

## HOJA 10: GRUPOS

---

1. Sea  $G$  un grupo y  $a, b \in G$ . Demuestra que se cumple  $(a^{-1})^{-1} = a$  y que  $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$ .
2. Considera el grupo aditivo  $(\mathbb{Z}_2, +)$  y el conjunto de números complejos  $G = \{1, -1, i, -i\}$ , que con la multiplicación habitual constituye un grupo. Escribe la tabla de la operación del grupo producto  $\mathbb{Z}_2 \times G$ .
3. Determina si los siguientes conjuntos dotados de la operación  $*$  son grupos:
  - a)  $G = \mathbb{Q}$ ;  $a * b := a + b + 3$
  - b)  $G = \{r \in \mathbb{Q} / r \neq 0\}$ ;  $a * b := (ab)/3$
  - c)  $G = \{r \in \mathbb{Q} / r \neq -1\}$ ;  $a * b := a + b + ab$
  - d)  $G = \{r \in \mathbb{R} / r \neq 0\}$ ;  $a * b := |a|b$
4. De un grupo de 4 elementos  $G = \{e, a, b, c\}$  se sabe que  $e$  denota el elemento neutro y que  $a * a = b * b = e$ . Escribe la tabla de  $G$ .
5. Consideramos, para cada  $a, b \in \mathbb{R}$  con  $a \neq 0$ , la función  $T_{a,b} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida como  $T_{a,b}(x) = ax + b$ . Demuestra que el conjunto  $G = \{T_{a,b} / a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0\}$ , junto con la operación composición de funciones, forma un grupo no abeliano.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70