

1. EJERCICIOS

1. Se considera la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 13 \end{pmatrix}$$

con coeficientes en \mathbb{R} . Hallar los valores propios, los vectores propios y una matriz P que permita la diagonalización de A . Calcular A^n para todo $n \in \mathbb{N}$.

2. Determinar los valores de a, b, c, d para los cuales cada una de las siguientes matrices reales es diagonalizable:

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{ con la condición } bc > 0 \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$$

3. Indicar los valores de a, b y c para los cuales la matriz real A es diagonalizable:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ 1 & b & c \end{pmatrix}$$

4. Sea f el endomorfismo de \mathbb{R}^3 de matriz asociada

$$F = \begin{pmatrix} 5 & -6 & -6 \\ -1 & 4 & 2 \\ 3 & -6 & -4 \end{pmatrix}$$

Determinar una base respecto de la cual F se represente en forma diagonal.

5. Demostrar que un endomorfismo f es inyectivo si y sólo si ningún valor propio de f es nulo.
6. Sea E_4 un espacio vectorial real. $B = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\}$ una base de E_4 .
Sea $f \in \text{End}(E_4)$, cuya matriz respecto a B es:

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

- a) Determinar los valores de a para los que f es diagonalizable.
- b) Si $a = 1$:
- 1) Diagonalizar A .
 - 2) Si V_2 es el subespacio propio asociado al autovalor $\lambda = 2$, hallar las ecuaciones paramétricas de $V_2 \cap W$ y $V_2 + W$, siendo W el subespacio de E_4 de ecuaciones implícitas $W = \{(x, y, z, t) / x + z = x = y - 3t = 0\}$.
 - 3) ¿Es f suprayectivo?, ¿es f inyectivo?

7. Sea la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Determinar los valores propios de A y estudiar su diagonalización.
 - b) Determinar una matriz P que permita la diagonalización.
 - c) Diagonalizar A^2 y A^{-1} .
 - d) Calcular A^n .
8. Estudiar la posible diagonalización de las siguientes aplicaciones $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$:
- a) $f(x, y, z) = (-x - 3z, 3x + 2y + 3z, -3x - z)$
 - b) $f(x, y, z) = (x + y + z, 2y + z, 2y + 3z)$
 - c) $f(x, y, z) = (x + y, y + z, -2y - z)$
9. Sea $f : \mathbb{R}_3[x] \rightarrow \mathbb{R}_3[x]$ definida por $f(ax^3 + bx^2 + cx + d) = dx^3 + cx^2 + bx + a$. Estudiar su diagonalización encontrando la matriz P que la permita.
10. Sea f el endomorfismo de \mathbb{R}^3 de matriz asociada

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 2 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

b) Hallar una base que permita la diagonalización.

11. Hallar a , b , c , d , e y f , sabiendo que los vectores: $\vec{u} = (1, 1, 1)$, $\vec{v} = (1, 0, -1)$, $\vec{w} = (-1, -1, 0)$ son autovectores de la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}$$

12. Sea $f : \mathbb{R}_3[x] \rightarrow \mathbb{R}_3[x]$ el endomorfismo definido por $f(p(x)) = p'(x)$. Hallar los autovalores y autovectores de f . ($p'(x)$ es el polinomio derivado de $p(x)$).

13. Determinar un endomorfismo f de \mathbb{R}^3 sabiendo:

- a) $Im(f) = L\{(0, 1, -1), (2, 1, 1)\}$.
 b) $\lambda = 0$ es un valor propio de f .
 c) El subespacio propio asociado a $\lambda = 0$ está generado por $(0, 1, 1)$.

Hallar, si es posible, una base de \mathbb{R}^3 en la que f venga dado por una matriz diagonal.

14. Dados los subespacios vectoriales de \mathbb{R}^2 :

$$V = L\{(1, -1)\} \quad W \equiv \{x + 2y = 0\},$$

determinése la proyección, P , sobre V a lo largo de W . ¿Cuál es la proyección de $v = (1, 2)$ sobre V a lo largo de W ?

15. Dados los subespacios vectoriales de \mathbb{R}^3 :

$$V = L\{(1, -1, -1), (0, 1, -2)\} \quad W = L\{(1, -1, 0)\},$$

pruébese que son complementarios y determinése la proyección, P , sobre V a lo largo de W . ¿Cuál es la proyección de $v = (-2, 1, 3)$ sobre V a lo largo de W ?

16. Dados los subespacios complementarios de \mathbb{R}^3 :

$$V = L\{(1, 1, 1), (1, 2, 2)\} \quad W = L\{(1, 2, 3)\}$$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

- ii) ¿Cuál es la proyección de $v = (2, -1, 1)$ sobre W a lo largo de V ?
- iii) Comprobar que P y Q son dos proyecciones.
- iv) Probar que $V = Im(P) = Ker(Q)$ y que $W = Ker(P) = Im(Q)$.

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue, abstract background that resembles a stylized map or a splash of paint. Below the text, there is a horizontal orange and yellow gradient bar.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70