

Lógica y Estructuras Discretas  
Código de la asignatura: 71901037  
Duración: 2 horas

Septiembre 2011  
**Tipo de examen: B**  
**Material Permitido: Ninguno**

**Instrucciones:** Responda al test en la plantilla impresa que se le facilita. Si responde al desarrollo, hágalo en una hoja aparte (con su nombre escrito). *Entregue sólo las respuestas del test y la hoja de desarrollo (si la ha respondido), no las hojas del enunciado.* Si considera que hay erratas, indíquelas en una hoja aparte y entréguela. Todas las hojas entregadas deberán ser escaneadas.

**Corrección del examen:** El examen consta de dos partes: (a) test, 9 puntos, (b) desarrollo, 1 punto. Test (18 preguntas): correcta, +0'5; incorrecta, -0'25; en blanco, -0. El desarrollo *se corregirá sólo si se han obtenido al menos 7'5 puntos de los 9 del test.*

## Datos

### *Datos de lógica proposicional y de predicados*

$X_1 : (p \vee q) \rightarrow (r \wedge s \wedge (t \vee \neg o))$ $X_2 : (\neg r \wedge p) \vee \neg o$ $X_3 : p \rightarrow (q \wedge r)$ $X_4 : ((s \vee t) \rightarrow o) \wedge t$	
$Y_1 : (\forall y P y \vee \exists x Q x) \rightarrow \neg(\exists z R z)$ $Y_2 : \forall x P x \wedge \neg(\exists z Q z \vee \exists y \neg R y)$ $Y_3 : \exists x R x \leftrightarrow \forall y \neg Q y$ $Y_4 : \neg \forall w R w \vee (\forall x P x \wedge \forall y Q y)$	$I^X$ : dominio $U = \{0, 1\}$ , con $R = \{1\}$ , $Q = \{0, 1\}$ , $P = \emptyset$

## Test

1. Es equivalente a  $X_3$ :

a)  $(\neg q \vee \neg r) \rightarrow \neg p$

b)  $p \vee (q \wedge r)$

c)  $\neg p \rightarrow \neg(q \wedge r)$

2. No es consecuencia correcta:

a)  $X_1, X_2 \models \neg X_4$

b)  $X_2, X_4 \models \neg X_3$

c)  $X_1, X_2 \models \neg X_3$

3. Señale el conjunto satisfacible:

a)  $\{X_1, X_2, X_4\}$

b)  $\{X_1, X_2, X_3, X_4\}$

c)  $\{X_1, X_3, X_4\}$

4. Sean  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  y  $\psi$  cualesquiera tres fórmulas de lógica proposicional. Si  $\neg(\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \psi)$  es tautología, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

a)  $\{\varphi_1, \varphi_2\} \models \psi$

b)  $\{\varphi_1, \psi\} \models \neg\varphi_2$

c)  $\neg((\varphi_1 \wedge \varphi_2) \rightarrow \psi)$  es insatisfacible

5. Sean  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  y  $\psi$  cualesquiera tres fórmulas de lógica proposicional. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

a)  $\{\varphi_1, \varphi_2\} \models \psi$  si y sólo si  $(\varphi_1 \wedge \varphi_2) \rightarrow \neg\psi$  es tautología

b)  $\{\varphi_1, \varphi_2\} \models \psi$  si y sólo si  $(\varphi_1 \wedge \varphi_2) \rightarrow \psi$  es tautología

c)  $\{\varphi_1, \varphi_2\} \models \psi$  si y sólo si  $(\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \psi)$  es insatisfacible

6. No es tautología:

a)  $Y_2 \wedge Y_3 \rightarrow \neg Y_4$

b)  $Y_1 \wedge Y_3 \rightarrow \neg Y_4$

c)  $Y_1 \wedge Y_3 \rightarrow \neg Y_2$

7. Es consecuencia:

a)  $Y_3, Y_4 \models \neg Y_4$

b)  $Y_1, Y_3 \models \neg Y_4$

c)  $Y_1, Y_4 \models \neg Y_2$

8. La interpretación  $I^Y$  no satisface:

a)  $\neg Y_2$

b)  $\neg Y_4$

c)  $\neg Y_3$

9. Sea  $P$  cualquier predicado diádico (de aridad 2) en lógica de primer orden. ¿Cuál de las siguientes fórmulas es equivalente a  $\neg \forall x \exists y Pxy$ ?

a)  $\exists x \exists y \neg Pxy$

b)  $\forall x \forall y \neg Pxy$

c)  $\exists x \neg \exists y Pxy$

10. Sean  $A$  el conjunto de los números enteros pares y sea  $B$  el conjunto de los números enteros que son múltiplos de 3. ¿Cuál de los siguientes conjuntos es subconjunto de  $A \times B$ ?

a) El conjunto de los números enteros múltiplos de 6

b) El conjunto  $\{(3, 2)\}$

c) El conjunto  $\{(2, 3)\}$

11. Sea  $A$  un conjunto finito cualquiera, y sea  $n = |A|$ . ¿Cuál es la cardinalidad del conjunto  $A^2$ ?

a)  $n$

b)  $n^2$

c)  $n^n$

12. ¿Es posible establecer una biyección entre el conjunto  $\mathbb{N}$  y el conjunto potencia de  $\mathbb{N}$ ?
- a) Sí.
  - b) No.
  - c) Dado que ambos conjuntos son infinitos, no tiene sentido hablar de establecer una biyección entre ambos.
13. ¿Cuál de las siguientes relaciones es una función parcial de  $X = \{a, b, c\}$  a  $Y = \{1, 2, 3\}$ ?
- a)  $\{(c, 1), (b, 1), (a, 1)\}$
  - b)  $\{(a, 1), (b, 2), (a, 3)\}$
  - c)  $\{(b, 1), (b, 2)\}$
14. ¿Cuál de las siguientes funciones es una sobreyección?
- a)  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) = n + 1$
  - b)  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, f(z) = z + 1$
  - c)  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, f(z) = z^2 + 1$
15. Sea  $d$  la distancia del nodo  $a$  al nodo  $b$  en un digrafo  $G$ . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta para cualesquiera nodos  $a$  y  $b$ ?
- a)  $d$  es un número primo.
  - b)  $d \geq 1$ , pero  $d$  no puede ser infinito ( $\infty$ ).
  - c)  $d$  puede ser infinito ( $\infty$ ).
16. Un grafo no dirigido es conexo si:
- a) Desde cualquiera de sus nodos se puede llegar a cualquier otro.
  - b) El grado de entrada de todo nodo es igual a 1.
  - c) Permite bucles en cada uno de sus nodos.
17. La longitud de un camino en un grafo, es:
- a) El grado de entrada del último nodo del camino.
  - b) El número de aristas que aparecen en la sucesión del camino.

- c) El número de nodos que aparecen en la sucesión del camino.
18. Sea  $G$  un grafo dirigido con  $n$  nodos, tal que no contiene ningún arco de un nodo hacia sí mismo. ¿Cuál es el máximo número de arcos que tiene  $G$ ?
- a)  $n^2$ .
  - b)  $n^2 - 1$ .
  - c)  $n \cdot (n - 1)$ .

### Pregunta de desarrollo

Demuestre mediante un tableau que es correcto el siguiente argumento:

$$\forall x \exists y (\neg Pxy \vee \neg Pyx) \models \exists x (\exists y \neg Pxy \vee \exists y \neg Pyx)$$