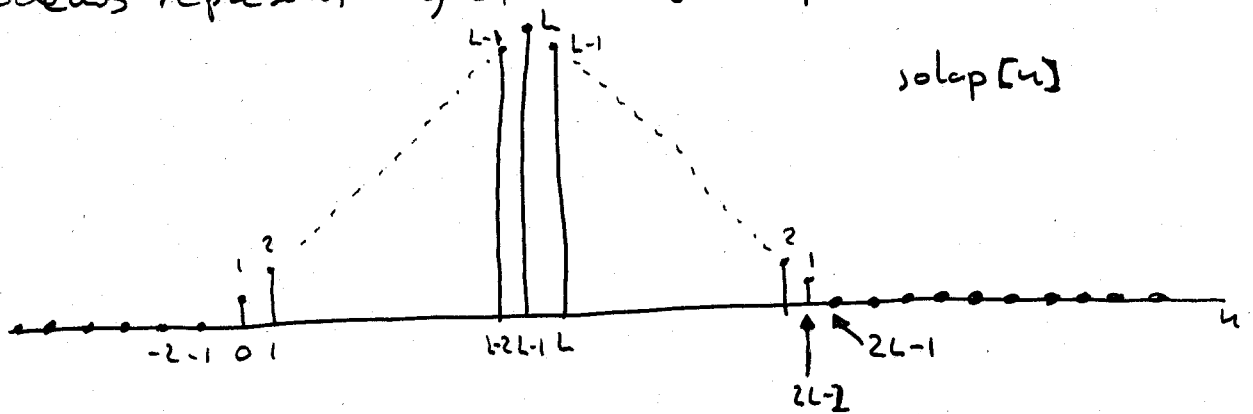
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

PROBLEMA 1 (2)

Si llamamos $solap[n]$ al número de muestras en que se solapan $h[n]$ y $x_i[n-n]$ podemos ver que:

$$solap[n] = \begin{cases} 0 & \text{si } n < 0 \\ n+1 & \text{si } 0 \leq n \leq L-1 \\ L - (n-L+1) = 2L-1-n & \text{si } L-1 < n \leq 2L-2 \\ 0 & \text{si } n > 2L-2 \end{cases}$$

Podemos representar gráficamente $solap[n]$



Para calcular $x_i[n] * h[n]$ para todos los valores de n necesitamos

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} solap[n]$$

multiplicaciones reales.

... puede calcular de forma muy sencilla

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

(n=0)

se necesitan 2 multiplicaciones reales

PROBLEMA 1 (3)

Realización del sistema empleando DFTs de N puntos implementadas con FFT.

- Coste computacional FFT directa e inversa de N pts: $2N \log_2 N$ multiplicaciones reales.
- La DFT $\{h(n)\} = H[k]$ está precalculada.

b) Aplicando el mecanismo de solapamiento y almacenamiento con DFTs de $N=L$ puntos.

En el mecanismo de solapamiento y almacenamiento empleamos DFTs con la misma longitud que el bloque de la señal. Esto tiene el problema de que, al ser la convolución lineal más larga que el número de puntos de la DFT, la convolución circular que se usa a obtener va a sufrir solapamiento en el tiempo y solo algunas muestras coincidirán con la lineal.

En nuestro caso:

$h(n)$ es no nula entre 0 y $L-1$

$x_i(n)$ es no nula entre 0 y $L-1$

Al hacer la convolución (circular) entre estos dos se obtiene la señal empleando la DFT

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

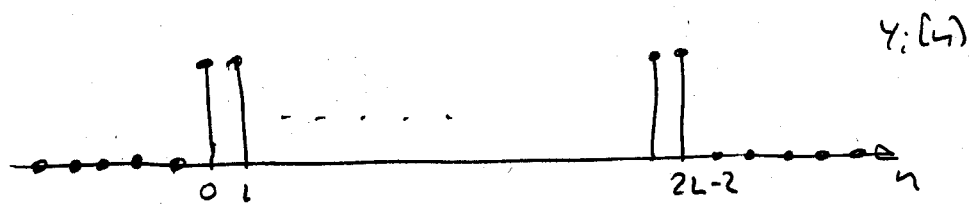
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

PROBLEMA 1 (4)

Podemos interpretar que la convolución circular es la convolución lineal con solapamientos en el tiempo, por lo que si denominamos

$$y_i[n] = x_i[n] * h[n]$$

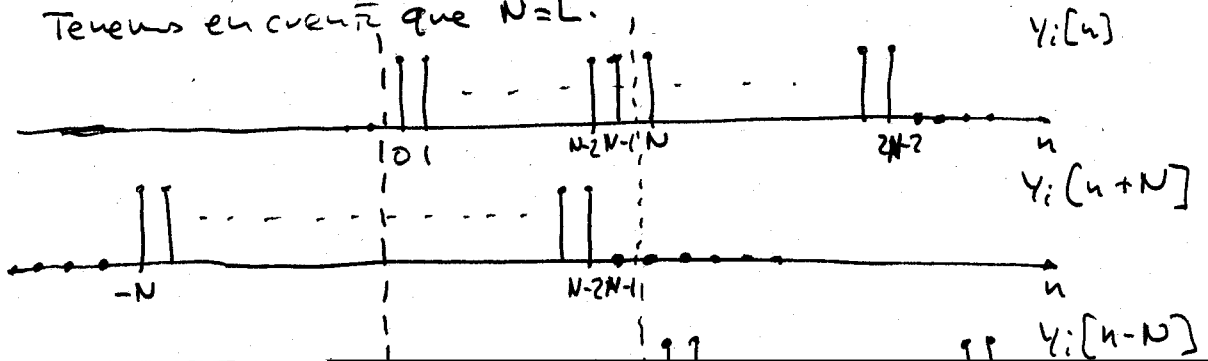
que sabemos que toma valores no nulos entre 0 y $2L-2$



La convolución circular la podemos representar como

$$x_i[n] \otimes h[n] = \begin{cases} \sum_{r=-\infty}^{\infty} y_i[n-rN] & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

Representando el sumatorio podemos ver que muestras de la convolución circular coinciden con la lineal. Tenemos en cuenta que $N=L$.



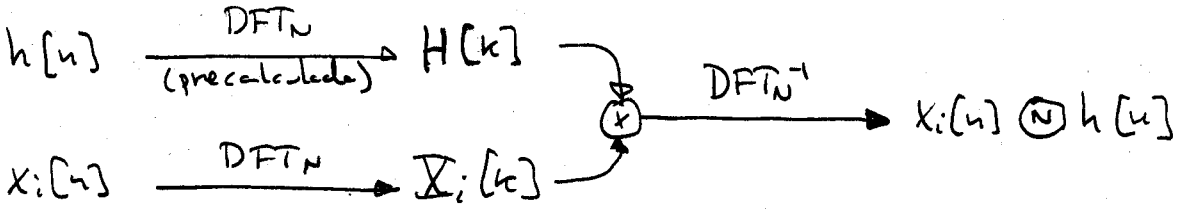
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

coincide con el valor de la convolución lineal.

PROBLEMA 1 (5)

(c) Aplicando el mecanismo de solapamiento y suma con DFTs de longitud $N=2L$



Como la convolución circular se hace con un número de puntos $N=2L$ superior a la longitud de la convolución lineal, $2L-1$, no va a haber solapamiento en el tiempo y la convolución circular va a coincidir con la lineal entre 0 y $2L-1=N-1$.

De hecho, incluso tomando $N=2L-1$ se evitaría el solapamiento en el tiempo.

El número de operaciones necesarias para realizar la convolución circular de este modo será la suma de:

- El número de operaciones para $x_i[n] \xrightarrow{DFT_N} X_i[k]$, que nos dicen que es: $2N \log_2 N = 4L \log_2 (2L)$ multiplicaciones reales.
- El número de multiplicaciones reales para multiplicar $H[k]$ y $X_i[k]$. Teniendo en cuenta



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$H[k]$ por ser $x_i[n]$ y $h[n]$ reales, pero no lo

PROBLEMA 1 (6)

- El número de operaciones para $X_1[k] \cdot H[k] \xrightarrow{\text{DFT}_N^{-1}} x_1[n] \otimes h[n]$ que nos dicen que es $2N \log_2 N = 4L \log_2(2L)$ multiplicaciones reales.

Con todo esto el número de operaciones reales necesarias para calcular la convolución circular (que coincide con la lineal) en el método de desplazamiento y suma es:

$$\begin{aligned} 4L \log_2(2L) + 8L + 4L \log_2(2L) &= 8L(1 + \log_2(2L)) \\ &= 8L(1 + \log_2^2 + \log_2 L) = 8L(2 + \log_2 L) \end{aligned}$$

Particularizando para $L = 1024 \Rightarrow \log_2 L = 10$, el número de operaciones (multiplicaciones reales) necesarias es:

$$8 \cdot 1024 (2 + 10) = 8 \cdot 1024 \cdot 12 = 98304.$$

En el caso de calcular la convolución lineal directamente necesitábamos L^2 multiplicaciones reales, lo que en el caso de $L = 1024$ da un total de

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Costo del requerido por el cálculo...