

Práctica N^o 2

Espacios Vectoriales

1. Analizar cuáles de los siguientes subconjuntos de \mathbb{R}^3 son subespacios vectoriales y para aquellos que lo sean calcular una base y su dimensión.
 - 1.1. $\mathcal{W} = \{(2x, x, -7x)/x \in \mathbb{R}\}$
 - 1.2. $\mathcal{W} = \{(x, y, z)/x + y + z = 0 \text{ y } x - y - z = 0\}$
 - 1.3. $\mathcal{W} = \{(x, y, z)/x = y + z + 1\}$

2. Analizar cuáles de los siguientes conjuntos son subespacios vectoriales de $\mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ y para aquellos que lo sean calcular una base y su dimensión.
 - 2.1. $\mathcal{W} = \{M \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})/\det(M) = 0\}$.
 - 2.2. $\mathcal{W} = \{M \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})/M = M^T\}$.
 - 2.3. $\mathcal{W} = \{M \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})/M \text{ es diagonal}\}$

3. Analizar cuáles de los siguientes conjuntos son subespacios vectoriales de $\mathbb{R}_2[t]$ (polinomios con coeficientes reales de grado menor o igual a dos), y para aquellos que lo sean calcular una base y su dimensión.
 - 3.1. $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathbb{R}_2[t] / 3p(0) + p(1) = 1\}$
 - 3.2. $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathbb{R}_2[t] / p'(0) + p''(0) = 0\}$
 - 3.4. $\mathcal{W} = \{p(t) \in \mathbb{R}_2[t] / p(0) = 0 \text{ y } p'(0) = 0\}$

4. Determinar m y n para que $(1, 1, 0, m), (3, -1, n, -1), (-3, 5, m, -4)$ sean dependientes.
5. Si $u = (1, 2, 1), v = (1, 3, 2), x = (1, 1, 0)$ e $y = (3, 8, 5)$, probar que $L(\{x, y\}) = L(\{u, v\})$.
6. En el espacio vectorial real \mathbb{R}^3 sea $\mathcal{B} = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 0, 1)\}$. Probar que \mathcal{B} es base de \mathbb{R}^3 . Calcular las coordenadas de los vectores de la base canónica respecto a \mathcal{B} .
7. Se consideran los siguientes vectores de \mathbb{R}^4 : $v_1 = (1, 1, 0, 0), v_2 = (1, 0, 1, 1), v_3 = (0, 0, 1, 0)$.
 - 7.1. Demostrar que son linealmente independientes.
 - 7.2. Ampliar a una base de \mathbb{R}^4 y respecto de esta base hallar las coordenadas de los

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

- - -

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



9. Sean $\mathcal{W}_1 = L(\{(-1, 0, 0, 1), (0, -1, -, 1, 1), (0, 1, -1, 0)\})$, y $\mathcal{W}_2 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / x + t = 0\}$. Se pide:

9.1. Ecuaciones implícitas de \mathcal{W}_1 y paramétricas de \mathcal{W}_2 .

9.2. Dar bases de $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2, \mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$.

9.3. Determinar para qué valor del parámetro λ el vector $(\lambda, 1, 2 - \lambda, 1)$ es de \mathcal{W}_1 .

10. En el espacio vectorial real $\mathcal{M}_{2,2}(\mathbb{R})$ se consideran los subespacios vectoriales

$$\mathcal{W}_1 = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{2,2}(\mathbb{R}) / a + b + c + d = 0 \right\}, \mathcal{W}_2 = L \left(\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\} \right).$$

Calcular una base, ecuaciones implícitas y paramétricas de $\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2$ y $\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2$.

11. En el espacio vectorial real \mathbb{R}^3 se consideran las bases $\mathcal{B}_1 = \{(1, 0, 1), (2, 1, -1), (0, 0, 3)\}$ y $\mathcal{B}_2 = \{(-1, 1, 0), (2, 0, 1), (3, -1, 0)\}$. Hallar la matriz de cambio de base de \mathcal{B}_1 a \mathcal{B}_2 . Dado el vector u de coordenadas $3, 3, 1$, respecto a \mathcal{B}_2 , calcular sus coordenadas en \mathcal{B}_1 .

12. Sea $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, e_3\}$ base de \mathcal{V} y $\mathcal{B}^* = \{2e_1 - e_2 + e_3, e_1 + e_3, e_1 + e_2 + e_3\} = \{e_1^*, e_2^*, e_3^*\}$.

12.1 Demostrar que \mathcal{B}^* es base de \mathcal{V} . Encontrar las matrices del cambio de base.

12.2 Hallar las coordenadas respecto a \mathcal{B} de $v = -2e_1^* + 3e_2^* + e_3^*$.

13. En el espacio vectorial real $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ se considera la base

$$\mathcal{B}_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Hallar las matrices de cambio de base de \mathcal{B}_1 a \mathcal{B}_c y de \mathcal{B}_c a \mathcal{B}_1 . Calcular las coordenadas en \mathcal{B}_1 de $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

14. En el espacio vectorial real $\mathbb{R}_2[t]$ se considera la base $\mathcal{B}_1 = \{1 - t, t + t^2, 2t + t^2\}$. Calcular las matrices de cambio de base de \mathcal{B}_1 a \mathcal{B}_c y de \mathcal{B}_c a \mathcal{B}_1 . Dado el polinomio $p(t) = 2 + 3t + 3t^2$, determinar sus coordenadas en \mathcal{B}_1 .

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a background of a light blue and white abstract shape that resembles a stylized 'C' or a wave.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70