

Problemas Tema 7:

1. Para comprobar la dependencia de la fuerza gravitatoria con la inversa del cuadrado de la distancia inherente a su ley universal, Newton comparó la aceleración de caída libre de los cuerpos cerca de la superficie terrestre con la aceleración centrípeta experimentada por la luna en su movimiento de rotación alrededor de la tierra. Se pide calcular el cociente entre estas dos aceleraciones y reproducir las conclusiones de Newton usando los siguientes datos: $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$; $R_T = 6.37 \cdot 10^6 m$, $r_L = 60R_T$; $T_L = 27.3$ días (donde r_L y T_L son el radio y el periodo de rotación de la Luna y R_T el radio de la tierra).

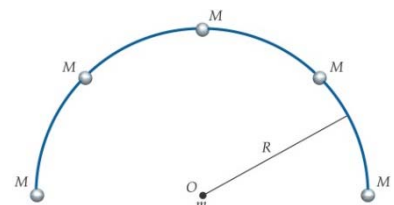
2. En un sistema de estrellas binarias, dos estrellas orbitan alrededor de su centro común de masas. Si las estrellas tienen masas m_1 y m_2 , y están separadas por una distancia r , se pide demostrar que la 3ª ley de Kepler para el sistema obedece la expresión $T^2 = 4\pi^2 r^3 / [G(m_1 + m_2)]$.

3*. (a) Demostrar que la energía total (mecánica) de un satélite que describe una órbita circular es igual a la mitad de su energía potencial. (b) Si se pretende situar un satélite artificial de masa 50 kg en una órbita circular de 500 km de altura sobre la superficie de la Tierra, se pide calcular:

- i) La velocidad que ha de poseer el satélite para girar en esa órbita.
- ii) La energía cinética que posee en ella.
- iii) La energía mecánica total del satélite en su órbita.
- iv) La energía que fue preciso comunicarle para situarlo a esa altura

4*. Una esfera sólida de radio R y masa M tiene una densidad de masa no uniforme. La densidad ρ , definida como su masa por unidad de volumen, es proporcional a la distancia r medida desde el centro de la esfera. Es decir, $\rho = Cr$ para $r \leq R$, donde C es una constante. (a) Determinar C . (b) Determinar g para $r < R$. Utilizar $dV = 4\pi r^2 dr$ para una corteza esférica de grosor dr .

5. Cinco cuerpos con masas iguales M están equidistantes sobre el arco de una semicircunferencia de radio R como se indica en la figura. Se sitúa un objeto de masa m en el centro de curvatura del arco. Obtener la expresión vectorial para la fuerza gravitatoria que actúa sobre la masa m .



6. La distancia entre los centros de la Tierra y la luna es de $3,84 \cdot 10^8$ m. Sabiendo que la masa de la Tierra es aproximadamente 81 veces la de la luna calcule: (a) el punto situado sobre la recta que une ambos centros en el que la intensidad del campo gravitatorio total es nula; (b) el punto de esa misma recta donde la intensidad del campo gravitatorio de la Tierra es el doble que el de la luna.

7. Hallar el cociente entre las velocidades con que debe lanzarse verticalmente un satélite desde la superficie terrestre para que alcance una altura sobre el suelo $h = R_T/5$ con velocidad nula en los dos siguientes supuestos: (1) Considerando que la aceleración de la gravedad es siempre constante e igual a lo que vale en la superficie terrestre (Esto es que la energía potencia es $U = mgh$). (2) Suponiendo que la aceleración de la gravedad obedece las leyes de gravitación de Newton.

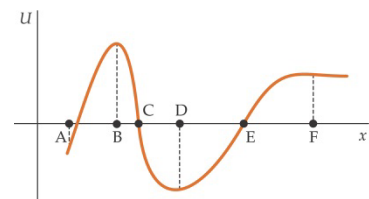
* Las soluciones a los problemas 3 y 4 deberán ser entregados al comienzo de la clase del 2/12/2016.

Problemas Tema 8:

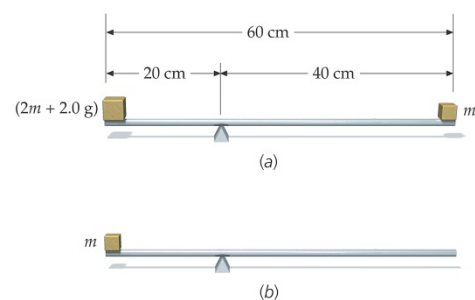
1. Considérese la energía potencial gravitatoria que posee un satélite sometido al campo gravitatorio creado por la tierra y la luna a lo largo de la recta que las une (ver problema 6, hoja 7). Se pide demostrar que el punto donde el campo gravitatorio se anula es un punto de equilibrio inestable.

2*. La energía potencial de un objeto en el eje x está dada por $U(x)=x\text{sen}(x)$, donde U está en Julios y x en metros. (a) $x=1$ es un punto de equilibrio estable del sistema; (b) $x=1$ es un punto de equilibrio inestable del sistema; (c) la función energía potencial $U(x)$ involucra funciones periódicas y no tiene puntos de equilibrio; (d) $x=0$ es un punto de equilibrio estable del sistema; (e) $x=0$ es un punto de equilibrio inestable del sistema. Razona tu(s) respuesta(s).

3*. La figura muestra una función energía potencial U en función de x . (a) En cada punto indicado, establecer si la componente x de la fuerza conservativa asociada a U es positiva, negativa o cero. (b) ¿En qué punto la fuerza posee el módulo máximo? (c) Identificar los puntos de equilibrio y establecer si el equilibrio es estable, inestable o neutro.



4. Una barra delgada de 60 cm de longitud se equilibra sobre un pivote situado a 20 cm de un extremo cuando un objeto cuya masa de $(2m + 2 \text{ gramos})$ está en el extremo más próximo al pivote y otro objeto de masa m en el extremo opuesto (ver figura a). También se consigue el equilibrio si el objeto $(2m + 2 \text{ gramos})$ se reemplaza por el objeto m y en el otro extremo no se sitúa objeto alguno (ver figura b). Determinar la masa de la barra.



5. Una probeta normalizada de 13,8 mm de diámetro y 100 mm de longitud es sometida a un ensayo de tracción (se estira de los extremos). En un determinado instante el incremento de longitud es $3 \cdot 10^{-3}$ mm. Si el módulo de Young del material es de 210,7 GPa determine para ese instante: (a) La deformación longitudinal de la probeta; (b) La tensión que se ejerce sobre la probeta; (c) La fuerza, expresada en N, que se ejerce sobre la probeta.

6. Imagine que trabaja como ingeniero en una fábrica que produce varillas y alambres por trefilado. Un cliente solicita un lote de piezas de 300 mm de longitud que tienen que soportar una fuerza aplicada de 5000 N sin experimentar deformación plástica y está interesado en que pesen lo menos posible. En ese momento se dispone en la fábrica de latón, acero y aluminio cuyos límites elásticos y sus densidades son respectivamente 345, 690, 275 MPa y 8,5, 7,9, 2,7 g/cm^3 . ¿Qué material sería el más adecuado para este cliente?

7. Una barra cilíndrica de acero con un límite elástico de 325 MPa y con un módulo de Young de 207 GPa se somete a la acción de una fuerza de $2,5 \cdot 10^4$ N. Si la barra tiene una longitud inicial de 700 mm calcule qué diámetro debe de tener si se desea que no se alargue más de 0,35 mm. ¿Permanecerá deformada la barra una vez que se haya dejado de aplicar la fuerza? ¿Por qué?

* Las soluciones a los problemas 2 y 3 deberán ser entregados al comienzo de la clase del 2/12/2016.