

## PROPAGACIÓN Y TRANSMISIÓN INALÁMBRICA

Grado en Ingeniería en Sistemas de Comunicaciones. Curso 18-19. Examen 17 Junio de 2019

CUESTIONES (4 puntos)

Duración: 45 minutos

NOMBRE:

1 En un radioenlace le dan dos opciones para mejorar la cobertura. La primera opción es aumentar la potencia transmitida al doble y la segunda opción es usar una antena transmisora con 4 dB más de directividad y una eficiencia del 75%. ¿Cuál de las dos elegiría? (0.5 puntos)

La potencia recibida es proporcional a la transmitida y a la ganancia de la antena.

$$G = 10^{4/10} \cdot 0,75 = 1,88$$

⇒ Es mejor duplicar la potencia

2 Una onda polarizada elípticamente viaja en el sentido positivo del eje  $\hat{z}$  y se recibe mediante una antena de polarización circular cuya dirección de máxima radiación coincide con ese mismo eje. Considerando que la polarización de la onda incidente de la onda puede describirse mediante el vector  $\hat{\rho} = \frac{2\hat{x} + j\hat{y}}{\sqrt{5}}$ . Calcule en u.n y en dBs la diferencia en las pérdidas por polarización producidas entre los casos en los que la antena tenga una polarización circular a izquierdas y a derechas (0.5 puntos)

$$\hat{\rho} = \frac{2\hat{x} + j\hat{y}}{\sqrt{5}} \quad \hat{e}_{pol}^{izq} = \frac{\hat{x} + j\hat{y}}{\sqrt{2}} \quad \hat{e}_{pol}^{dcha} = \frac{\hat{x} - j\hat{y}}{\sqrt{2}}$$

$$|\hat{\rho} \cdot \hat{e}_{pol}^{dcha}|^2 = \left| \frac{2\hat{x} + j\hat{y}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\hat{x} - j\hat{y}}{\sqrt{2}} \right|^2 = 0,9 \Rightarrow -0,46 \text{ dB}$$

$$|\hat{\rho} \cdot \hat{e}_{pol}^{izq}|^2 = \left| \frac{2\hat{x} + j\hat{y}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\hat{x} + j\hat{y}}{\sqrt{2}} \right|^2 = 0,1 \Rightarrow -10 \text{ dB}$$

$$\Delta P_{pol} = 0,9 - 0,1 = 0,8$$

$$\Delta P_{pol} = -0,46 - (-10) = 9,54 \text{ dB más de pérdidas.}$$

3] Describa de manera resumida pero con el mayor detalle posible el procedimiento propuesto en el curso para calcular el campo electromagnético radiado por una antena de hilo de longitud "l" situada a lo largo del eje  $\hat{z}$  (0.5 puntos)

El procedimiento incluye la obtención de  $\vec{E}$  y  $\vec{H}$  a partir de la fuente de corriente  $\vec{J}(\vec{r}')$

$$\vec{J}(\vec{r}') \Rightarrow \vec{A} = \mu \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r} \iiint \vec{J}(\vec{r}') e^{j\beta \hat{r} \cdot \vec{r}'} d\vec{r}' \Rightarrow \vec{E} = -j\omega \vec{A}$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\eta} \hat{r} \times \vec{E} \quad \text{para el caso de una fuente "l" según } \hat{z} \quad I(z')$$

$$\vec{A} = \hat{z} \mu \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r} \int I(z') e^{j\beta z' \cos\theta} dz' \quad \begin{aligned} \vec{E} &= -j\omega A_{\theta} \hat{\theta} \\ \vec{E} &= j\omega \sin\theta A_z \hat{\theta} \end{aligned}$$

$$\eta = \frac{E_{\theta}}{H_{\phi}}$$

$$\vec{J} \Rightarrow \vec{A} \Rightarrow \vec{E} \Rightarrow \vec{H}$$

4] Suponga que para recepción de una señal de TV a 3GHz se emplea como antena un pequeño reflector parabólico de diámetro 0.75m cuya eficiencia de apertura es del 72%. Obtenga de forma razonada su superficie efectiva máxima y su directividad en dBs. Calcule la potencia máxima, sin considerar las pérdidas en los cables, que podría entregarse al receptor de la TV si la densidad de potencia de radiodifusión incidente que llega al reflector es de  $5\mu W/m^2$ . (0.5 puntos)

$$\text{Área apertura reflector} = \pi R^2 = \pi \cdot \left(\frac{0,75}{2}\right)^2 = 0,442 \text{ m}^2$$

$$\text{Área efectiva} = \text{Área} \cdot \epsilon_{\text{apertura}} = 0,442 \cdot 0,72 = 0,318 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{eff}}^{\text{max}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_{\text{max}} \quad \text{con} \quad \lambda_0 = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^9} = 0,1 \text{ m}$$

$$D = \frac{0,318 \cdot 4\pi}{0,1^2} = 399,61$$

$$10 \log_{10} D = 26 \text{ dB}$$

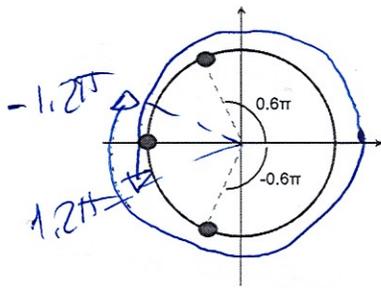
$$D = 26 \text{ dB}$$

Potencia máxima que se podría entregar sin pérdidas.

$$\langle S \rangle_{\text{incidente}} \cdot A_{\text{eff}}^{\text{max}} = 5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 0,318$$

$$= 1,59 \cdot 10^{-6} \text{ W} \approx 1,6 \mu \text{ W}$$

- 5 En la figura se muestra la representación en el círculo de Skerunoff de un array. Teniendo en cuenta que el cero situado en  $z=-1$  es doble, calcule el número de nulos del diagrama de radiación y sus direcciones si la distancia entre elementos es  $d=0.6\lambda$ . (0.5 puntos)



$$d = 0,6\lambda \rightarrow \text{MV} \in [-kd \quad kd]$$

$$[-1,2\pi \quad 1,2\pi]$$

⇒ Hay 4 nulos en el D.R.

$$0,6\pi = 1,2\pi \cos \theta_{N1} \rightarrow \theta_{N1} = 60^\circ$$

$$\pi = 1,2\pi \cos \theta_{N2} \rightarrow \theta_{N2} = 33,55^\circ$$

$$-0,6\pi = 1,2\pi \cos \theta_{N3} \rightarrow \theta_{N3} = 120^\circ$$

$$-\pi = 1,2\pi \cos \theta_{N4} \rightarrow \theta_{N4} = 146,44^\circ$$

- 6 Las alimentaciones de un array de 5 antenas son las siguientes:  $[1, j, -1, -j, 1]$ . Calcule la dirección de apuntamiento del array. (0.5 puntos)

$$d = \lambda/2$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2}$$

Máximo

$$0 = kd \cos \theta_{MAX} + \frac{\pi}{2}$$

$$0 = \pi \cos \theta_{MAX} + \frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{\theta_{MAX} = 120^\circ}$$

7] Diseñe una antena de apertura que tenga 4 lóbulos secundarios en el plano E y 6 en el plano H. Indique sus dimensiones y su distribución de campo. ((0.5 puntos)

- Hay muchas soluciones.

Por ejemplo, si supongo distribución uniforme en los dos planos  $\vec{E}_{ap} = E_0 \hat{y}$

$\Rightarrow$  nulos en  $w = 1, 2, 3, \dots \rightarrow$  MV al menos hasta

3  $\Rightarrow$  4 LS, hasta 4  $\rightarrow$  6 LS

$\Rightarrow$  Plano E  $\rightarrow$  YZ  $\rightarrow$  tamaño  $3\lambda$

$\Rightarrow$  Plano H  $\rightarrow$  XZ  $\rightarrow$  tamaño  $4\lambda$

8] Indique cómo es la distribución de campo en la apertura de una bocina piramidal. (0.5 puntos)

$\rightarrow$  En el plano E  $\rightarrow$  uniforme con error de fase

$\rightarrow$  En el plano H  $\rightarrow$  coseno con error de fase

$$\vec{E}_{ap} = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{A}\right) \hat{y} e^{-i\frac{kx^2}{2f_H}} \cdot e^{-i\frac{ky^2}{2f_E}}$$

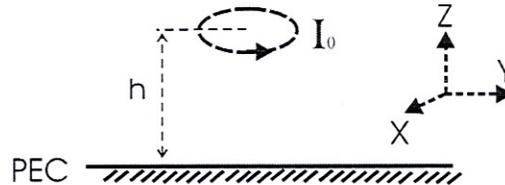
# PROPAGACIÓN Y TRANSMISIÓN INALÁMBRICA

Grado en Ingeniería en Sistemas de Comunicaciones. Curso 18-19. Examen 17 de junio de 2019

PROBLEMAS (6 puntos)

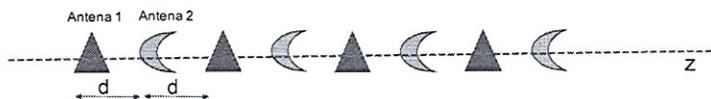
Duración: 2 horas

1 Suponga un lazo infinitesimal de corriente constante situado sobre un plano conductor de extensión infinita como el mostrado en la figura. Notar que el plano que contiene a la corriente del lazo es paralelo al plano x-y en el que se encuentra el plano conductor.



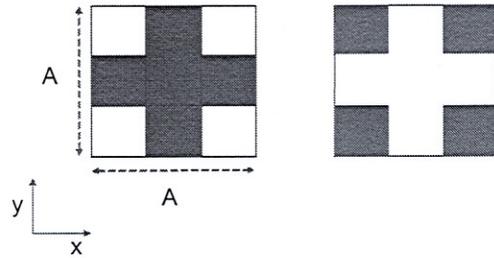
- Describa de forma pormenorizada el teorema de las imágenes visto en el curso para el problema propuesto. Detalle al menos las condiciones de contorno significativas en el problema, el rango de validez y demás características del modelo propuesto como solución. ¿En qué propiedad matemática se basa dicho teorema? (0.5 puntos)
- Encuentre la expresión completa para el campo total radiado por el lazo en presencia del plano conductor. (0.75 puntos)
- Obtenga al menos tres valores de h (en  $\lambda$ ) a los que el campo total radiado en el apartado anterior tenga un nulo para un ángulo de  $60^\circ$  desde la vertical. (0.75 puntos)

2 Se construye un array como el de la figura en el que los elementos están equiespaciados una distancia "d". El array está formado por dos tipos de elementos de forma intercalada. El primero de ellos radia un campo de la forma  $\vec{E}_1 = E_0 \sin(\theta) \frac{e^{-jkr}}{r} \hat{\theta}$ , mientras que el segundo radia un campo con la forma  $\vec{E}_2 = E_0 \sin(\theta) \frac{e^{-jkr}}{r} \hat{\phi}$ .



- Calcule el diagrama de radiación de la antena. (0.75 puntos)
- Calcule la distancia "d" necesaria para conseguir una anchura entre nulos de  $60^\circ$  en el plano que contiene al eje del array. (0.5 puntos)
- Si ahora el array se forma solo con los 4 elementos de tipo 1 separados  $0.5\lambda$ , diseñe el array para que tenga una anchura de haz de  $90^\circ$  y apunte a  $20^\circ$  de la dirección broadside. (0.75 puntos)

3 Una antena de apertura de tipo ranura tiene forma de cruz, como se muestra en la figura de la izquierda. Sus dimensiones son  $A=6\lambda$ .



- Calcule el campo radiado por la antena suponiendo que la amplitud de campo es uniforme en toda la cruz y con polarización en  $\hat{y}$ . (0.75 puntos).
- Ahora el fabricante se equivoca al construir la antena y por error fabrica su negativo tal y como se muestra en la figura de la derecha. Calcule la anchura de haz en los dos planos principales de esta nueva antena. (0.75 puntos)
- Si ahora toda la apertura de tamaño  $A \times A$  se ilumina con una distribución coseno tanto en  $x$ , como en  $y$ , calcula el número de lóbulos secundarios en los dos planos principales de la apertura. (0.5 puntos)



① <sup>a)</sup> El teorema de las imágenes establece un modelo sencillo para solucionar un problema complejo. Podemos sustituir un plano conductor infinito por una fuente imagen situada a una distancia igual del plano por el otro lado.

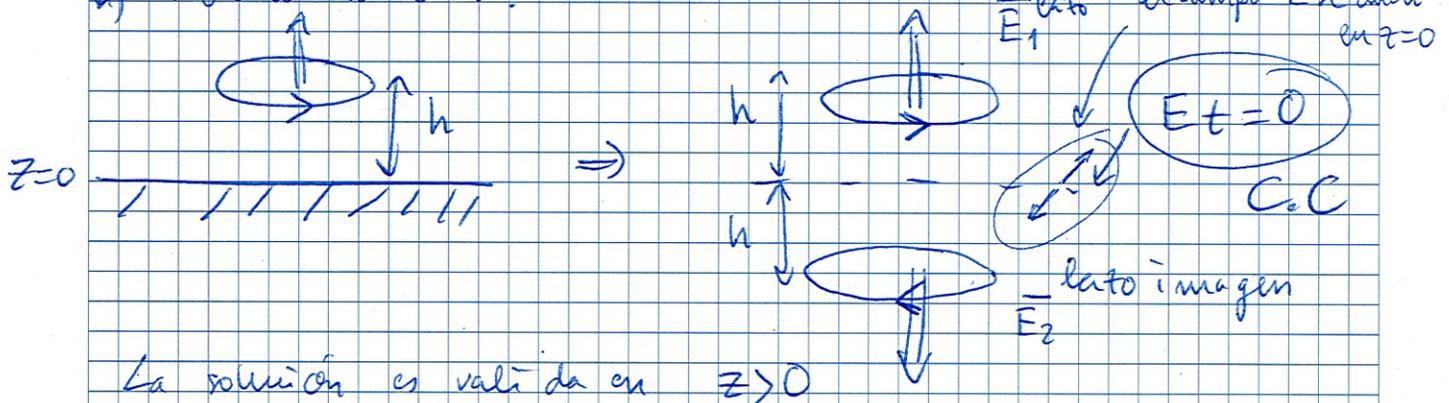
La fuente debe cumplir las condiciones de contorno de  $\vec{E}$  y  $\vec{H}$  en un plano conductor, el campo tangencial  $E_t = 0$  debe ser nulo en su superficie. Esto condiciona el sentido de las corrientes  $\vec{J}$  imágenes.

La solución es válida en la región del espacio en la que tiene sentido, en la parte exterior al conductor infinito (semiplano exterior)

Se basa el TA en la propiedad de unicidad de las soluciones a una ecuación en derivadas parciales.

Encontramos una solución que cumple la ec y las condiciones de contorno y como es única es la buena.

b) Modelo solución.



La solución es válida en  $z > 0$

b) Campo total radiado, la suma del campo radiado por los dos lazos.

$$\vec{r}_1 = h \hat{z}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_{\text{lazo 1}} + \vec{E}_{\text{lazo 2}} =$$

$$\vec{r}_2 = -h \hat{z}$$

$$= E_0 \sin \theta \frac{e^{-jkz}}{2} \Phi \left[ e^{+jk\hat{z} \cdot \vec{r}_1} + e^{+jk\hat{z} \cdot \vec{r}_2} \right] \quad \hat{z} \cdot \hat{z} = \cos \theta$$

$$= E_0 \sin \theta \frac{e^{-jkz}}{2} \Phi \left[ e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \cdot h \cos \theta} - e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} h \cos \theta} \right]$$

$$= E_0 \sin \theta \frac{e^{-jkz}}{2} \Phi \left[ 2j \sin \left( \frac{2\pi}{\lambda} \cdot h \cos \theta \right) \right]$$

para  $z > 0$        $\vec{E} = 0$  para  $z < 0$

c) Para  $\theta = 60^\circ$        $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$        $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

para que se anule el campo.  $\vec{E} = 0 = E_\phi$  en  $\theta = 60^\circ$

$$E_\phi = Cte \sin 60^\circ \left[ \sin \left( \frac{2\pi}{\lambda} h \cos 60^\circ \right) \right] \Big|_{\theta=60^\circ}$$

$$= Cte \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \sin \left( \frac{2\pi}{\lambda} \cdot h \cdot \frac{1}{2} \right)$$

$$\sin \left( \frac{2\pi}{\lambda} \cdot h \cdot \frac{1}{2} \right) = 0 \quad \frac{\pi h}{\lambda} = \pi n \quad \text{con } n = 0, 1, 2, 3$$

$$\underline{h = n\lambda}$$

$$h = 1\lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots$$

Escuela Politécnica Superior

Asignatura \_\_\_\_\_

Nombre y Apellidos \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

Curso \_\_\_\_\_

Grupo \_\_\_\_\_

Problema 2

$$\vec{E}_1 = E_0 \sin \theta \frac{e^{-jkr}}{r} \hat{\theta}$$

$$\vec{E}_2 = E_0 \sin \theta \frac{e^{-jkr}}{r} \hat{\phi}$$

Si considero cada par de antenas como un elemento del array

⇒ Array de 4 elementos separados "2d"

$$\vec{E}_{\text{tot}} = E_0 \sin \theta \frac{e^{-jkr}}{r} \left( \hat{\theta} + e^{jkd \cos \theta} \hat{\phi} \right)$$

1 elemento

$$DR_{\text{elemento}} = \sin^2 \theta$$

$$DR_{\text{total}} = \sin^2 \theta \left| \frac{1}{4} \frac{\sin(4\psi/2)}{\sin(\psi/2)} \right|^2$$

$$\psi = k 2d \cos \theta$$

- Nulo en  $\theta = 90 - \frac{60}{2} = 60^\circ$

$$\frac{2\pi}{4} = k 2d \cos 60^\circ$$

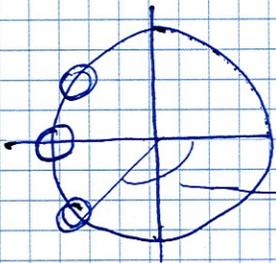
$$d = \frac{\lambda}{4}$$

• Necesitamos amplitudes no uniformes y fase progresiva

$BW_N = 90 \rightarrow$  Nulos a  $\pm 45^\circ$  del max.

$$0 = \pi \cos 70 + \alpha \rightarrow \boxed{\alpha = -0,34\pi}$$

$$\begin{aligned} \text{Nulos en } 70 \pm 45 &\rightarrow \psi_N = \pi \cos(115) - 0,34\pi \\ &= -0,42\pi - 0,34\pi = -0,76\pi \end{aligned}$$



$$(z+1) =$$

$$FA = (z - e^{-j0,76\pi}) (z - e^{j0,76\pi})$$

Escuela Politécnica Superior

Asignatura \_\_\_\_\_

Nombre y Apellidos \_\_\_\_\_

Fecha \_\_\_\_\_

Curso \_\_\_\_\_

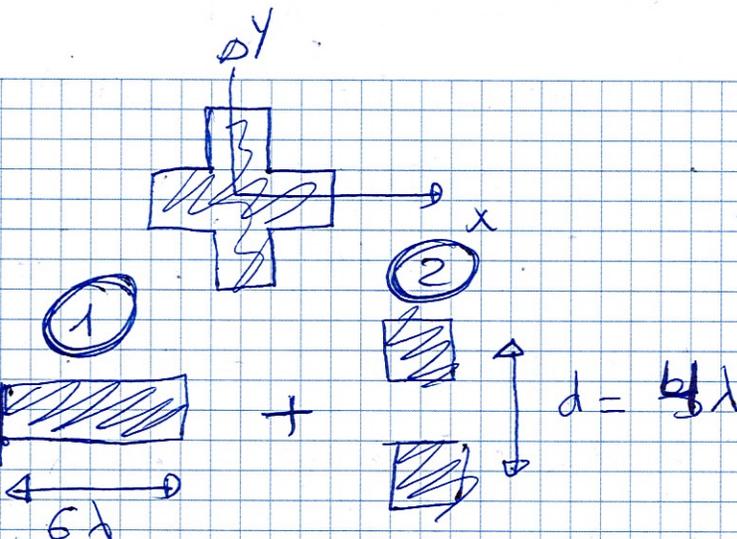
Grupo \_\_\_\_\_

Problema 3

Cada cuadrado

$$\frac{A}{3} \rightarrow 2\lambda$$

Una opción



$$\vec{E}_{rad} = \vec{E}_{rad}(1) + \vec{E}_{rad}(2)$$

$$= E_{01} \frac{e^{-jkr}}{r} \text{sinc}(w_1) \text{sinc}(w_2) (-\cos\theta \cos\phi \hat{\phi} + \sin\phi \hat{\theta})$$

$$+ E_{02} \frac{e^{-jkr}}{r} \text{sinc}(w_3) \text{sinc}(w_4) \left[ e^{-j\frac{kd}{2}\sin\theta} + e^{j\frac{kd}{2}\sin\theta} \right]$$

$$\cdot (-\cos\theta \cos\phi \hat{\phi} + \sin\phi \hat{\theta})$$

$$= \left[ E_{01} \text{sinc}(w_1) \text{sinc}(w_2) + E_{02} \text{sinc}(w_3) \text{sinc}(w_4) \cdot \cos(4\pi \cdot \sin\theta \sin\phi) \right] (-\cos\theta \cos\phi \hat{\phi} + \sin\phi \hat{\theta}) \frac{e^{-jkr}}{r}$$

$$\text{con } w_1 = 6 \sin\theta \cos\phi$$

$$w_2 = 2 \sin\theta \sin\phi$$

$$w_3 = 2 \sin\theta \cos\phi$$

$$w_4 = 2 \sin\theta \sin\phi$$

2] Array de 4 aperturas de tamaño  $2\lambda \times 2\lambda$

$$r(\theta, \phi)_{\text{apertura}} = \text{sinc}^2(w_1) \cdot \text{sinc}^2(w_2) \cdot [\cos^2\theta \cos^2\phi + \sin^2\phi]$$

Con  $w_1 = 2 \sin\theta \cos\phi$   
 $w_2 = 2 \sin\theta \sin\phi$

Array plano  $FA^2 = (FA_x \cdot FA_y)$

$$= \left( \frac{1}{2} \frac{\text{sen}(2\psi_x/2)}{\text{sen}(\psi_x/2)} \cdot \frac{1}{2} \frac{\text{sen}(2\psi_y/2)}{\text{sen}(\psi_y/2)} \right)^2$$

$$\psi_x = k d_x \sin\theta \cos\phi = 8\pi \sin\theta \cos\phi$$

$$\psi_y = k d_y \sin\theta \sin\phi = 8\pi \sin\theta \sin\phi$$

$$r(\theta, \phi)_{\text{total}} = r(\theta, \phi)_{\text{apertura}} \cdot FA^2$$

Plano XZ  $\rightarrow \phi = 0 \rightarrow w_2 = 0$   
 $\psi_y = 0$

Nbs del FA

$$\frac{2\pi}{\lambda} = 8\pi \sin\theta_N \rightarrow \theta_N = 7,18^\circ \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{BWN} = 14,36^\circ \end{array} \right.$$

Nbs de la apertura

$$w_1 = 6 = 2 \sin\theta_N \rightarrow \theta_N = 30^\circ$$

Plano YZ  $\rightarrow \phi = \pi/2 \rightarrow w_1 = 0$   
 $\psi_x = 0$

$\Rightarrow$  Lo mismo

- Antena  $6\lambda \times 6\lambda \rightarrow$  coseno en ambos planos  
 $\theta \in [0, \pi/2] \rightarrow w_{1,2} \in [0, 6]$

Nulos en 1.5, 2.5, 3.5, 4.5, 5.5, 6.5