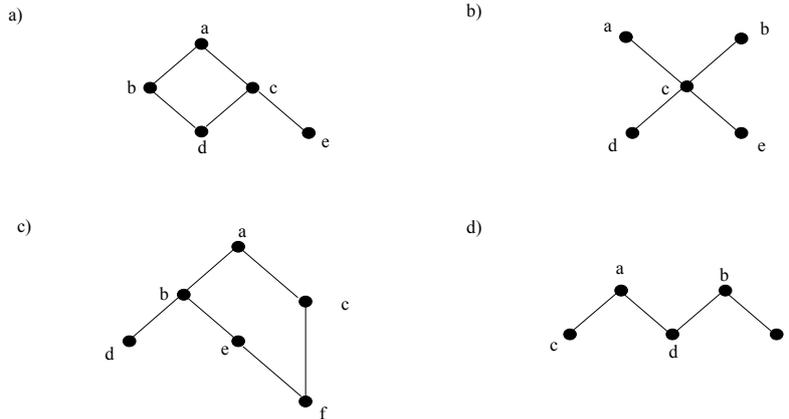


EJERCICIOS RETÍCULOS Y ÁLGEBRAS DE BOOLE

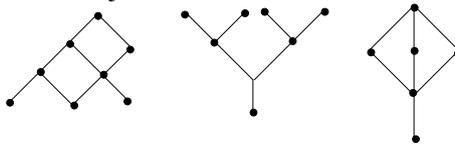
Ejercicio 1 Dibujar el diagrama de Hasse de los siguientes retículos $(D_{30}, |)$, $(\{0,1\}^3, \leq)$ y $(\wp(\{a, b, c\}), \subseteq)$.

Ejercicio 2 Dibujar el diagrama de Hasse de los siguientes retículos $(D_{945}, |)$, $(\{0,1\}^4, \leq)$ y $(\wp(\{a,b,c,d\}), \subseteq)$.

Ejercicio 3 Dados los siguientes conjuntos ordenados, cuyo orden viene dado por el diagrama de Hasse, justificar por qué no son retículos:



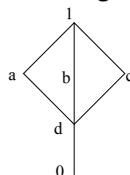
Ejercicio 4 Estudiar cuales de los siguientes conjuntos ordenados son retículos:



Ejercicio 5 Dibujar el diagrama de Hasse de los siguientes retículos y comprobar que no son complementarios demostrando que en todos ellos hay un elemento que no tiene complementario: $(D_{45}, |)$, $(D_{60}, |)$, $(D_{48}, |)$, $(D_{40}, |)$ y $(D_{120}, |)$.

Ejercicio 6 Encontrar el complementario de cada elemento de D_{42} y D_{105} .

Ejercicio 7 Estudiar si en el siguiente retículo se verifica la siguiente igualdad: $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$



Ejercicio 8 Expresar la operación conjunción en función de la disyunción y la complementaria. Expresar la disyunción en función de la conjunción y la complementaria.

Ejercicio 9 Demostrar que en un álgebra de Boole se verifican las siguientes propiedades:

- a) $a \leq b \Leftrightarrow b' \leq a'$
- b) Si $a \leq b \Rightarrow a \vee (b \wedge c) = b \wedge (a \vee c)$
- c) Si $a \leq b \leq c \Rightarrow (a \wedge b) \vee (a \wedge b \wedge c) \vee (b \wedge c) \vee (a \wedge c) = b$
- d) $a \leq b \Leftrightarrow a \wedge b' = 0 \Leftrightarrow a' \vee b = 1$

Ejercicio 10 Construir un isomorfismo entre $(P(C), \subseteq)$ y (B^n, \leq) para algún $n \in \mathbb{N}$, donde $C = \{1, 2, 3, 4\}$.

Ejercicio 11 Sea (A, \leq) un álgebra de Boole ¿Cuántos elementos minimales tiene $A - \{0\}$, si A es un álgebra de Boole de 8 elementos? ¿Y si A tiene 16 elementos?