

Tema 1: Definición y Fundamentos de Antenas

- 1.1 Introducción y definición de antena.
 - 1.2 Tipos de antenas y bandas de frecuencia de radio.
 - 1.3 Fundamentos de radiación y de propagación.
 - 1.4 Distribución de corriente y teorema de Poynting.
 - 1.5 Potenciales retardados.
 - 1.6 Radiación de un elemento de corriente
 - 1.7 Campos radiados por una antena: condición de campo lejano.
-

1.1 Introducción y definición de antena

Las comunicaciones mediante métodos eléctricos no comenzaron hasta la introducción de la telegrafía en 1844, seguida de la telefonía en 1878. En estos sistemas, las señales eléctricas se enviaban sobre líneas bifilares. Aunque Maxwell predijo teóricamente en 1864 la existencia de ondas electromagnéticas, éstas no fueron detectadas experimentalmente hasta que Hertz en 1886 construyó una fuente radiante resonante a 75 MHz (dos placas metálicas planas coplanares conectadas a una bobina inductiva) y un sistema receptor formado por una espira abierta con un pequeño hueco sobre el que saltaban chispas, prueba inequívoca de la transmisión de energía entre ambos circuitos. Hertz también construyó antenas más sofisticadas: dipolos y hasta un reflector cilíndrico parabólico alimentado por

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

los 40 la tecnología de radio se centró en el empleo de diversas antenas de hilo alcanzando las frecuencias de la banda de UHF. Durante la 2ª Guerra Mundial se introdujeron nuevas antenas (guías, bocinas, reflectores) para aplicaciones radar a frecuencias de microondas (a partir de 1 GHz) gracias al descubrimiento de nuevos generadores como el klystron y el magnetrón. Estas nuevas frecuencias y antenas se aprovecharon rápidamente para establecer radioenlaces fijos. El siguiente impulso se ha dado desde los años 60 hasta ahora con las comunicaciones de espacio profundo y comunicaciones vía satélite. La introducción de los ordenadores y la aplicación masiva de métodos numéricos (Método de los Momentos, Métodos Modales...) han permitido además analizar y sintetizar nuevas antenas optimizadas para cada aplicación.

El “Institute of Electrical and Electronics Engineers” (IEEE) define una antena como aquella parte de un sistema transmisor o receptor diseñada específicamente para radiar o recibir ondas electromagnéticas (IEEE Std. 145-1983).

Sus formas son muy variadas, y todas ellas tienen como común denominador ser una transición entre una zona donde existe una onda electromagnética guiada y el espacio libre, a la vez que distribuye la energía radiada en las distintas direcciones del espacio con un cierto carácter direccional, que dependerá de la aplicación concreta. Por ejemplo en radiodifusión o comunicaciones móviles se querrá radiar sobre la zona de cobertura de forma omnidireccional, mientras que en radioenlaces fijos interesará que las antenas sean direccionales. Si se estudia la antena en recepción, toda antena es capaz de captar energía del espacio, absorberla y entregarla al receptor.

En definitiva, las dos misiones básicas de una antena son las de *transmitir* y *recibir*. Estas misiones imponen para cada aplicación una serie de condiciones particulares sobre:

- Su capacidad de radiar o recibir de unas determinadas direcciones (direccionalidad).
- La frecuencia o banda de frecuencias de trabajo
- Los niveles de potencia que debe soportar.
- La eficiencia de la antena.

Estas características, y en particular el carácter más o menos directivo de la antena y la banda de frecuencia de trabajo, van a imponer la existencia de una gran variedad de tipos de antenas; algunas de las cuales se estudiarán a lo largo de este curso.

1.2 Tipos de antena y bandas de frecuencia de radio

La banda de frecuencia de trabajo va a definir el tipo de antena a utilizar e incluso sus

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

Por ejemplo, en las frecuencias típicas de radiodifusión AM (en la banda de 540 a 1600 kHz), la longitud de onda es del orden de 300 metros (calculada a 1000 kHz), por lo que ninguna antena va a ser eléctricamente grande (de varias longitudes de onda de longitud). Como se verá más adelante, las antenas eléctricamente cortas nunca pueden ser muy directivas, por lo que ya se puede vislumbrar que ésta será una de las características primordiales de las antenas en estas bandas de frecuencia.

Por el contrario, en frecuencias de microondas (p.e. 10 GHz) la longitud de onda es de 3 cm, con lo que construir una antena eléctricamente grande es mucho más fácil. En estas frecuencias las antenas podrán ser muy directivas.

Si las propiedades de las antenas varían fuertemente con la frecuencia de trabajo, lo mismo pasa con los mecanismos de la propagación de las ondas. Al igual que las antenas se miden con su *longitud eléctrica* los distintos objetos naturales o artificiales que pueden afectar a la propagación de las ondas (p.e. una colina, un edificio ...) también se van a medir con sus dimensiones eléctricas. Los efectos que produce un obstáculo de una determinada dimensión van a depender de la frecuencia de la onda. En la Tabla 1.1 se muestran bandas de frecuencias de radio con sus principales aplicaciones.

En algunas bandas y para algunas aplicaciones se utilizan otras nomenclaturas. Por ejemplo, en aplicaciones de microondas y radar se suele utilizar la división en banda L, S, C, X, Ku, K, Ka ..., en aplicaciones de televisión, banda I, banda II, banda III...

Los tipos de antenas más comunes que se van a estudiar se dividen según el modo de radiación en los siguientes bloques:

- *Elementos de corriente*: típicamente son hilos conductores que soportan una onda estacionaria de corriente.
- *Antenas de onda progresiva*: se suelen construir con hilos conductores eléctricamente largos terminados en cargas adaptadas o con guías dieléctricas.
- *Arrays o agrupaciones de antenas*: son un conjunto de antenas iguales donde se controla la amplitud y fase de la alimentación de cada elemento para conseguir unas propiedades de radiación u otras.
- *Aperturas*: la radiación se produce en función de los campos de la onda que atraviesa dicha apertura. Ejemplos de antenas de este tipo son el extremo de una guía de onda en circuito abierto, guías abocinadas (bocina) y estructuras más complejas como reflectores o lentes.

En la Figura 1.1 se presentan los distintos tipos de elemento que se utilizan en cada

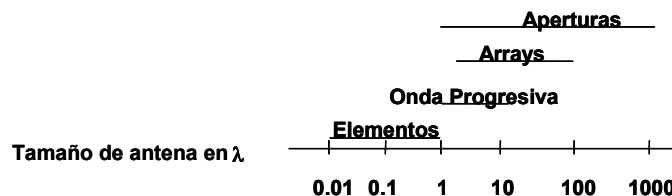
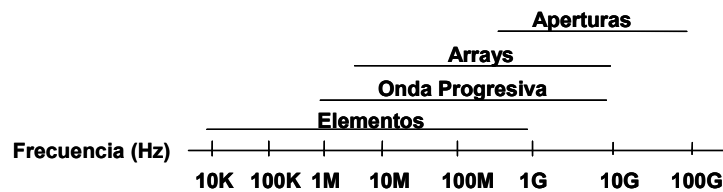
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Frequency band	Designation	Typical service
3–30 kHz	Very low frequency (VLF)	Navigation, sonar
30–300 kHz	Low frequency (LF)	Radio beacons, navigational aids
300–3000 kHz	Medium frequency (MF)	AM broadcasting, maritime radio, Coast Guard communication, direction finding
3–30 MHz	High frequency (HF)	Telephone, telegraph, and facsimile; shortwave international broadcasting; amateur radio; citizen's band; ship-to-coast and ship-to-aircraft communication
30–300 MHz	Very high frequency (VHF)	Television, FM broadcast, air traffic control, police, taxicab mobile radio, navigational aids
300–3000 MHz	Ultrahigh frequency (UHF)	Television, satellite communication, radiosonde, surveillance radar, navigational aids
3–30 GHz	Superhigh frequency (SHF)	Airborne radar, microwave links, common-carrier land mobile communication, satellite communication
30–300 GHz	Extremely high frequency (EHF)	Radar, experimental

Tabla 1.1: Bandas de frecuencia



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

1.3 Fundamentos de radiación y de propagación

Los fenómenos de radiación de una antena y de propagación de ondas son fenómenos electromagnéticos, y como tales se rigen por las ecuaciones de Maxwell que relacionan campos eléctricos y magnéticos con las fuentes (corrientes y cargas). Como las antenas tienen un comportamiento de banda muy ancha comparada con la de los canales de transmisión de audio y video, basta con estudiar las mismas en régimen permanente sinusoidal. Para variaciones temporales de las fuentes de la forma $e^{j\omega t}$, y expresando las magnitudes de corrientes y campos como fasores, las ecuaciones de Maxwell se reducen a las expresiones 1.1 a 1.4 (Ley de Faraday, ley de Ampere generalizada, ley de Gauss y ecuación de continuidad del flujo magnético):

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\vec{B} \quad (1.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\vec{D} + \vec{J} \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.4)$$

Las expresiones anteriores, junto con la ecuación de continuidad (1.5), que expresa el principio de conservación de la carga, constituyen la base matemática para la resolución de los problemas electromagnéticos de la radiación y la propagación de ondas. Realmente, dichas ecuaciones se pueden reducir a tan sólo tres, porque las expresiones de la divergencia (1.3 y 1.4) no son independientes de las restantes.

$$\nabla \cdot \vec{J} + j\omega\rho = 0 \quad (1.5)$$

La relación entre los vectores de intensidad de campo eléctrico (\mathbf{E}) y magnético (\mathbf{H}) con los vectores de inducción eléctrica (\mathbf{D}) y magnética (\mathbf{B}) está definida por los parámetros constitutivos del medio, permitividad eléctrica ϵ y permeabilidad magnética μ . Estas relaciones permiten trabajar únicamente con los vectores de intensidad de campo eléctrico \mathbf{E} y magnético \mathbf{H} .

$$\vec{D} = \epsilon\vec{E} \quad (1.6)$$

$$\vec{B} = \mu\vec{H}$$

Cuando el medio posee una conductividad ($\sigma \neq 0$) se genera una corriente de conducción en cada punto (1.7), que se sumará a la corriente de desplazamiento de la Ley de Ampere:

$$\vec{J}_c = \sigma\vec{E} \quad (1.7)$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$$\epsilon_{\text{eq}} = \epsilon' - j\epsilon'' = \epsilon \left(1 - j \frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right) \quad (1.8)$$

El cociente entre las partes imaginarias y real de la permitividad compleja se denomina tangente del ángulo de pérdidas, y es una medida de las pérdidas del medio.

$$\tan \delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'} = \frac{\sigma}{\omega\epsilon} \quad (1.9)$$

La resolución de los problemas de radiación electromagnética normalmente se hace mediante la resolución numérica de sistemas de ecuaciones lineales que surgen de la aplicación de las condiciones de contorno de la antena. En las condiciones de contorno aparecen los campos eléctrico y magnético, y sus correspondientes fuentes, que como se ha dicho se relacionan a través de las ecuaciones de Maxwell anteriores. El objetivo del problema es encontrar las distribuciones de corriente \mathbf{J} sobre los conductores de la estructura, y a partir de ellas obtener los campos radiados. A las frecuencias de radio, la profundidad de penetración ($1/\sqrt{\pi f \mu \sigma}$) de la corriente y los campos en el interior de los conductores que definen la antena es tan pequeña (del orden de μm), que los conductores reales pueden sustituirse por conductores perfectos ($\sigma = \infty$), y asumir que las corrientes son superficiales. Bajo esta aproximación, las condiciones de contorno a aplicar son las propias del conductor perfecto.

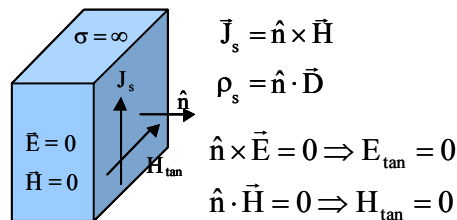


Figura 1.2: Condiciones de contorno de un conductor perfecto

1.4 Distribución de corriente y teorema de Poynting

La distribución de corriente de una antena es la función que define la forma que toma la corriente (amplitud y fase) sobre su estructura. Viene fijada por las condiciones de contorno anteriores y es, por lo tanto, una propiedad de la geometría de la estructura y del punto de excitación por la correspondiente línea de transmisión. Su obtención exacta es uno de los problemas electromagnéticos más complejos, si bien hoy en día se utilizan métodos numéricos que permiten obtener buenas aproximaciones de las mismas.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

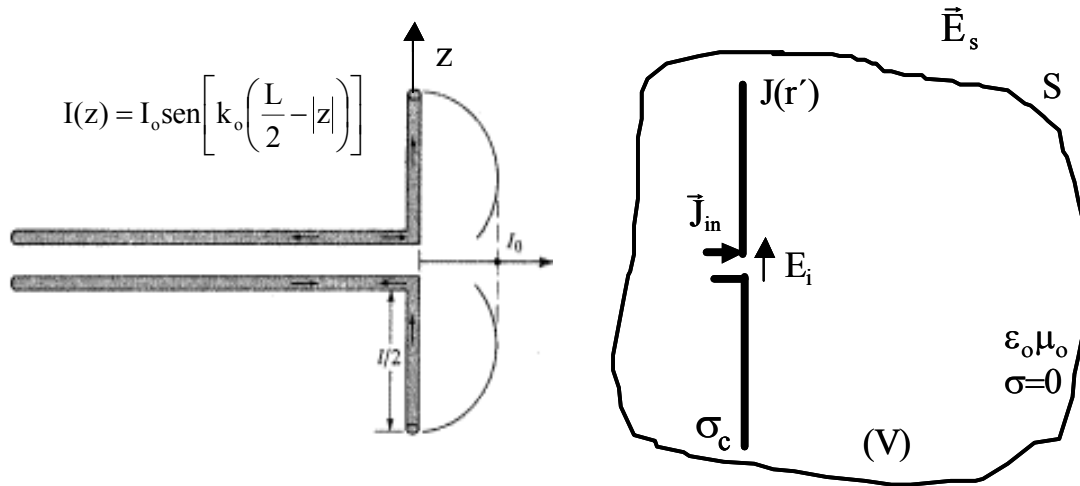


Figura 1.3: Distribución de corriente en un dipolo y su modelo de Poynting

En la Figura 1.3 se puede ver la distribución de corriente aproximada de una antena de tipo dipolo, derivada heurísticamente de la distribución de corriente de onda estacionaria de la línea bifilar de partida en circuito abierto. En la parte derecha de la figura se presenta el esquema típico que se utiliza en antenas para el análisis de potencia del fenómeno de la radiación. El transmisor, a través de la línea de transmisión, imprime una corriente en el terminal de entrada a la antena de valor J_{in} , que se extiende para el caso del dipolo, a lo largo de sus brazos como corrientes superficiales J_s . Asociadas a estas corrientes, aparece un campo impreso en el *gap* de separación de los brazos del dipolo E_i . Este campo impreso también existe a lo largo de los brazos del dipolo, si bien normalmente tiene valores muy pequeños si la conductividad de la estructura de la antena σ_c es alta como suele ser habitual. Las corrientes variables en la estructura son responsables de la radiación de la antena, dando lugar a una onda que se expande hacia el infinito, caracterizada por un campo de dispersión E_s , que se propaga a través del aire. En primera aproximación, la atmósfera se modela como el vacío, medio sin pérdidas de permitividad dieléctrica ϵ_0 y permeabilidad magnética μ_0 . Aplicando el teorema de Poynting (1.10) a un volumen V que encierra la antena, y teniendo en cuenta que el campo total se puede escribir como la suma del campo impreso y el campo dispersado: $\vec{E} = \vec{E}_i + \vec{E}_s$, se obtiene el siguiente equilibrio de potencias en valores medios (1.12)

$$0 = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\iiint_V \vec{J}^* \cdot \vec{E} dv \right] + \frac{1}{2} \text{Re} \left[\oint_S (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot d\vec{s} \right] \quad (1.10)$$

$$\frac{1}{2} \text{Re} \left[\iiint_V \vec{J}^* \cdot \vec{E} dv \right] + \frac{1}{2} \text{Re} \left[\oint_S (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot d\vec{s} \right] = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\oint_S (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot d\vec{s} \right]$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

En la expresión (1.11) el primer factor representa la potencia entregada a la antena, el segundo la potencia disipada por efecto Joule en los conductores de la antena y el tercero es la potencia que se radia al exterior, en forma de onda electromagnética. Esta potencia radiada se puede evaluar, para un medio sin pérdidas como el que estamos considerando, como el flujo del vector de Poynting (1.13) a través de cualquier superficie que encierre a la antena. Considerando superficies esféricas centradas sobre la antena se puede concluir que dicho vector decrece siempre como $1/r^2$, y que su dirección es radial. Esto es, la onda radiada se expande según una onda esférica no homogénea en todas las direcciones del espacio.

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}[\vec{E} \times \vec{H}^*] \quad (\text{W/m}^2) \quad (1.13)$$

Se define el **rendimiento de radiación de una antena como el cociente entre la potencia radiada y la potencia entregada a la misma**. En general toma valores próximos a la unidad, salvo en algunos casos especiales como pueden ser antenas eléctricamente muy cortas ($L < 0.05\lambda$) y antenas que incorporan como forma de alimentación líneas de transmisión largas sobre sustratos dieléctricos (antenas impresas).

1.5 Potenciales retardados

Para resolver problemas de geometría abierta, como son los problemas de radiación, se introducen dos potenciales auxiliares: el **potencial vector magnético retardado A** y el **potencial escalar ϕ** . La introducción de estos potenciales simplifica la solución del problema, aunque fuerza a determinar estas funciones intermedias antes de llegar a los campos electromagnéticos E y H .

El potencial vector magnético A se define aprovechando la propiedad del operador nabla por la que la divergencia del rotacional de cualquier función es siempre nula. A partir de la ley de continuidad del flujo magnético se puede hacer:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \\ \nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) &\equiv 0 \end{aligned} \Rightarrow \vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (1.14)$$

Sin embargo, esta definición deja un grado de libertad, puesto que cualquier función A' que cumpla la expresión 1.14 genera el mismo campo B que la anterior función A . Este grado de libertad permite definir una relación entre la función potencial vector magnético A y la función potencial escalar ϕ , de forma que las expresiones resulten lo más sencillas posibles, como se verá a continuación. El grado de libertad se fijará a través de la definición de la divergencia del potencial vector magnético.

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a white shadow effect, and a blue arrow-like shape points to the right behind the text.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Si se describe la ley de Faraday utilizando el potencial vector \vec{A} , se puede obtener del mismo modo que antes una función escalar, que se define como la función potencial escalar ϕ (1.17). Esta definición se apoya en la propiedad de que el rotacional de un gradiente siempre es nula: $\nabla \times (\nabla \phi) \equiv 0$

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega \vec{B} = -j\omega \nabla \times \vec{A} \Rightarrow \nabla \times (\vec{E} + j\omega \vec{A}) = 0 \Rightarrow \vec{E} + j\omega \vec{A} = -\nabla \phi \quad (1.17)$$

De la expresión anterior se obtiene la relación directa entre el campo eléctrico \vec{E} y las funciones potenciales anteriormente definidas (1.18)

$$\vec{E} = -\nabla \phi - j\omega \vec{A} \quad (1.18)$$

La ley de Ampere, particularizada para una situación de espacio libre característica de la radiación (ϵ_0, μ_0), también se puede poner en función de los potenciales anteriores:

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega \epsilon_0 \vec{E} &\Rightarrow \nabla \times \mu_0 \vec{H} = \mu_0 \vec{J} + j\omega \mu_0 \epsilon_0 \vec{E} \Rightarrow \\ \Rightarrow \nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \mu_0 \vec{J} + j\omega \mu_0 \epsilon_0 (-\nabla \phi - j\omega \vec{A}) \end{aligned} \quad (1.19)$$

Utilizando la propiedad del operador nabla:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) \equiv \nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \Delta \vec{A} \quad (1.20)$$

y reemplazando en la expresión 1.19, obtenemos la relación 1.21:

$$\Delta \vec{A} + \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J} + \nabla (\nabla \cdot \vec{A} + j\omega \mu_0 \epsilon_0 \phi) \quad (1.21)$$

Aquí es donde se puede fijar el grado de libertad que provenía de la expresión 1.15, y que está definido por la definición de la divergencia de \vec{A} , a través de lo que se conoce como Condición de Lorentz (1.22):

$$\nabla \cdot \vec{A} + j\omega \mu_0 \epsilon_0 \phi = 0 \quad (1.22)$$

Sustituyendo la Condición de Lorentz (1.22) en la expresión 1.21 se obtiene la **Ecuación de Helmholtz o Ecuación de onda** para el vector \vec{A} (1.23):

$$\Delta \vec{A} + \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J} \quad (1.23)$$

Si se repite el proceso con la Ley de Gauss vamos a llegar a una ecuación de onda similar para el potencial escalar ϕ . Introduciendo en la ley de Gauss el valor de campo

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

En este punto se puede aplicar de nuevo la Condición de Lorentz (1.22) y se obtiene la Ecuación de Helmholtz o Ecuación de onda para el escalar ϕ (1.25):

$$\Delta\phi + \omega^2\mu_0\epsilon_0\phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1.25)$$

Las ecuaciones de onda anteriores (1.23) y (1.25) relacionan directamente las fuentes \mathbf{J} y ρ con las funciones auxiliares (potencial vector \mathbf{A} y escalar ϕ). La expresión 1.18 permite obtener el campo eléctrico \mathbf{E} a partir de las funciones potencial vector y potencial escalar. El campo magnético \mathbf{H} se obtiene directamente de la expresión 1.14.

De hecho, la expresión 1.18 relaciona directamente el campo magnético \mathbf{H} con el potencial vector \mathbf{A} , sin necesidad de utilizar el potencial escalar ϕ . Aprovechando la Condición de Lorentz (1.22) y partiendo de la expresión 1.18 se puede hacer lo mismo para el campo eléctrico \mathbf{E} (1.26):

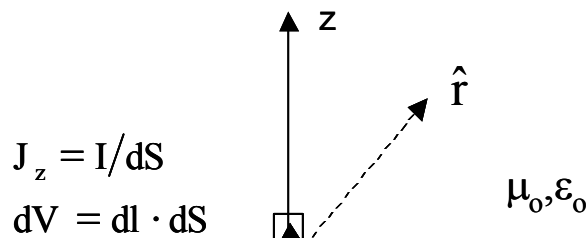
$$\vec{E} = -\nabla\phi - j\omega\vec{A} = -j\omega\vec{A} + \frac{\nabla(\nabla \cdot \vec{A})}{j\omega\mu_0\epsilon_0} \quad (1.26)$$

Esto es importante porque nos permite trabajar únicamente con el vector potencial \mathbf{A} , y por lo tanto con las corrientes eléctricas \mathbf{J} , lo que ya venía implícito en la Ecuación de Continuidad (1.5) donde se relacionaban las corrientes con las variaciones de las cargas.

En el apartado siguiente se verá el proceso necesario para obtener los campos radiados utilizando como ejemplo el caso de antena más simple: una fuente infinitesimal de corriente eléctrica fluyendo según el eje z, situada en espacio libre.

1.6 Radiación de un elemento de corriente

Si se define un elemento de corriente sobre el eje z en campo libre, definido como medio isótropo, homogéneo, indefinido y sin pérdidas (Figura 1.4) se puede realizar el proceso anterior para el cálculo de los campos radiados por dicho elemento de corriente.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

La solución de este problema pasa por resolver la Ecuación de Helmholtz o Ecuación de onda para el vector \mathbf{A} (1.23). Al estar el elemento de corriente dirigido según el eje z , el potencial vector magnético \mathbf{A} , sólo va a tener componente según z (A_z). Con una sola componente, la expresión 1.23 se simplifica al primer bloque de la expresión 1.27, convirtiéndose en una ecuación de tipo escalar en la que, dado el carácter puntual de la fuente \mathbf{J}_z se convierte en un problema de simetría esférica. En 1.27 además se ha introducido el número de onda definido a partir de los parámetros constitutivos del medio: $k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0$. Con todo ello, la ecuación a resolver es:

$$(\Delta + k_0^2)A_z = -\mu_0 J_z \Rightarrow \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dA_z}{dr} \right) + k_0^2 A_z = -\mu_0 J_z \quad (1.27)$$

Esta expresión se corresponde con una ecuación diferencial, cuya parte homogénea es la ecuación esférica de Bessel, que tiene las siguientes soluciones:

$$\begin{aligned} A_{z1}(r) &= C_1 \frac{e^{-jk_0 r}}{r} \\ A_{z2}(r) &= C_2 \frac{e^{jk_0 r}}{r} \end{aligned} \quad (1.28)$$

La primera se corresponde a una propagación hacia el infinito, mientras que la segunda se corresponde con una propagación hacia el origen. Estando situado el elemento de corriente en el origen la única solución física de nuestro problema es la primera, que constituye una onda esférica homogénea que se propaga desde el foco emisor hacia el infinito en todas las direcciones radiales del espacio. El cálculo de la constante C_1 se puede realizar integrando la ecuación 1.27 en una esfera que englobe las fuentes (como éstas son infinitesimales se calcula el límite de la integral cuando el radio de la esfera tiende a 0), obteniendo el valor:

$$C_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \int J_z dV = \frac{\mu_0}{4\pi} Idl \quad (1.29)$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e^{-jk_0 r}}{r} Idl \hat{z} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e^{-jk_0 r}}{r} Idl (\hat{r} \cos \theta - \hat{\theta} \sin \theta) \quad (1.30)$$

El carácter y la forma de viajar de la onda esférica se puede ver sin más que fijar una dirección radial y observar cómo varía el potencial A a una gran distancia en función del tiempo.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

El retardo (tiempo de propagación r/c) con que se observa el potencial (y los campos) respecto del instante en que se genera la fuente de corriente (antena) justifica el apelativo de “retardado” del potencial. Nótese que con fuentes extensas (antenas reales) los tiempos de retardo de cada foco elemental fuente al punto de observación serán diferentes, sumándose las distintas contribuciones con distintos retardos (fases), dando lugar a diagramas interferentes (diagramas de radiación).

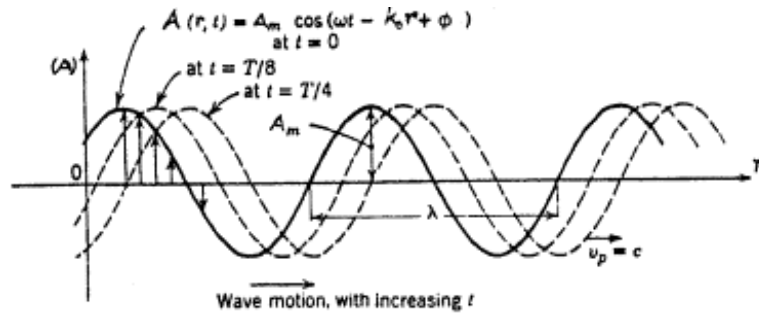


Figura 1.5: Propagación de la onda y concepto de longitud de onda

A gran distancia, en un intervalo $\Delta r \ll r$, la onda esférica se comporta como plana de longitud de onda (distancia entre dos puntos equifásicos consecutivos)

$$\lambda = cT = \frac{c}{f} = \frac{2\pi}{\omega} \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = \frac{2\pi}{k_0} \Rightarrow k_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1.33)$$

Una vez obtenido el potencial vector A se procede a calcular los campos eléctricos y magnéticos (1.34 a 1.35), donde el campo eléctrico se ha calculado haciendo uso de la Ley de Ampere (1.2) en los puntos donde no hay fuentes eléctricas $J=0$:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{A} = \hat{\phi} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rA_\theta) - \frac{\partial}{\partial \theta} A_r \right] = \hat{\phi} \frac{Idl \sin\theta}{4\pi r} \left(jk_0 + \frac{1}{r} \right) e^{-jk_0 r} \quad (1.34)$$

$$\vec{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \nabla \times \vec{H} = \frac{j\eta_0 Idl}{2\pi k_0} \left[\hat{r} \cos\theta \left(\frac{jk_0}{r^2} + \frac{1}{r^3} \right) + \hat{\theta} \frac{\sin\theta}{2} \left(-\frac{k_0^2}{r} + \frac{jk_0}{r^2} + \frac{1}{r^3} \right) \right] e^{-jk_0 r} \quad (1.35)$$

donde se ha introducido el parámetro η_0 , denominado **impedancia intrínseca del vacío**

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi.$$

Como se observa en las expresiones 1.34 y 1.35, los campos radiados por un

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

potencia reactiva (parte imaginaria de la densidad de potencia). En general, para las situaciones de campo lejano ($k_0 r \gg 1$), las Expresiones 1.34 y 1.35 se simplifican en:

$$\vec{H} = j k_0 I d \text{sen} \theta \frac{e^{-j k_0 r}}{4 \pi r} \hat{\phi} \quad (1.36)$$

$$\vec{E} = j \eta_0 k_0 I d \text{sen} \theta \frac{e^{-j k_0 r}}{4 \pi r} \hat{\theta} \quad (1.37)$$

cumpléndose las siguientes relaciones:

- Los campos \mathbf{E} y \mathbf{H} en la zona lejana son perpendiculares entre sí y a la dirección radial de propagación, comportándose, por lo tanto, localmente como una onda plana.
- La relación entre las amplitudes de campo eléctrico y campo magnético es la impedancia intrínseca del vacío.

Por último podemos calcular la densidad de potencia radiada, dada por el vector de Poynting (1.38), observando que está dirigida hacia fuera y decrece como $1/r^2$, tal como se caracterizan las ondas esféricas progresivas.

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}[\vec{E} \times \vec{H}^*] = \hat{r} |I|^2 (dl)^2 \frac{k^2 \eta \text{sen}^2(\theta)}{32 \pi^2 r^2} \quad (1.38)$$

Como se puede observar, aunque hemos analizado una fuente de corriente elemental, tanto los campos como la densidad de potencia se distribuyen en el espacio con una cierta direccionalidad determinada por la función *sen* θ . Este hecho pone de manifiesto la imposibilidad de obtener una antena de radiación perfectamente isótropa. También conviene remarcar que las expresiones obtenidas permiten modelar la radiación de pequeños dipolos cortos, de longitud total pequeña comparada con la longitud de onda.

1.7 Campos radiados por una antena: condición de campo lejano

Una antena real tendrá impresa una distribución de corriente formada por infinitos elementos de corriente \mathbf{J} situados en puntos \mathbf{r}' . Cada uno de los infinitos elementos de corrientes ocasionará, en un punto cualquiera del espacio P , un diferencial de potencial vector magnético definido por 1.39, donde $|\vec{r} - \vec{r}'|$ es la distancia entre el punto P y el punto

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

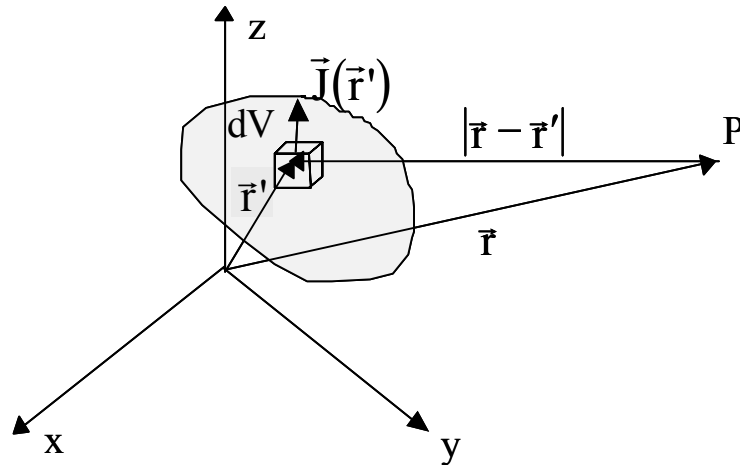


Figura 1.6: Esquema de una distribución real de corriente

$$d\bar{A}(\bar{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e^{-jk_0|\bar{r}-\bar{r}'|}}{|\bar{r}-\bar{r}'|} \bar{J}(\bar{r}') dV \quad (1.39)$$

Para el cálculo del potencial total radiado sólo tenemos que aplicar el principio de superposición, realizando la integral volumétrica de la expresión 1.40

$$\bar{A}(\bar{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_{V'} \frac{\bar{J}(\bar{r}') e^{-jk_0|\bar{r}-\bar{r}'|}}{|\bar{r}-\bar{r}'|} dV' \quad (1.40)$$

Si se aplican condiciones de conductor perfecto en la estructura de la antena, todas las corrientes pueden considerarse situadas sobre la superficie del conductor por lo que la integral volumétrica se puede simplificar como una integral de superficie (1.41). En antenas lineales (construidas con hilos conductores de diámetro despreciable frente a la longitud de onda) la integral de superficie se puede aproximar por una integral curvilínea (1.42) sobre el eje del hilo conductor si más que incluir la corriente total $I(\bar{r}')$ que atraviesa cada sección de línea, haciendo $d\oint_c \bar{J}_s(\bar{r}') dc = I(\bar{r}') d\bar{l}'$, siendo c el perímetro del hilo conductor.

$$\bar{A}(\bar{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_{S'} \frac{\bar{J}_s(\bar{r}') e^{-jk_0|\bar{r}-\bar{r}'|}}{|\bar{r}-\bar{r}'|} dS' \quad (1.41)$$

$$\bar{A}(\bar{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{L'} \frac{I(\bar{r}') e^{-jk_0|\bar{r}-\bar{r}'|}}{|\bar{r}-\bar{r}'|} d\bar{l}' \quad (1.42)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

- **Región de campo próximo reactivo:** región próxima a la antena donde predomina el campo reactivo causado por los términos $1/r^2$ y $1/r^3$.
- **Región de campo próximo radiante:** región intermedia entre la de campo reactivo y la de campo lejano. Predominan los campos de radiación, pero su distribución angular es función de la distancia a la antena. Dentro de esta zona se encuentra la **zona de Fresnel** que ocupa el margen de distancias dado por la expresión: $0.62\sqrt{D^3/\lambda} \leq r \leq 2D^2/\lambda$
- **Región de Campo Lejano o Zona de Fraunhofer:** es la más importante porque es donde se va a situar normalmente la antena receptora. Se caracteriza porque la distribución angular del campo radiado es independiente de la distancia r a la antena. **La condición de campo lejano es:** $r \geq 2D^2/\lambda$ y $r \gg \lambda$, siendo D la dimensión máxima de la antena.

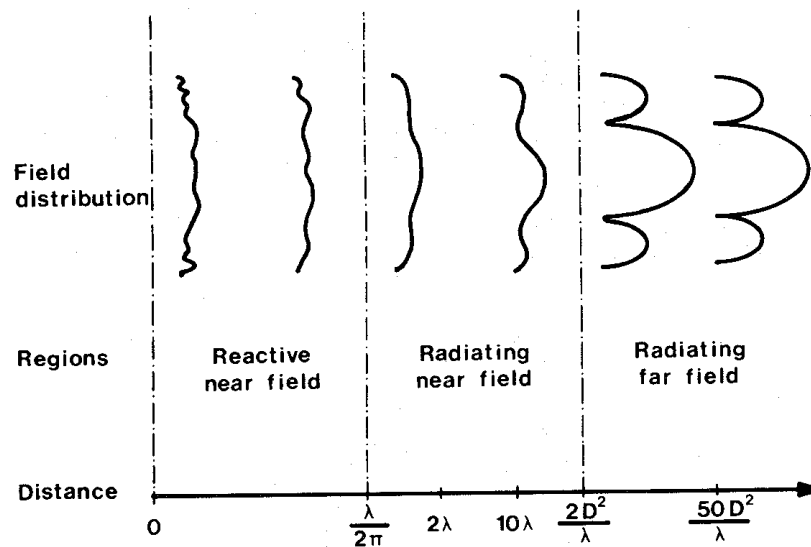


Figura 1.7: Regiones de campo de una antena

A partir de aquí vamos a suponer siempre que nos encontramos en la zona de campo lejano, en la que se pueden introducir aproximaciones geométricas que simplifican notablemente la resolución de las expresiones 1.41 y 1.42.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

que, para distancias del punto de observación grandes ($\bar{r} \gg \bar{r}'_{\max}$) se convierte en 1.44. La interpretación geométrica de esta aproximación se presenta en la Figura 1.8, en la que se ha trasladado el punto de observación al infinito.

$$R \approx r \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{2\hat{r} \cdot \bar{r}'}{r} \right) \right] = r - \hat{r} \cdot \bar{r}' \quad (1.44)$$

Para el cálculo de la amplitud del potencial vector, el término $\hat{r} \cdot \bar{r}'$ es despreciable frente a r con lo que R se puede aproximar por el valor de r . Sin embargo, en el caso de la fase dicho término no es despreciable ya que basta con que sea comparable a la longitud de onda, para que la fase debida a la propagación varíe considerablemente. De hecho, este término determina las diferentes distancias (y por lo tanto fases) que recorren las ondas esféricas elementales radiadas desde los distintos puntos fuente de la antena al punto observación.

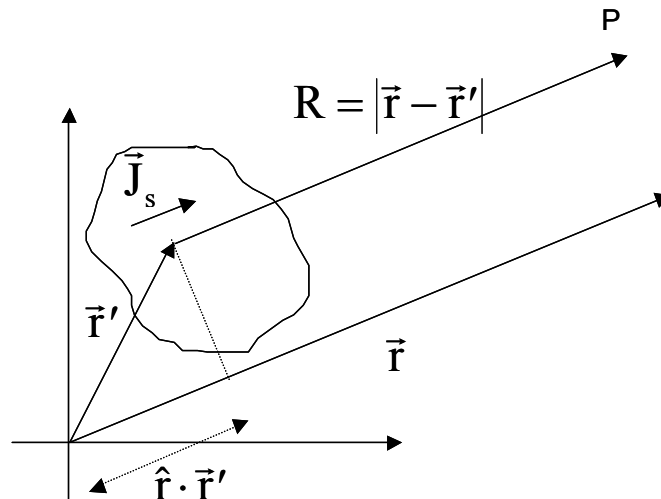


Figura 1.8: Condición de Campo lejano

Aplicando todas estas aproximaciones se obtiene el valor simplificado de la función potencial vector magnético, base de partida para el cálculo de los campos en la zona de radiación.

$$\vec{A}(\bar{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi r} e^{-jk_0 r} \iint_S \vec{J}_s(\bar{r}') e^{jk_0 \hat{r} \cdot \bar{r}'} dS' \quad (1.45)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

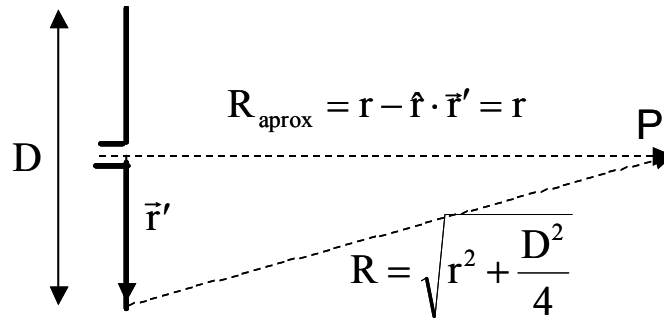


Figura 1.9: Error de fase de una antena

$$\varepsilon_{\text{fase}} = k \left(\sqrt{r^2 + \frac{D^2}{4}} - r \right) = k \left(r \left(1 + \frac{1}{2} \frac{D^2}{4r^2} + \dots \right) - r \right) \approx k \frac{D^2}{8r} = \frac{\pi}{8} \quad (1.46)$$

Normalmente, a efectos de los cálculos de cualquier radioenlace, la aproximación geométrica de campo lejano se puede considerar exacta porque la antena receptora se encuentra respecto de la transmisora mucho más lejos que la distancia mínima de campo lejano. Sin embargo, a la hora de caracterizar antenas y medir sus diagramas, es importante que la distancia entre la antena bajo prueba y la sonda de medida sea superior a la distancia mínima de campo lejano para que el diagrama adquirido presente poco error respecto al del infinito.

En la zona de campo lejano, se puede demostrar que las expresiones de campo magnético y de campo eléctrico obtenidas a partir del potencial vector \vec{A} valen:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{A} = -\frac{j\omega}{\eta_0} (\hat{r} \times \vec{A}) \quad (1.47)$$

$$\vec{E} = \frac{1}{j\omega\varepsilon_0} \nabla \times \vec{H} = -j\omega \left((\hat{r} \times \vec{A}) \times \hat{r} \right) \quad (1.48)$$

De este modo, los campos de radiación de las antenas cumplen las siguientes propiedades generales:

- La dependencia de E y de H con la distancia es la de una onda esférica: $e^{-jk_0 r}/r$
- Los campos E y H dependen de las direcciones angulares θ y ϕ puesto que la onda esférica no es homogénea.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

- Los campos E y H no poseen componentes radiales.

Puesto que los campos radiados no tienen componente radial, conviene expresarlos en componentes esféricas para facilitar su interpretación sobre todo en lo referente a su polarización. Considerando todas las características anteriores, cada una de las componentes esféricas de los campos eléctrico y magnético se puede poner como:

$$\begin{aligned} E_r &= 0 & H_r &= 0 \\ E_\theta &= -j\omega A_\theta & E_\phi/H_\phi &= \eta_0 \\ E_\phi &= -j\omega A_\phi & -E_\theta/H_\theta &= \eta_0 \end{aligned} \quad (1.49)$$

Por último se puede calcular la densidad de potencia que transporta la onda, y se observa que decrece como $1/r^2$. En el caso del vacío (sin pérdidas) toma el valor:

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}[\vec{E} \times \vec{H}^*] = \frac{1}{2\eta} \left[|E_\theta(r, \theta, \phi)|^2 + |E_\phi(r, \theta, \phi)|^2 \right] \hat{r} \quad (1.50)$$

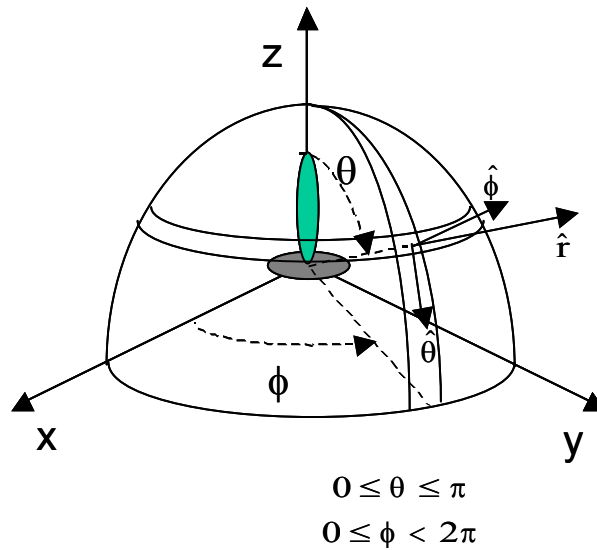


Figura 1.10: Sistema esférico asociado a una antena

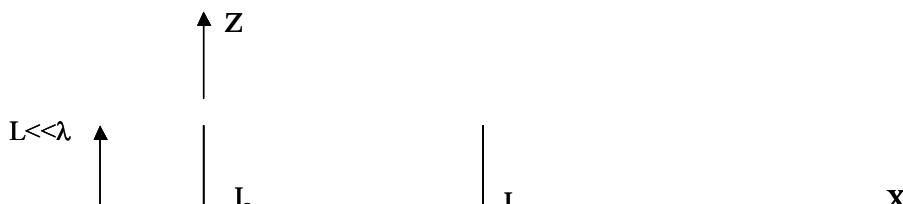
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Ejercicios propuestos:

- Diga qué afirmación es cierta de las 4 siguientes:
 - El campo radiado por una antena no posee componente radial en ningún punto del espacio.
 - La densidad de potencia transportada por la onda decrece como $1/r$.
 - El diagrama de radiación no varía absolutamente nada a partir de $2D^2/\lambda$.
 - Ninguna de las anteriores es cierta.
- La densidad de potencia que transporta una onda radiada por una antena vale 10mW/m^2 a 1 km de la misma. ¿Cuánto vale el campo a 500 m?
 - 2.25 V/m
 - 5.5 V/m
 - 11.0 V/m
 - 7.8 V/m
- Una bocina de $2\lambda \times 2\lambda$ de apertura produce en la dirección de su eje un campo de 1mV/m a una distancia de 100λ . ¿Cuánto valdrá el campo a una distancia de 150λ ?
 - 0.5 mV/m
 - 1.5 mV/m
 - 0.66 mV/m
 - 0.44 mV/m
- Se pretende medir una antena parabólica de 1 metro de diámetro a 10 GHz. Calcule la distancia mínima a la que debe situarse la sonda de medida para obtener su diagrama de radiación de campo lejano.
- Una antena radia en la dirección del eje z un campo $\vec{E} = \frac{E_0}{z} e^{-j30z} \hat{\theta}$. ¿Cuál es la frecuencia de trabajo de la antena?
- Considere la antena compuesta por dos elementos de corriente de la figura. Calcule la intensidad de campo eléctrico lejano a 1 km de distancia en la dirección del eje x, y para un ángulo comprendido en el plano XZ que forma 30° con dicho eje.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99