Ejercicios y problemas del Módulo 2

PREGUNTAS TEÓRICAS

1. En un circuito RC, el condensador vale 10 nF y la resistencia 1 kΩ, ¿cuánto tarda aproximadamente al cargarse el condensador?
   a) 50 ms
   b) 5 ms
   c) 50 μs
   d) 5 μs

Solución

La constante de tiempo del circuito es $\tau = RC = 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-9} = 10 \cdot 10^{-6}$ s $= 10\ \mu$s. El condensador tardará al cargarse aproximadamente 5τ, es decir, 50 μs. La respuesta correcta es la c).

---

2. Un circuito RLC serie, con el condensador y la bobina inicialmente descargados, se conectan a una fuente de continua. La figura T2.1. representa la tensión de salida (el eje horizontal corresponde al tiempo comedido en milisegundos y el vertical la tensión comedida en voltios). Decidid cuál de las siguientes afirmaciones es correcta.
   a) La salida se mide en bornes del condensador
   b) La salida se mide en bornes de la bobina
   c) La salida se mide en bornes de la resistencia
   d) La salida podría corresponder a la tensión medida en bornes de la combinación serie de bobina y condensador

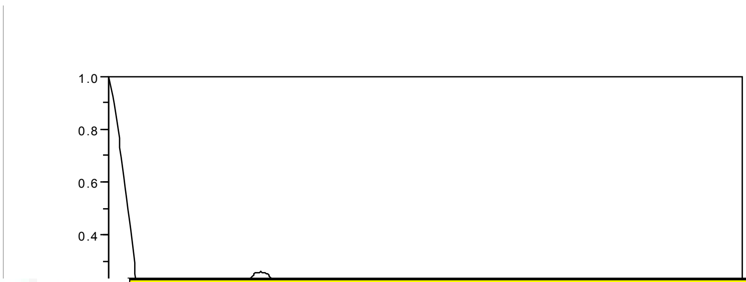


Figura T2.1. Tensión de salida del circuito.

Solución

Inicialmente bobina y condensador están descargados, eso quiere decir que la corriente que circula vale cero y también la tensión inicial en los bornes del condensador. Como la tensión y la corriente no pueden variar bruscamente, seguirán siendo cero después de conectar la fuente de continua.

Si la corriente vale 0 en $t = 0^+$ (justo después de conectar la fuente), la tensión que cae en la resistencia en $t = 0^+$ vale cero. Como la tensión en los bornes del condensador también es 0, toda la tensión de la fuente cae en los bornes de la bobina. Es decir:

$$v_R\left(0^+\right) = 0; \;\; v_C\left(0^+\right) = 0; \;\; v_L\left(0^+\right) = 1 \qquad (1)$$

(De la gráfica se puede deducir que el valor de la fuente de continua es 1 V).

Con eso, ya podemos descartar la resistencia y el condensador, ya que la tensión en $t = 0^+$ por<A[por|para]> ambos elementos es 0, y en la gráfica vale 1.

Sin embargo, miraremos que pasa al régimen permanente. Cuando haya pasado mucho tiempo, desde que hemos conectado la fuente de continua, todas las tensiones y las corrientes del circuito serán continuos. Eso implica, que la corriente que circula por el condensador (que es lo mismo que circula por todo el circuito) es 0, y también la tensión en los bornes de la bobina.

Si la corriente que circula por el circuito es cero, la tensión en los bornes de la resistencia es cero. Por lo tanto, toda la tensión de la fuente cae a los bornes del condensador. Es decir, en régimen permanente:

$$v_R\left(\infty\right) = 0; \;\; v_C\left(\infty\right) = 1; \;\; v_L\left(\infty\right) = 0 \qquad (2)$$

El comportamiento en régimen permanente de la bobina es coherente con la gráfica.

Por lo tanto, teniendo en cuenta el comportamiento para $t = 0^+$ y al régimen permanente, podemos decir que la tensión de salida se mide en los bornes de la bobina. La respuesta correcta es, pues, la b).

---

3. Para que la respuesta anterior no presente oscilaciones, en el circuito RLC serie
   a) ... podemos aumentar el valor de la resistencia
   b) ... podemos disminuir el valor de la resistencia
   c) ... podemos aumentar el valor condensador
   d) ... no podemos hacer nada, ya que un circuito RLC siempre oscilará, sea cuál sea el valor de sus componentes.

Solución

4. Para el siguiente circuito, todos el condensadores son iguales a 1 μF, entonces la capacidad equivalente que ve la fuente vale:

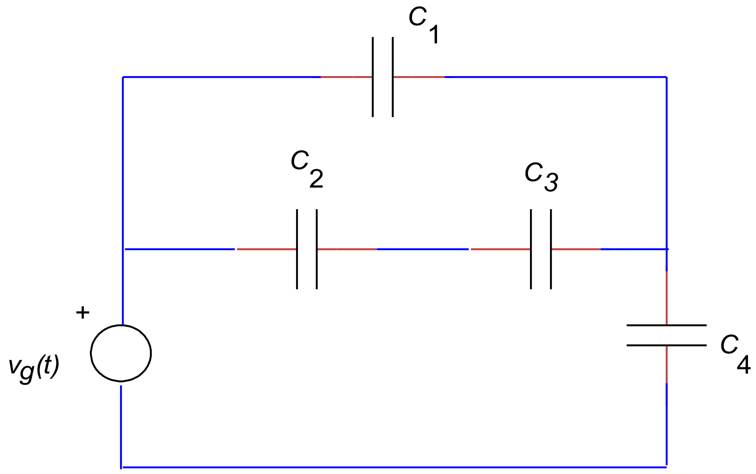


Figura T4.1. Circuito de la pregunta teórica 4.

a) 0,6 μF

b) 1,67 μF

c) 0,4 μF

d) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

Solución

C_2 y están en serie, entonces la capacidad equivalente es 0,5 μF. Esta capacidad está en paralelo con C_1. Tenemos entonces 1,5 μF, que queda en serie con C_4. El resultado es:

$$\frac{1,5 \cdot 1}{1,5 + 1} = \frac{1,5}{2,5} = 0,6\ \mu\text{F} \qquad (3)$$

La respuesta correcta es la a).

---

5. A un circuito de resistencia equivalente de 1 kΩ, conectamos N cargas inductivas (inductivas puras, sin parte resistiva) iguales en paralelo.

a) La constante de tiempo del circuito es proporcional en N

b) La constante de tiempo del circuito es inversamente proporcional en N.

c) La constante de tiempo del circuito es independiente de N

6. Utilizamos un diodo LED para indicar la presencia de 21 V d.c. Si el LED tiene una tensión directa nominal de 2,2 V, funciona con una corriente de 15 mA, y consideramos el diodo como ideal, el valor de la resistencia en serie necesaria será:

   a) 0,15 kΩ

   b) 1,4 kΩ

   c) 1,25 kΩ

   d) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Solución

Ponemos la resistencia R en serie con el LED para que provoque una caída de tensión de $V = 21 - 2{,}2\ \mathrm{V}$. Como $I = 15\ \mathrm{mA}$, aplicando la Ley de Ohm tenemos R = V/I = (21-2,2)/15 = 1,25 kΩ. La respuesta correcta es, pues, la c).

7. Un circuito responde a una entrada escalón u(t) con la siguiente respuesta:

$$y(t) = \left[-e^{-t} + e^{-2t} \right] u(t) \tag{4}$$

   a) La componente forzada de la respuesta es la señal u(t)

   b) La respuesta forzada corresponde a la primera exponencial

   c) La respuesta libre corresponde a la primera exponencial

   d) La respuesta libre corresponde a las dos exponenciales

Solución

Si la entrada es una señal escalón, la respuesta forzada tendría que ser un escalón, es decir, una constante multiplicada por u(t). Eso no está a la respuesta, lo cual quiere decir que la componente forzada vale cero para este circuito.

El hecho de que el resto de la respuesta no sea una constante por u(t) quiere decir que corresponde a la respuesta libre. Por lo tanto, las dos exponenciales son de la respuesta libre. La respuesta correcta es la de).

c) $C_{eq} = 1{,}5\ \mu\text{F}$

d) $C_{eq} = 3\ \mu\text{F}$

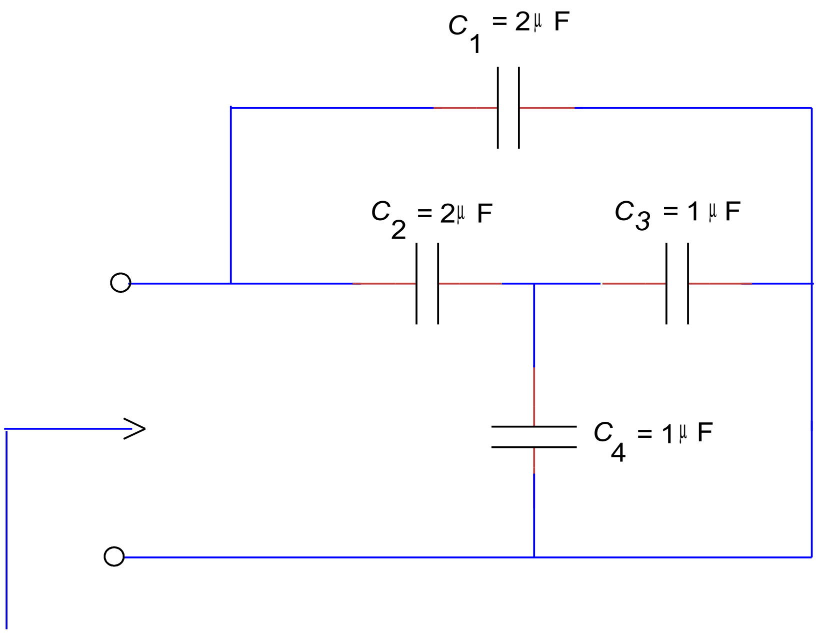


Figura T8.1. Circuito de la pregunta teórica 8.

Solución

La respuesta correcta es la (d).

Redibujamos el circuito, teniendo en cuenta que el condensador C_1 está conectado a ambos terminales de entrada:

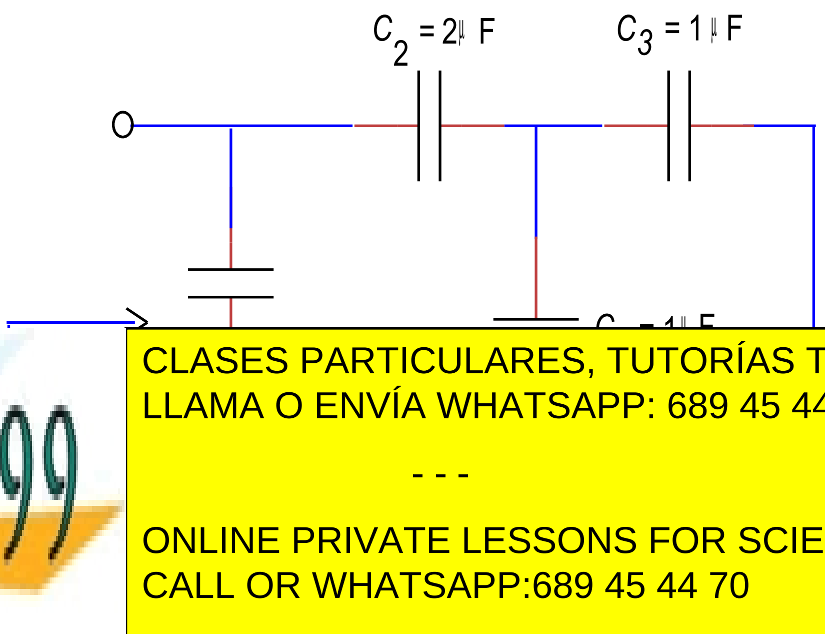


Figura T8.2. Circuito de la pregunta teórica 8 redibujado.

Observad que C_3 y C_4 están en paralelo, de manera que ambos equivalen a un condensador de $2\,\mu F$ (recordad que, a diferencia de lo que ocurre con resistencias e inductancias, las capacidades en paralelo se suman). Esta capacidad queda en serie con el condensador C_2 de $2\,\mu F$ De manera que tenemos una capacidad equivalente de $1\,\mu F$ (recordad que si tenemos dos capacidades iguales en serie, la capacidad equivalente es la mitad, de forma análoga a lo que ocurre con dos resistencias iguales en paralelo). Finalmente, esta capacidad de $1\,\mu F$ queda en paralelo con el condensador C_1 de $2\,\mu F$. Como las capacidades en paralelo se suman, tenemos que todo el conjunto presenta una capacidad equivalente de $3\,\mu F$.

El razonamiento anterior se puede escribir de forma sintética como sigue:

$$C_{3,4} = C_3 + C_4 = 2\ \mu F \tag{5}$$

$$C_{2,3,4} = \frac{C_2 \cdot C_{3,4}}{C_2 + C_{3,4}} = \frac{2 \cdot 2}{2+2} = 1\ \mu F \tag{6}$$

$$C_{eq} = C_{1,2,3,4} = C_1 + C_{2,3,4} = 1 + 2 = 3\ \mu F \tag{7}$$

---

9. Para encontrar la respuesta en régimen permanente en continua de un circuito RL, partiendo de unas condiciones iniciales diferentes de cero para la bobina, hemos de ...
   a) ... sustituir la bobina por un cortocircuito
   b) ... sustituir la bobina por un circuito abierto
   c) ... sustituir la bobina por una fuente de tensión
   d) La respuesta correcta no es ninguna de las anteriores.

Solución

La respuesta correcta es la (a).

En régimen permanente de continua, todas las tensiones y corrientes del circuito serán continuas (constantes) con independencia de las condiciones iniciales. En particular será continuo (constante) la corriente que circula por la bobina. Como la tensión en una bobina es proporcional a la derivada de la corriente, tenemos que la tensión en bornes de la bobina, en régimen permanente, es 0. Recordad que, por definición, en un cortocircuito la tensión es 0 con

10. En el circuito de la figura, conectamos en $t = 0$ una tensión de entrada continua de 1 V, teniendo la bobina inicialmente descargada.

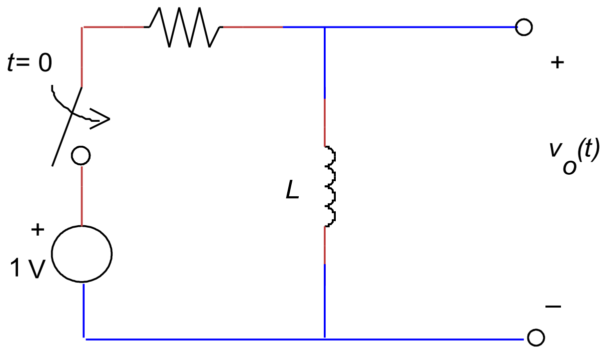


Figura T10.1. Circuito de la pregunta teórica 10.

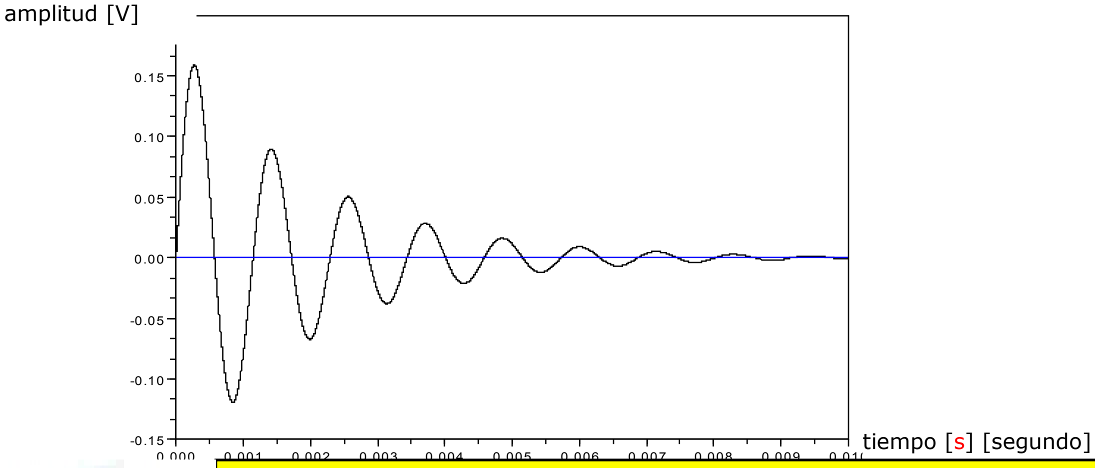
Indicad qué afirmación es cierta.

a) La tensión de salida corresponde a la tensión representada a continuación en la figura T10.2

b) La tensión de salida corresponde a la tensión representada a continuación en la figura T10.3

c) La tensión de salida corresponde a la tensión representada a continuación en la figura T10.4

d) Todas las afirmaciones anteriores son falsas.



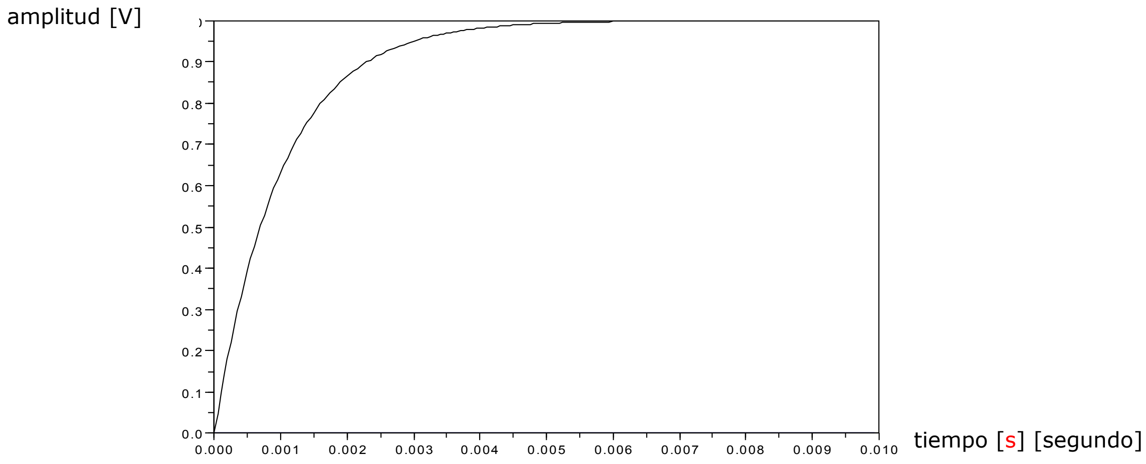


Figura T10.3. Tensión de salida de la respuesta b).

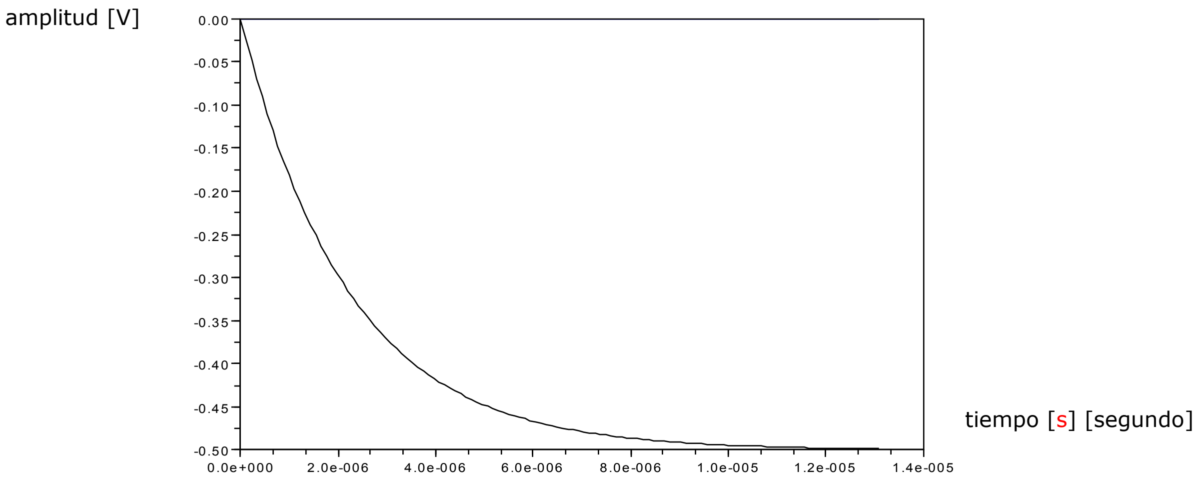


Figura T10.4. Tensión de salida de la respuesta c).

Solución

La afirmación correcta es la (d).

En una bobina la corriente no puede variar bruscamente. Eso significa que ya que la bobina está inicialmente descargada, justo después de conectar la fuente, en $t = 0^+$, la corriente que circula por la bobina continuará siendo cero. Al ser la corriente 0, no cae tensión en la resistencia, por

$$v_o\left(0^+\right) = 1 - i_L\left(0^+\right)R = 1 \qquad (9)$$

Eso descarta las tres figuras anteriores, por<A[por|para]> lo cual la respuesta sería la d).

---

11. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

a) Un circuito RLC puede tener comportamiento inestable dependiendo del valor de los componentes.

b) Si la tensión de entrada de un circuito RLC es un sinusoide de 1 kHz, la respuesta libre del circuito será un sinusoide de 1 kHz.

c) Si la tensión de entrada de un circuito RLC es una de sinusoide de 1 kHz, la respuesta forzada será un sinusoide, cuya frecuencia dependerá de los valores del circuito.

d) La respuesta libre de un circuito RLC puede tener diferente forma dependiendo del valor de los componentes del circuito.

Solución

La afirmación correcta es la (de).

Un circuito con componentes pasivos (resistencias, bobinas y condensadores) siempre es estable, por el cual la afirmación a) es incorrecta.

Si la entrada de un circuito lineal es un sinusoide de frecuencia 1 kHz, la respuesta forzada será un sinusoide de frecuencia 1 kHz (la amplitud y la fase de la respuesta forzada pueden ser diferentes de la amplitud y la fase de la entrada, pero no la frecuencia). La respuesta libre dependerá de los polos del circuito. En el caso de un circuito RLC, los polos pueden ser reales o complejos, dependiendo del valor de los componentes, el que dará lugar a una respuesta libre exponencial si los polos son reales, o con oscilaciones si los polos son complejos (las oscilaciones son amortiguadas siempre en un circuito RLC). Por lo tanto, la respuesta correcta es la (d).

---

12. A la Hora de seleccionar un condensador es importante conocer, además de su valor, la tensión que soportará. Si tenemos en cuenta que cada uno de los condensadores de la figura puede soportar una tensión máxima de 250 V, la tensión que se podrá aplicar a la entrada será como máximo de:

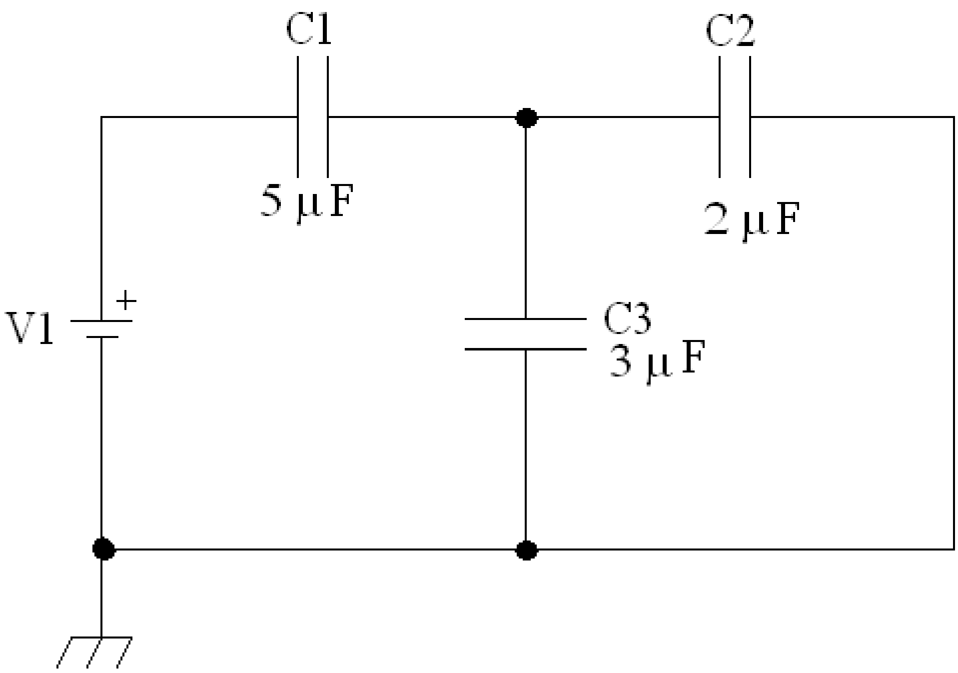
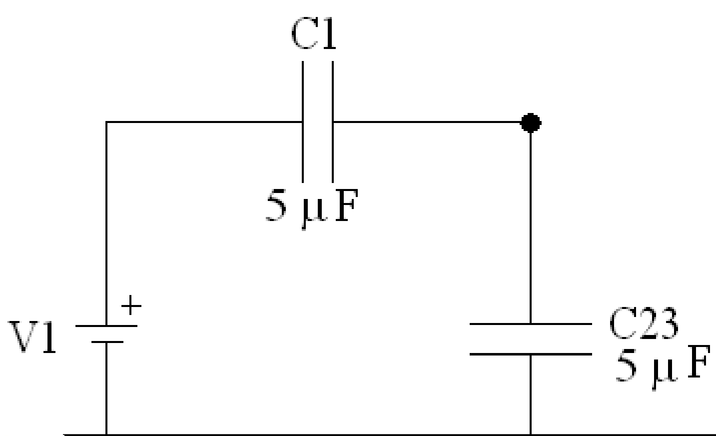


Figura T12.1. Circuito de la pregunta teórica 12.

Solución

La respuesta correcta es la (c).

En primer lugar asociamos C_2 y C_3 Que están en paralelo, para obtener el circuito que aparece a la figura T12.2. Recordamos que, como están en paralelo, ambos condensadores tendrán la misma caída de potencial.



Si ahora consideramos los condensadores como impedancias de un circuito en el dominio transformado de Laplace, podemos ver que tenemos un divisor de tensión. De esta manera, la tensión que soportarán cada uno de los dos condensadores será:

$$V_{C_1} = V \frac{\frac{1}{sC_1}}{\frac{1}{sC_1} + \frac{1}{sC_{23}}} = V \frac{C_{23}}{C_1 + C_{23}} \tag{10}$$

$$V_{C_{23}} = V \frac{\frac{1}{sC_{23}}}{\frac{1}{sC_1} + \frac{1}{sC_{23}}} V \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_{23}} \tag{11}$$

En este caso, ambas tensiones son iguales y valen la mitad de la tensión aplicada V. Ya que la tensión máxima que los condensadores pueden soportar es de 250 V, eso implica que la tensión máxima que podemos aplicar será 500 V, el que quiere decir que la respuesta correcta es la (c).

---

13. Conectamos una fuente de tensión continua al circuito de la figura T13.1, donde el condensador y la bobina inicialmente están descargados. Si la tensión $V_g = 10$ V, cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?:

a) Mediremos 9 V en los bornes de la bobina justamente después de conectar la fuente de continua.

b) Mediremos 9 V en los bornes de la resistencia R_1 justamente después de conectar la fuente de continua.

c) Mediremos 9 V en los bornes de la resistencia R_1 una vez transcurrida el régimen transitorio.

d) Todas las opciones anteriores son falsas.

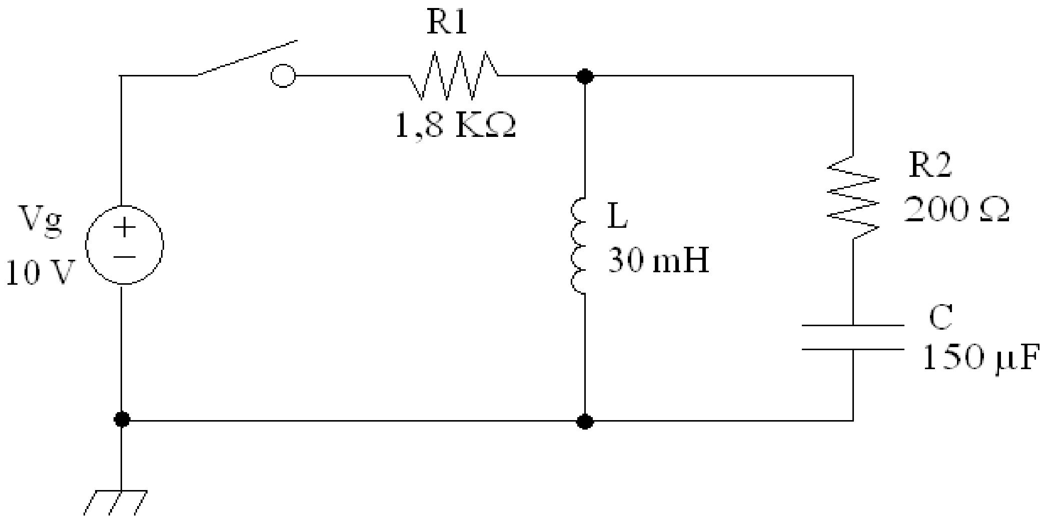


Figura T13.1. Circuito de la pregunta teórica 13.

Solución

La respuesta correcta es la (b).

Inicialmente, la bobina y el condensador están descargados, el que quiere decir que la intensidad que circula por la bobina es inicialmente cero y que la tensión en los bornes del condensador también será cero. Como la intensidad que pasa por la bobina y la tensión que soporta el condensador no pueden variar bruscamente, seguirán siendo cero justo después de conectar la fuente de continua. Así pues, si la corriente por la bobina vale 0 en $t = 0^+$ (justamente después de conectar la fuente) y la tensión que soporta el condensador también vale cero en este instante, tenemos que:

$$V_o(t = 0^+) = V_g \frac{R_2}{R_2 + R_1} = 10\text{V} \frac{200\,\Omega}{1{,}8\text{k}\Omega + 200\Omega} = 10\text{V} \frac{200\,\Omega}{1{,}8 \cdot 10^3\,\Omega + 200\Omega} = 1\text{V} \qquad (12)$$

Y por lo tanto la caída de tensión en los bornes de R_1 será:

$$V_{R_1}(t = 0^+) = V_g \frac{R_1}{R_2 + R_1} = 10\text{V} \frac{1{,}8\text{k}\Omega}{1{,}8\text{k}\Omega + 200\Omega} = 10\text{V} \frac{1{,}8 \cdot 10^3\,\Omega}{1{,}8 \cdot 10^3\,\Omega + 200\Omega} = 9V \qquad (13)$$

14. Para el circuito de la figura (puente capacitivo) se cumple que:

a) La tensión entre los terminales A y B vale $V_{AB} = V_g x$.

b) La capacidad equivalente que ve la fuente vale C_0.

c) La capacidad equivalente que ve la fuente vale $\frac{C_0}{2}$.

d) Todas las afirmaciones anteriores son falsas.

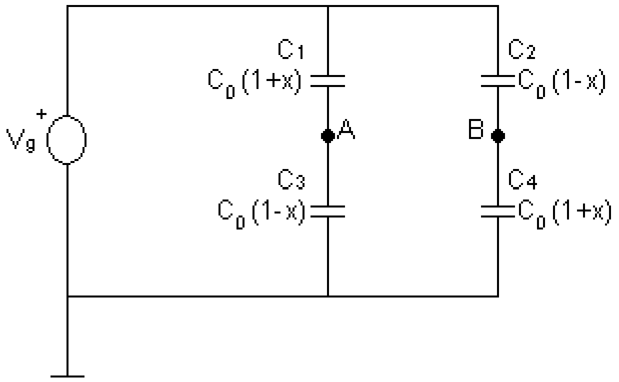


Figura T14.1. Circuito de la pregunta teórica 14.

Solución

La respuesta correcta es la (a).

La capacidad equivalente que ve la fuente corresponde a:

$$C_T = (C_1 \text{sèrie} C_3) // (C_2 \text{sèrie} C_4) \tag{14}$$

$$C_T = \frac{1}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_3}} + \frac{1}{\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_4}} = \frac{1}{\frac{1}{C_0(1+x)}+\frac{1}{C_0(1-x)}} + \frac{1}{\frac{1}{C_0(1-x)}+\frac{1}{C_0(1+x)}} = \frac{2}{\frac{1}{C_0(1+x)}+\frac{1}{C_0(1-x)}} \tag{15}$$

$$C_T = \frac{2}{\ldots} = \frac{2C_0^2(1+x)(1-x)}{\ldots} = C_0\left(1-x^2\right)$$

$$V_{AB} = V_A - V_B = V_g\left(\frac{\dfrac{1}{sC_3}}{\dfrac{1}{sC_3}+\dfrac{1}{sC_1}} - \frac{\dfrac{1}{sC_4}}{\dfrac{1}{sC_4}+\dfrac{1}{sC_2}}\right) \quad (17)$$

$$V_{AB} = V_g\left(\frac{C_1}{C_1+C_3} - \frac{C_2}{C_2+C_4}\right) = V_g\left(\frac{1+x}{2} - \frac{1-x}{2}\right) = V_g x \quad (18)$$

15.Para el circuito de la figura (puente inductivo) se cumple que:

a) La tensión entre los terminales A y B vale $V_{AB} = V_g \dfrac{x}{2}$.

b) La inductancia equivalente que ve la fuente vale $2L_0$.

c) La inductancia equivalente que ve la fuente vale L_0.

d) Todas las afirmaciones anteriores son falsas.

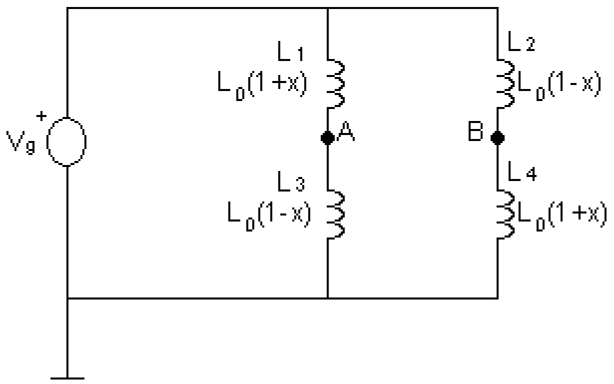


Figura T15.1. Circuito de la pregunta teórica 15.

Solución

La respuesta correcta es la (c).

Por lo tanto, la respuesta correcta es la (c).

Si quisiéramos calcular la tensión entre los terminales A y B, lo podemos hacer considerando los divisores de tensión que tenemos en ambas ramas del circuito:

$$V_{AB} = V_A - V_B = V_g\left(\frac{sL_3}{sL_1 + sL_3} - \frac{sL_4}{sL_2 + sL_4}\right) = V_g\left(\frac{L_3}{L_1 + L_3} - \frac{L_4}{L_2 + L_4}\right) \quad (21)$$

$$V_{AB} = V_g\left(\frac{L_0(1-x)}{L_0(1+x) + L_0(1-x)} - \frac{L_0(1+x)}{L_0(1+x) + L_0(1-x)}\right) \quad (22)$$

$$V_{AB} = V_g\left(\frac{1-x}{2} - \frac{1+x}{2}\right) = -V_g x \quad (23)$$

Con cosa que, la respuesta (a) no es correcta.

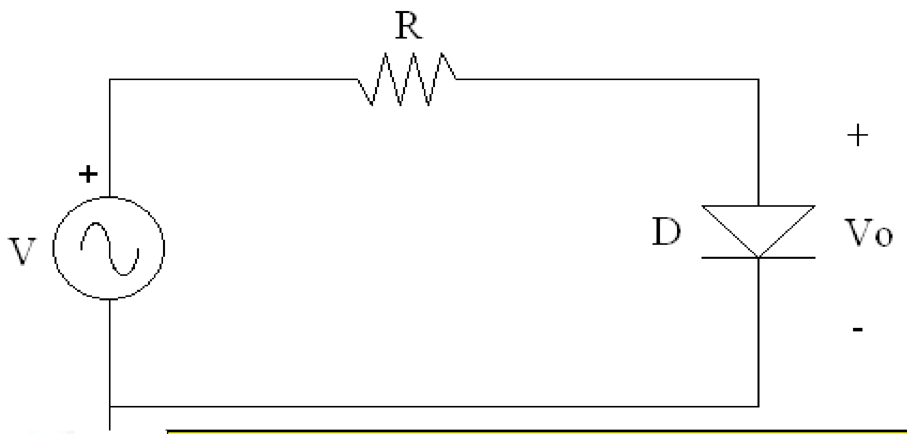
16. Si consideramos que el diodo del circuito es ideal y que la fuente nos proporciona una tensión sinusoidal, escogéis cuál de las afirmaciones siguientes es correcta:

a) La señal de salida V_o no será periódico.

b) El valor medio de la señal de salida será 0.

c) V_o no cogerá valores positivos.

d) Todas las afirmaciones anteriores son falsas.



Como el diodo que tenemos es ideal, sabemos que cuando<A[cuando|cuándo]> la tensión entre sus extremos sea positiva ($V_o > 0$), se comporta como un cortocircuito, y por lo tanto deja pasar la corriente a través suya sin oponer resistencia. Por otra parte, cuando la tensión es negativa ($V_o < 0$), se comporta como un circuito abierto, y no permite el paso de corriente a través suyo. De esta manera podemos ver que el resultado final será una sinusoidal cortada como la que aparece en la figura T16.2.

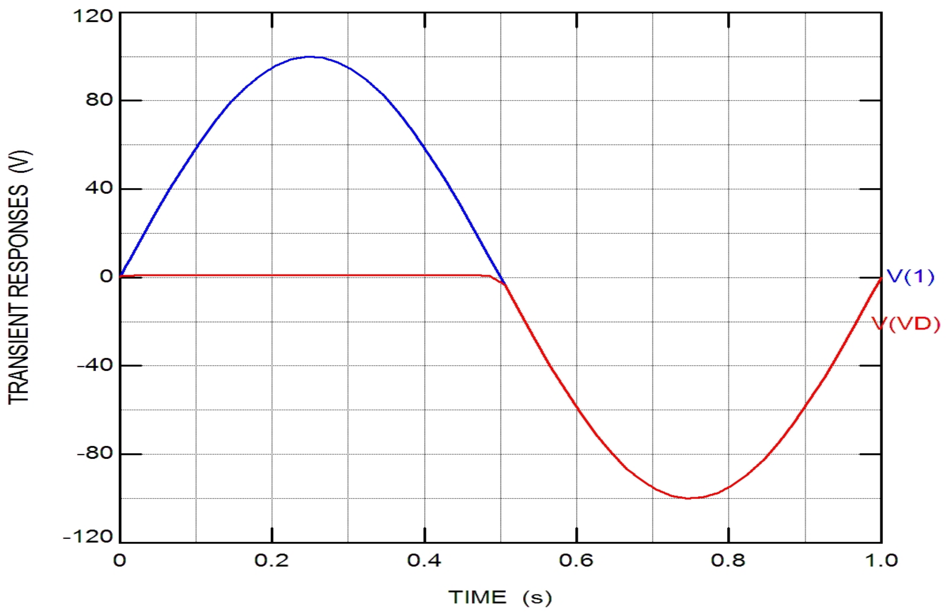


Figura T16.2. Representación de las señales de la pregunta teórica 16. En azul la entrada y en rojo la salida.

Como se puede ver, la señal de salida V_o es periódico, aunque no sinusoidal, con lo cual tenemos también que el valor medio no será 0. Lo que sí que tenemos es que la señal de salida no cogerá nunca valores positivos. Eso se debido a que, cuando la tensión intente ser positiva, el diodo se comportará como un cortocircuito, con lo cual la tensión será nula.

17. Si consideramos que el diodo del circuito es ideal y que la fuente también es ideal y nos proporciona una corriente sinusoidal, escoged cuál de las afirmaciones es correcta:

a) La señal de salida V_o no será periódico.

b) El valor medio de la señal de salida será 0.

c) V_o no cogerá valores positivos.

d) El circuito violaría aparentemente las leyes básicas de los circuitos.

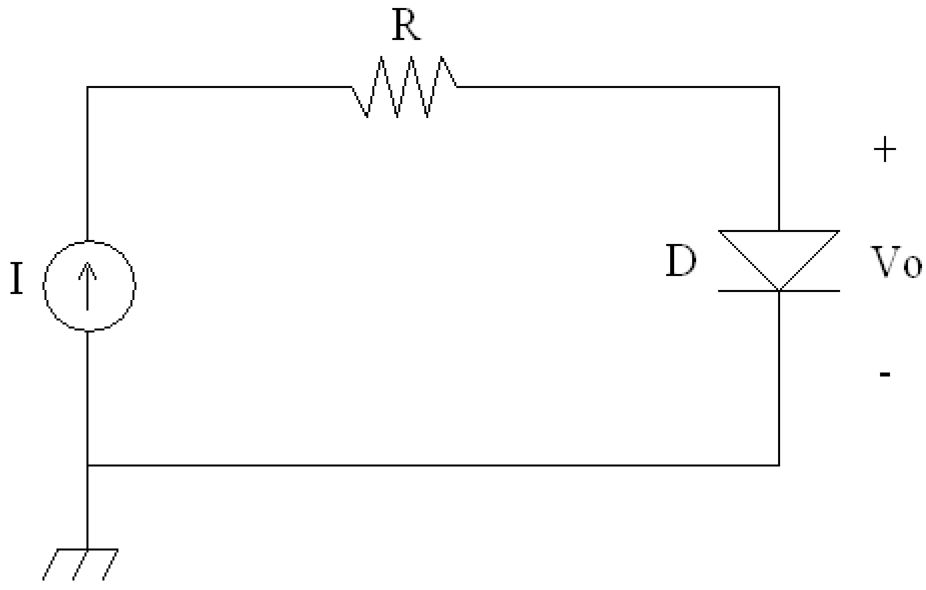


Figura T17.1. Circuito de la pregunta teórica 17.

Solución

La respuesta correcta es la (d).

Como el diodo que tenemos es ideal, sabemos que cuando la tensión entre sus extremos sea positiva, se comporta como un cortocircuito, dejando pasar la corriente a través suya sin oponer resistencia. Sin embargo, cuando la tensión es negativa, se comporta como un circuito abierto, y no permite el paso de corriente a través suyo.

Por otra parte, la fuente ideal de corriente nos dará una corriente sinusoidal. El problema aparecerá cuando la intensidad que salga de la fuente sea negativa. En este momento, tendremos un elemento que nos forzará a tener una intensidad negativa (la fuente) y otro elemento (el diodo) que nos forzará a tenerla nula. De esta manera, tenemos una situación en que aparentemente se violan las leyes básicas de los circuitos. Claro está que este circuito lo podríamos montar, pero en este caso ni el diodo ni la fuente de tensión serian ideales, con lo cual el circuito funcionaría. El problema es que para analizar su comportamiento tendríamos que saber perfectamente cuáles son las características no ideales de cada uno de los componentes, y este estudio no forma parte del temario de la asignatura.

18. Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

a) Si la tensión dentro de un circuito permanece constante, un condensador actúa como

Solución

La respuesta correcta es la (a).

Dentro de un circuito donde la tensión se mantiene constante, la intensidad que pasa a través de un condensador será nula:

$$I = C\frac{dV}{dt} = 0 \qquad (24)$$

Según la definición de circuito abierto, tenemos un circuito abierto entre dos nodos cuando la intensidad no puede fluir entre dos nodos, es decir, cuando $I = 0$ A.

Por otra parte, el resto son incorrectos, para que:

- Si la corriente es constante dentro del circuito, una bobina actuará como un cortocircuito y no como un circuito abierto:

$$V = L\frac{dI}{dt} = 0 \qquad (25)$$

Según la definición de cortocircuito, tenemos un cortocircuito entre dos nodos cuando no se produce caída de tensión entre los dos nodos $V_{AB} = 0$.

- La inductancia equivalente a 5 inductancias conectadas en paralelo es:

$$L_{eq} = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \frac{1}{L_4} + \frac{1}{L_5}\right)^{-1} \qquad (26)$$

- La corriente que circula por una bobina no puede cambiar bruscamente porque existe una continuidad de la corriente en la bobina, es decir, una bobina carga y descarga energía en sus espiras debido al campo magnético generado. Si de golpe dejamos de alimentar una bobina (de aplicar una tensión entre sus bornes), ésta se descargará hasta el infinito generando una corriente que se irá atenuando exponencialmente con el tiempo.

19. Un condensador...

(a) ... no puede variar bruscamente la corriente que lo atraviesa.

(b) ... se comporta como un circuito abierto cuando opera en régimen permanente en un circuito con alimentación continua.

(c) ... presenta una tensión entre sus terminales según la siguiente fórmula:

Solución

La respuesta correcta es la (b). Cuando se llega al régimen permanente con alimentación continua, el condensador impide el paso de corriente a través suyo y, por tanto, es equivalente a un circuito abierto.

La respuesta (a) es incorrecta porque lo que no puede variar bruscamente en un condensador es la tensión. Esto es debido a que, según la fórmula que relaciona la tensión y la corriente en un condensador:

$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$$

un cambio brusco en la tensión implicaría un $\frac{dv(t)}{dt}$ muy grande y, por tanto, una corriente también muy grande. Esto podría quemar el condensador. En una bobina sí sería cierto que no puede variar bruscamente la corriente.

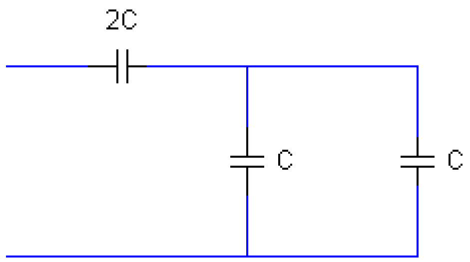
La opción (c) es incorrecta, porque la fórmula que relaciona la tensión y la corriente en un condensador es la que ya hemos comentado anteriormente:

$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$$

En cuanto a la respuesta (d), es incorrecta porque las leyes de Kirchhoff se deben cumplir para todos los circuitos, también los que contengan condensadores y bobinas.

---

20. Calculad la C_{eq} en la asociación siguiente:



Solución

La respuesta correcta es la (c). El circuito presentado contiene un condensador de valor 2C unido en serie con dos condensadores en paralelo de valor C.

Primero calculamos el equivalente a estos dos en paralelo (lo que llamaremos C_{eq1}). Recordemos que el equivalente a dos condensadores unidos en paralelo es un condensador el valor del cual es la suma de los otros dos:

$$C_{eq1} = C + C = 2C$$

El condensador equivalente que se pide en el ejercicio es el resultado de la asociación en serie entre el condensador de valor 2C y el C_{eq1} que acabamos de calcular (que también tiene valor 2C). El equivalente de dos condensadores en serie es:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{2C} + \frac{1}{C_{eq1}} = \frac{1}{2C} + \frac{1}{2C} = \frac{2}{2C} = \frac{1}{C}$$

y entonces:

$$C_{eq} = C$$

---

21. Un diodo ideal...

(a) ... se comporta del mismo modo si la corriente entra por uno o por el otro de sus terminales.

(b) ... no deja pasar corriente cuando la tensión entre sus terminales es positiva.

(c) ... se comporta como un circuito abierto cuando la tensión entre sus terminales es negativa.

(d) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Solución

La respuesta correcta es la (c). En un diodo ideal el umbral de tensión ($V\gamma$) vale 0. En este caso, si entre sus terminales la tensión es negativa, está funcionando en inversa (OFF), y a través

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. El siguiente circuito dispone de un interruptor que ha sido cerrado durante mucho tiempo. Este interruptor se abre en $t = 0$ s.

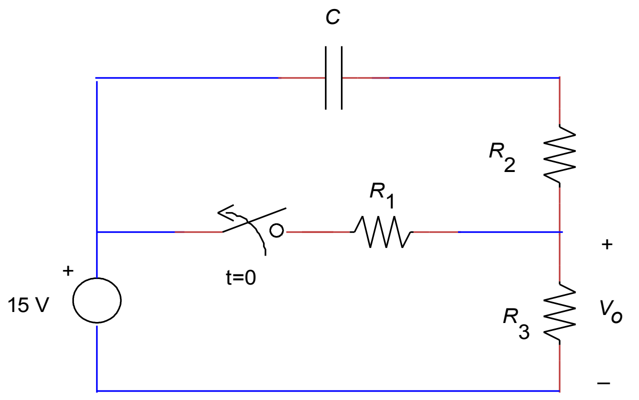


Figura P1.1. Circuito del problema 1.

Para $R_1 = 2\ \text{k}\Omega$ y $R_2 = R_3 = 1\ \text{k}\Omega$, responded a las siguientes preguntas:

a) Justo antes de abrir el interruptor, ¿el condensador se comporta como un cortocircuito (c.c.) o como un circuito abierto (c.a.)? Justificad la respuesta.

b) Dibujad un circuito equivalente al anterior para $t = 0^{-}$. Es decir, justo antes de abrir el interruptor. Calculad la tensión en bornes del condensador y la tensión de salida en este instante, es decir, $v_C\left(0^{-}\right)$ y $v_0\left(0^{-}\right)$.

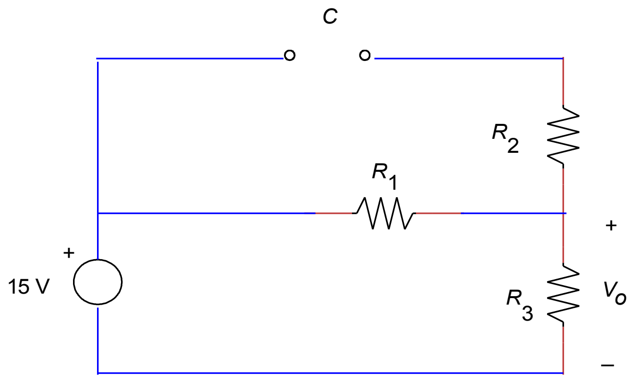


Figura P1.2. Circuito del problema 1.

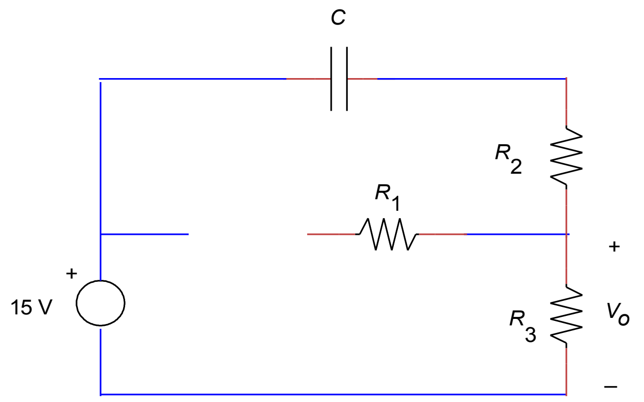


Figura P1.3. Circuito del problema 1.

d) Calculad la tensión de salida $v_0(t)$ ***p***ara cualquier instante de tiempo, después de abrir el interruptor.

e) ¿En qué cambiaría la respuesta anterior si el interruptor se volviera a cerrar en $t = 1$ ms?

Solución

a) Como tenemos una fuente de tensión continua, en reposo, el condensador estará totalmente cargado a una tensión continúa. Por lo tanto, no circulará corriendo. Será equivalente a un circuito abierto.

b) Justo antes de abrir el interruptor, el condensador se comportará como un circuito abierto. Por lo tanto, no circulará corriendo por la resistencia R_2, con lo qual la tensión en bornes del condensador es la que hay en bornes de R_1. Para calcular $v_0(0^-)$, podemos aplicar un divisor de tensión. Entonces, $v_0(0^-) = V_g \dfrac{R_3}{R_1 + R_3} = 15 \cdot \dfrac{1}{2+1} = 5\text{ V}$. La tensión en los bornes del condensador será $v_C(0^-) = 15 - v_0(0^-) = 10\text{ V}$.

c) Justo después de abrir el interruptor continuará siendo la misma, ya que la tensión en los bornes de un condensador no puede variar bruscamente. Así, $v_C(0^+) = v_C(0^-) = 10\text{ V}$. En los bornes de R_2 y R_3 caen entonces $15 - v_C(0^+) = 5\text{ V}$. Como R_2 y R_3 son iguales, $v_0(0^+) = 2{,}5\text{ V}$.

d) Es trata de un circuito con entrada continua y un condensador. Para eso, cualquier corriente

En régimen permanente, cuando el circuito se haya vuelto a estabilizar, el condensador volverá a ser un circuito abierto. Por lo tanto, el valor en final de $v_0(t)$ tenderá a 0, es decir, $v_0(\infty) \to 0$ ya que no circulará corriendo por la resistencia R_3.

La constante de tiempo del circuito es $\tau = R_{eq}C$, siendo R_{eq} la resistencia que ve el condensador: $R_{eq} = R_2 + R_3 = 2\ \mathrm{k\Omega}$. Por lo tanto, la constante de tiempo vale $\tau = 1\ \mathrm{ms}$.

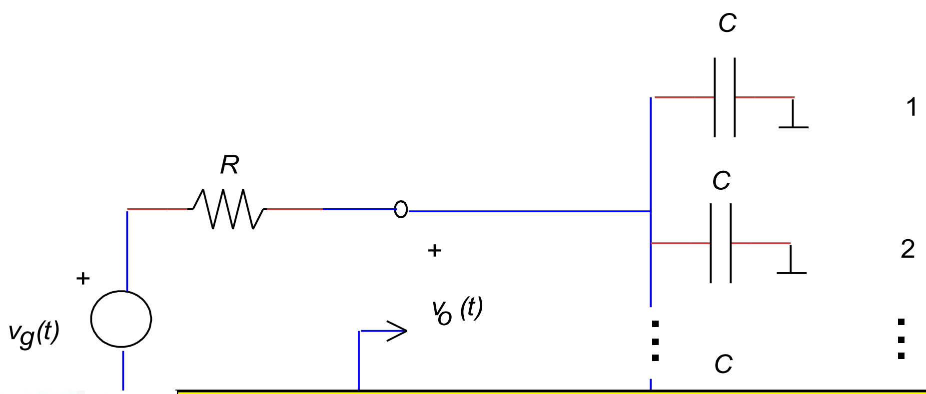
De acuerdo con los valores calculados tenemos que:

$$v_0(t) = 2,5e^{-t/\tau} = 2,5e^{-10^3 t} \qquad (28)$$

e) La respuesta anterior sólo sería válida hasta $t = 1$ ms. Después de este instante tendremos que repetir todo el proceso de cálculo de nuevo.

Es decir, tendremos que calcular el nuevo valor de partida para la tensión $v_0(t)$. El valor final al que tiende, es decir, el valor en régimen permanente, y la nueva constante de tiempo. La constante de tiempo será diferente de la calculada en el apartado anterior, ya que la resistencia que ve el condensador con el interruptor cerrado es diferente de la calculada en el apartado anterior.

2. El fan-out de un dispositivo digital se define como el número máximo de dispositivos similares que pueden ser conectados a la salida del dispositivo. El circuito de la figura es un esquema simplificado de la salida de un dispositivo digital que alimenta n entradas capacitivas idénticas.



b) En $t = 0$ el dispositivo transmite uno '1' lógico. Para hacer eso, la tensión $v_g(t)$ del dispositivo pasa de 0 a 5 V en $t = 0$: $V_g(t = 0^-) = 0$; $V_g(t = 0^+) = 5$.

Calculad la expresión de la tensión en bornes de las entradas capacitivas, es decir, la tensión de salida en función del tiempo: $v_o(t)$, para $t \geq 0$.

c) Sabiendo que, para detectar correctamente el '1', la tensión en bornes de las n entradas capacitivas tiene que llegar en 3,16 V en 10 ns o menos, calculad la constante de tiempo necesaria y, a partir de ella, determinad el fan-out del dispositivo, tomando los valores $R = 1\ \mathrm{k\Omega}$ y $C = 3\ \mathrm{pF}$.

Solución

a) Desde los terminales indicados con la flecha observamos n capacidades idénticas en paralelo, por lo tanto, la capacidad equivalente es $C_{eq} = nC$.

b) El circuito de la figura es equivalente a un circuito resistencia-condensador, donde el condensador está de valor $C_{eq} = nC$. Por lo tanto, la constante de tiempo del circuito es $\tau = RnC$.

La tensión en bornes de un condensador en un circuito en corriente continua, hasta que se carga el condensador, está determinada por:

$$v_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad t \geq 0 \qquad (29)$$

siendo E la tensión de la fuente (ver eq. 24 del módulo 2).

Por lo tanto, la tensión de salida es:

$$v_o(t) = 5\left(1 - e^{-t/nRC}\right) \quad t \geq 0 \qquad (30)$$

c) Cuando haya transcurrido un tiempo $t = 10\ \mathrm{ns} = 10^{-8}\ \mathrm{s}$, v_o debe valer 3,16 V:

$$v_o\left(t = 10^{-8}\right) = 5\left(1 - e^{-10^{-8}/\tau}\right) > 3{,}16\ \mathrm{V} \qquad (31)$$

Encontramos τ de la expresión anterior:

Para que se cumpla que en $t = 10\text{ ns} = 10^{-8}\text{ s}$, la tensión de salida sea mayor que 3,16 V, $v_o\left(t = 10^{-8}\right) > 3{,}16\text{ V}$, se tiene que cumplir que $\tau = nRC < 10^{-8}$, con el cual finalmente: $n < \dfrac{10^{-8}}{RC} = 3{,}33$.

Observad que 3,33 no es un número entero. En cualquier caso tenemos que interpretar el resultado como el número de dispositivos capacitivos que podemos conectar es 3 o inferior a 3.

3. El circuito de la figura P3.1 dispone de un interruptor que puede conmutar entre las posiciones 1 y 2. Inicialmente se encuentra en la posición 2, en la que ha estado durante mucho tiempo. Consideraremos que $V_g = 10$ V.

a) Si cambiamos la posición del interruptor, cuál es la tensión en los bornes del condensador $v_c(t = 0^+)$ y la intensidad que circula para él, $i_c(t = 0^+)$? (Ayuda: para simplificar el análisis, podéis considerar el equivalente de Thévenin que ve el condensador).

b) Encontrad en este caso la expresión para el comportamiento transitorio de la tensión en los bornes del condensador $v_c(t)$.

c) Si después de $t = 9\text{ms}$ volvemos a cambiar la posición del interruptor, encontrad la expresión para la corriente y la tensión del condensador.

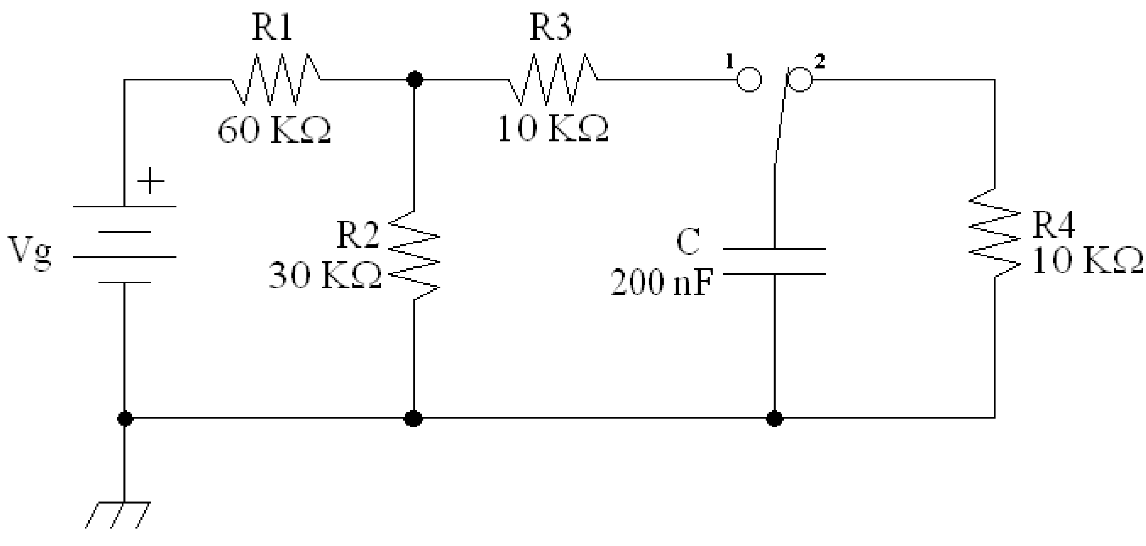


Figura P3.1. Circuito del problema 3.

Solución

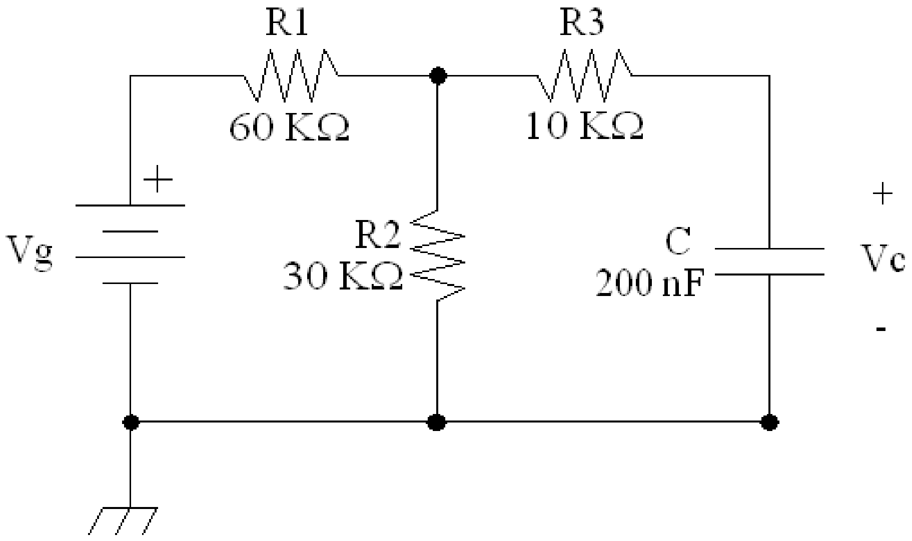
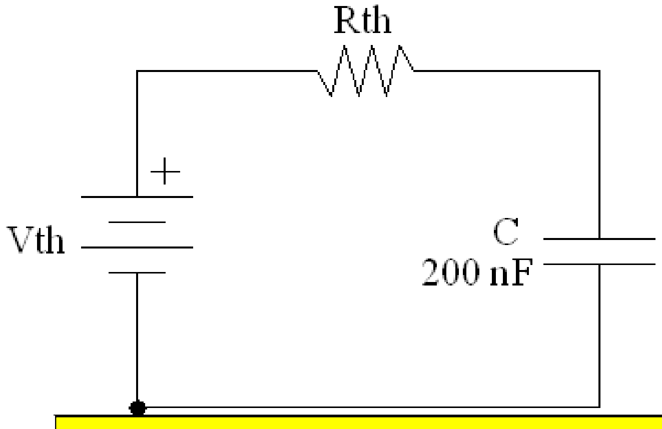


Figura P3.2. Circuito del problema 3 en $t = 0^+$ s.

El cual, ya que lo que nos interesa son la tensión y la intensidad del condensador, lo podemos sustituir por el equivalente Thévenin, tal como muestra en la figura:

$$R_{Th} = (R_1 // R_2) + R_3 = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3}{R_1 + R_2} \quad (33)$$

$$V_{Th} = V_g \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (34)$$



$$R_{Th} = \frac{30\cdot 10^3\ \Omega\ \cdot 60\cdot 10^3\ \Omega\ +\ 30\cdot 10^3\ \Omega\ \cdot 10\cdot 10^3\ \Omega\ +\ 10\cdot 10^3\ \Omega\ \cdot 60\cdot 10^3\ \Omega}{30\cdot 10^3\ \Omega\ +\ 60\cdot 10^3\ \Omega} \tag{36}$$

$$R_{Th} = \frac{(1800+\ 300+\ 600)\cdot 10^3\ \Omega}{90} = 30\cdot 10^3\ \Omega\ = 30\text{k}\Omega \tag{37}$$

Y, por la tensión Thévenin:

$$V_{Th} = 10\text{V}\frac{30\text{k}\Omega}{60\text{k}\Omega\ +\ 30\text{k}\Omega} = 10\text{V}\frac{30\cdot 10^3\ \Omega}{60\cdot 10^3\ \Omega\ +\ 30\cdot 10^3\ \Omega} \tag{38}$$

$$V_{Th} = 10\text{V}\frac{30}{90} = \frac{10}{3}\text{V} \tag{39}$$

Una vez tenemos este equivalente Thévenin, podemos utilizar todas las fórmulas y los razonamientos que aparecen a los apuntes (apartado 1, módulo 2). En primer lugar, como sabemos, el voltaje en los bornes de un condensador no puede variar bruscamente, con lo cual tendremos:

$$v_c(t = 0^+) = 0 \tag{40}$$

Lo que implica que toda la caída de potencial que crea V_{Th} se dé a la resistencia, con lo cual la corriente que pasará por el condensador será:

$$i_c(t = 0^+) = \frac{V_{Th}}{R_{Th}} = \frac{\frac{10}{3}\text{V}}{30\cdot 10^3\ \Omega} \tag{41}$$

$$i_c(t = 0^+) = \frac{1}{9}\cdot 10^{-3}\text{A} = \frac{1}{9}\text{mA} \tag{42}$$

Utilizando el circuito equivalente Thévenin que hemos calculado en el apartado anterior, podemos ver cómo este circuito es equivalente a lo que aparece a los apuntes (Módul 2, Figura 7). Así pues podemos aplicar las fórmulas obtenidas en este apartado para calcular la tensión en los bornes del condensador (Ecuación 24, Módulo 2), que vendrá dada por:

$$v_c(t) = \frac{10}{3}\mathrm{V}\cdot\left(1 - e^{-\frac{t}{6\cdot 10^{-3}}}\right) \tag{45}$$

Después de 9 ms, el condensador no estará completamente descargado, sino que tendrá una diferencia de potencial entre sus bornes:

$$v_c(t = 9\mathrm{ms} = 9\cdot 10^{-3}\mathrm{s}) = \frac{10}{3}\mathrm{V}\left(1 - e^{-\frac{3}{2}}\right) \tag{46}$$

En este momento, lo que tenemos es un condensador cargado con una tensión de carga que es igual a la expresión que acabamos de calcular. Si ahora cambiamos la posición del interruptor, como ya no habrá fuente de tensión actuante sobre el circuito, lo que tendremos es que el condensador se descargará por la resistencia R_4. Si este instante fuera $t = 0$ s, podríamos aplicar las fórmulas de descarga de un condensador (Módulo 2, apartado 1), y tendríamos:

$$v_c(t') = \frac{10}{3}\mathrm{V}\cdot\left(1 - e^{-\frac{3}{2}}\right)\cdot e^{-\frac{t'}{R_4\cdot C}} = \frac{10}{3}\mathrm{V}\cdot\left(1 - e^{-\frac{3}{2}}\right)\cdot e^{-\frac{t'}{10\mathrm{k}\Omega\cdot 200\mathrm{nF}}} \tag{47}$$

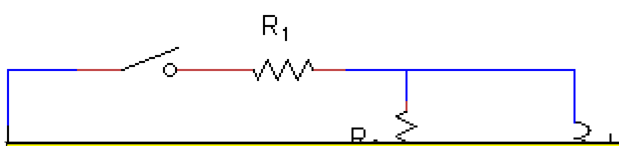
$$v_c(t') = \frac{10}{3}\mathrm{V}\cdot\left(1 - e^{-\frac{3}{2}}\right)\cdot e^{-\frac{t'}{10\cdot 10^3\,\Omega\cdot 200\cdot 10^{-9}\mathrm{F}}} = \frac{10}{3}\mathrm{V}\cdot\left(1 - e^{-\frac{3}{2}}\right)\cdot e^{-\frac{t'}{2\cdot 10^{-3}}} \tag{48}$$

Ahora bien, si queremos dejar esta expresión en función de la misma escalera temporal que el resultado del apartado anterior, lo que tenemos que hacer es cambiar la variable temporal. Para hacer eso, tenemos que pensar que el instante $t' = 0$ s es lo mismo que el instante $t = 9$ ms, con lo cual:

$$v_c(t) = \frac{10}{3}\mathrm{V}\cdot\left(1 - e^{-\frac{3}{2}}\right)\cdot e^{-\frac{t - 9\cdot 10^{-3}}{2\cdot 10^{-3}}} \tag{49}$$

---

4. Suponed que en el instante t=0 cerramos el interruptor del siguiente circuito:



Acabaremos este ejercicio analizando con el PSpice los resultados obtenidos. Para ello, primero dibujaremos el circuito en el PSpice. Al hacerlo, no es necesario dibujar el interruptor, porque el Pspice ya tiene una opción (que indicamos más adelante) para simular que el circuito empieza a funcionar en t = 0 s. Con este circuito, solicitaremos el análisis *Transient* con los siguientes parámetros:

Print step = 0.1us

Final time = 100us

El parámetro *Print step* lo podemos variar según el número de puntos que queramos ver en la simulación. 1.000 puntos es un valor muy adecuado. En este caso, si el tiempo que estamos mirando es de los 0 s a los 100 μs:

$$\textit{Print Step} = \frac{100\cdot 10^{-6}}{1.000} = 0{,}1\cdot 10^{-6}\ \text{s} = 0{,}1\ \mu\text{s}$$

Sobretodo, activad la casilla *Skip initial transient solution*, porque si no el PSpice realiza el anàlisis considerando que las fuentes han empezado a funcionar en $t = -\infty$. Por tanto, si no activamos la casilla y miramos la simulación desde t = 0 s, la bobina (y los condensadores, en caso que hubiesen en el circuito) ya estarán cargados, de manera que no podremos visualizar la evolución temporal que nos interesa.

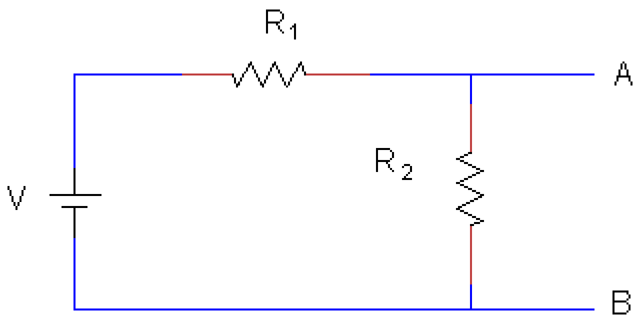
b) Visualizad la forma de la intensidad que pasa por la bobina y comprobad que sus valores inicial y final son los esperados.

c) Visualizad la forma de la tensión que cae en la bobina y comprobad que sus valores inicial y final son los esperados.

d) Visualizando la forma de la intensidad de la bobina, y usando el cursor como ayuda, determinad el valor que tiene la corriente en $t = \frac{\tau}{2}$. Comparad el valor visualizado con el que os da la fórmula obtenida en el apartado (a).

Recordad que en los recursos de la asignatura hay un documento donde se explica cómo utilizar el PSpice.

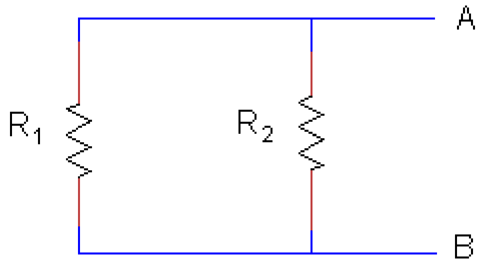
NOTA: Ilustrad vuestras respuestas con las capturas de pantalla correspondientes, cuando sea necesario. Para copiar una gráfica también podéis usar el comando *Copy to Clipboard* del menú *Window*.



Entonces, V_{th} será la tensión de R_2, el resultado del divisor de tensión:

$$V_{th} = V \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 10 \frac{2.000}{6.000 + 2.000} = 2{,}5 \ V$$

En cuanto a R_{th}, si anulamos la fuente de tensión tenemos:



Y la R_{th} será simplemente la asociación en paralelo de R_1 y R_2:

$$R_{th} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6.000 \cdot 2.000}{6.000 + 2.000} = 1.500 \ \Omega = 1{,}5 \mathrm{k}\Omega$$

Así pues, tenemos ahora este circuito equivalente al inicial donde, como hemos calculado hasta ahora, V_{th} = 2,5 V, R_{th} = 1,5 K y L = 10 mA:

Este es el circuito de carga de una bobina que aparece en los apuntes, y sabemos que la intensidad que pasa por la bobina será de la forma:

$$i(t) = K\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

donde:

$$\tau = \frac{L}{R_{th}} = \frac{0{,}01}{1.500} = 6{,}67 \cdot 10^{-6}\ \text{s} = 6{,}67\ \mu\text{s}$$

Para calcular el valor de K nos hemos de fijar en las condiciones de entorno (es el valor de la intensidad cuando t → ∞). Cuando ha pasado suficiente tiempo, la bobina se comporta como un cortocircuito y, por tanto, el valor de K será:

$$K = \frac{V_{th}}{R_{th}} = \frac{2{,}5}{1.500} = 1{,}67 \cdot 10^{-3}\ \text{A} = 1{,}67\ \text{mA}$$

De este modo, la intensidad que atraviesa la bobina será:

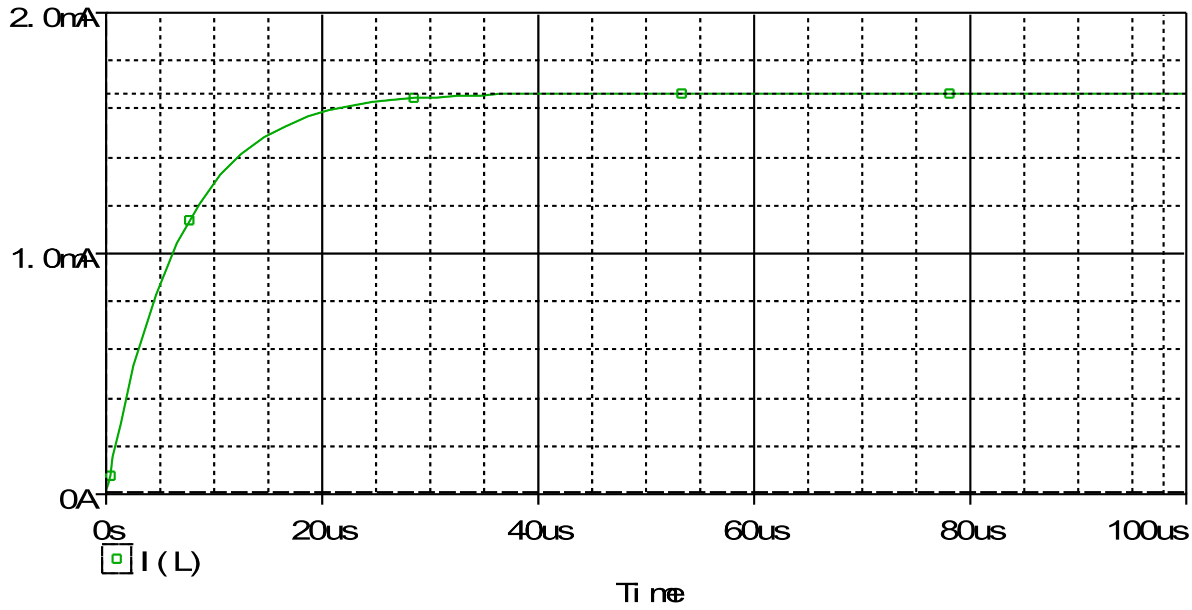
$$i(t) = 1{,}67 \cdot 10^{-3} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{6{,}67 \cdot 10^{-6}}}\right)\ \text{A}$$

Para determinar el tiempo de carga, debemos recordar que éste (le llamaremos t_c) vale:

$$t_c = 5 \cdot \tau = 5 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-6} = 33{,}3 \cdot 10^{-6}\ \text{s} = 33{,}3\ \mu\text{s}$$

Pasemos ahora al análisis del circuito con el Pspice. Introducimos en el Pspice el circuito:

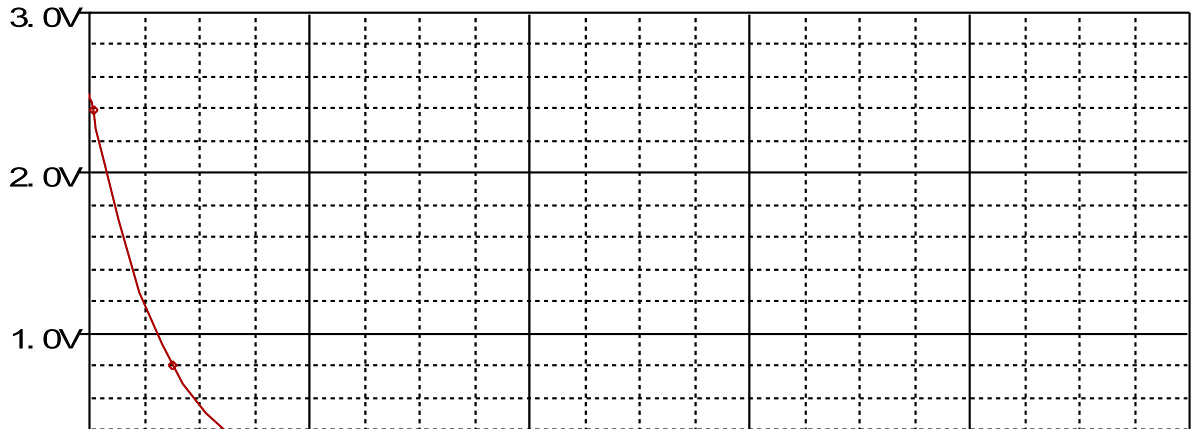
b) La intensidad que pasa por la bobina es ésta:



Vemos que la intensidad aumenta gradualmente desde 0 A, cuando t = 0 s. Esto encaja con lo que esperábamos, porque la corriente no puede cambiar de valor bruscamente en una bobina.

Ahora veamos el valor cuando llega al régimen permanente. Posicionamos el cursor en los 95 μs de la escala de tiempo, y se observa una corriente de 1,667 mA, que es el valor esperado.

c) La gráfica obtenida para la tensión de la bobina es la siguiente:

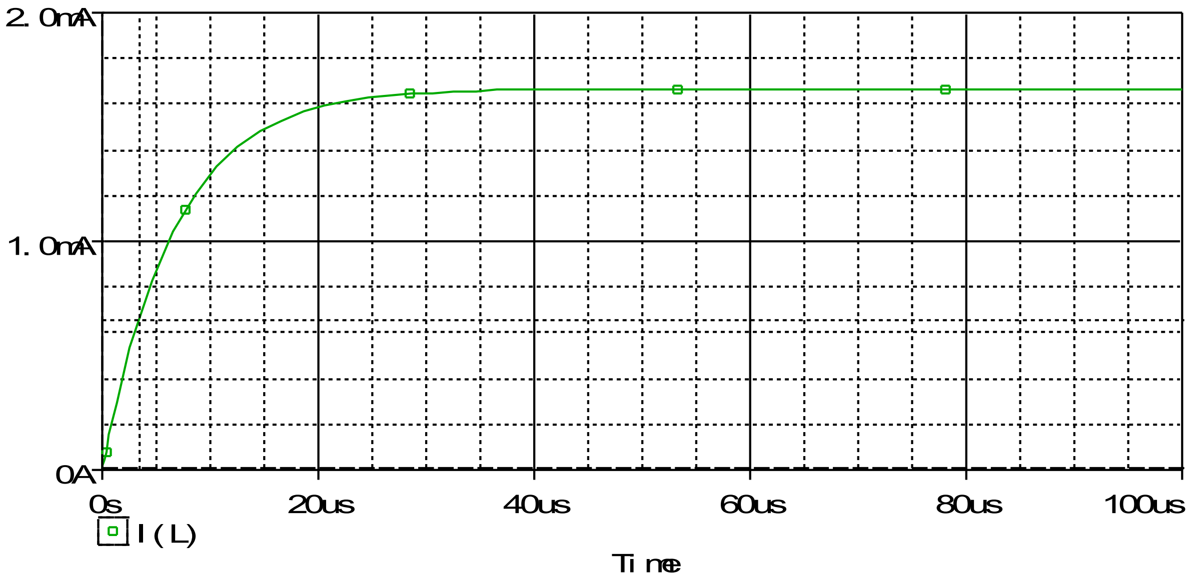


comporta como un cortocircuito, de manera que la diferencia de potencial entre sus terminales ha de ser 0 V.

d) Según lo obtenido en el apartado (a), tenemos el siguiente valor para $\frac{\tau}{2}$:

$$\frac{\tau}{2} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-6}}{2} = 3{,}33 \cdot 10^{-6}\ \text{s}$$

Visualizamos la gráfica con el cursor (es la primera línea discontinua vertical):



En el cursor, vemos el siguiente valor:

Probe Cursor		
A1 =	3.3663u,	651.504u
A2 =	20.000n,	4.9851u
dif=	3.3463u,	646.519u

El valor del cursor es el marcado como *A1*. El primer valor es la escala de tiempo, y el segundo es la intensidad marcada.

Si hacemos el cálculo con la fórmula obtenida en el apartado (a) y sustituimos por el valor de