

- Sea

$$\mathbb{A} = G[\{\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_k\}]$$

el subespacio vectorial generado por un conjunto de vectores $\mathbf{A} = \{\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_k\} \subset \mathbb{R}^n$ linealmente independientes.

- Dado $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{A}$ genérico, la ecuación vectorial

$$\mathbf{x} = \lambda_1 \mathbf{a}_1 + \dots + \lambda_k \mathbf{a}_k$$

se puede expresar en notación columna como

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \end{pmatrix} = \lambda_1 \begin{pmatrix} a_{11} \\ \vdots \end{pmatrix} + \dots + \lambda_k \begin{pmatrix} a_{1k} \\ \vdots \end{pmatrix}$$

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Cartagena99

- Consideremos el conjunto de vectores linealmente independientes

$$\mathbf{A} = \{(1, 0, 0, 0, 1), (1, -1, 0, 1, 0), (0, 0, 1, 2, 0)\} \subset \mathbb{R}^5$$

- Como

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \lambda_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_1 + \lambda_2 \\ -\lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_2 + 2\lambda_3 \\ \lambda_1 \end{pmatrix}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

- Consideremos el conjunto de vectores linealmente independientes

$$\mathbf{A} = \{(1, 0, 0, 0, 1), (1, -1, 0, 1, 0), (0, 0, 1, 2, 0)\} \subset \mathbb{R}^5$$

- Las ecuaciones paramétricas vienen dadas por

$$\begin{cases} x_1 = \lambda_1 + \lambda_2 \\ x_2 = -\lambda_2 \\ x_3 = \lambda_3 \\ x_4 = \lambda_2 + 2\lambda_3 \\ x_5 = \lambda_1 \end{cases}$$



CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

- Al conjunto de n ecuaciones

$$\begin{cases} x_1 = \lambda_1 a_{11} \dots + \lambda_k a_{1k} \\ \vdots \\ x_n = \lambda_1 a_{n1} \dots + \lambda_k a_{nk} \end{cases}$$

en donde $\lambda_1, \dots, \lambda_k$ parámetros arbitrarios se les dice **ecuaciones paramétricas**.



CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Ecuaciones implícitas de un de un subespacio

- "Eliminando los parámetros" $\lambda_1, \dots, \lambda_k$ en las ecuaciones paramétricas

$$\begin{cases} x_1 = \lambda_1 a_{11} \dots + \lambda_k a_{1k} \\ \vdots \\ x_n = \lambda_1 a_{n1} \dots + \lambda_k a_{nk} \end{cases}$$

uno puede obtener $n - k$ ecuaciones linealmente independientes

$$\begin{cases} b_{11}x_1 \dots + b_{1n}x_n = 0 \\ \vdots \\ b_{(n-k)1}x_1 \dots + b_{(n-k)n}x_n = 0 \end{cases}$$

que se denominan **ecuaciones implícitas**.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

- Para calcular las ecuaciones implícitas basta aplicar que la matriz

$$\begin{pmatrix} x_1 & a_{11} & \dots & a_{1k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_n & a_{n1} & \dots & a_{nk} \end{pmatrix}$$

tiene rango k en donde $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ un vector genérico de $\mathbb{A} = G[\{\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_k\}]$.

- Todos los determinantes de cualquier submatriz cuadrada de orden $k + 1$ (menores de orden $k + 1$) son nulos y nos proporcionan las $n - k$ ecuaciones linealmente independientes



CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

- Sea $\mathbf{A} = \{(1, 0, 0, 0, 1), (1, -1, 0, 1, 0), (0, 0, 1, 2, 0)\} \subset \mathbb{R}^5$
- Tenemos la matriz

$$\begin{pmatrix} x_1 & 1 & 1 & 0 \\ x_2 & 0 & -1 & 0 \\ x_3 & 0 & 0 & 1 \\ x_4 & 0 & 1 & 2 \\ x_5 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

y tenemos que buscar $n - k = 5 - 3 = 2$ ecuaciones linealmente independientes.



CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

- Sea $\mathbf{A} = \{(1, 0, 0, 0, 1), (1, -1, 0, 1, 0), (0, 0, 1, 2, 0)\} \subset \mathbb{R}^5$
- Consideramos dos menos orden de orden 4

$$\blacktriangleright \begin{vmatrix} x_1 & 1 & 1 & 0 \\ x_2 & 0 & -1 & 0 \\ x_3 & 0 & 0 & 1 \\ x_4 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = x_2 - 2x_3 + x_4 = 0$$

$$\blacktriangleright \begin{vmatrix} x_1 & 1 & 1 & 0 \\ x_2 & 0 & -1 & 0 \\ x_3 & 0 & 0 & 1 \\ x_5 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -x_1 - x_2 + x_5 = 0$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

- Las ecuaciones son linealmente independientes

$$\begin{cases} x_2 - 2x_3 + x_4 = 0, \\ -x_1 - x_2 + x_5 = 0, \end{cases}$$

por tanto son las ecuaciones implícitas del subespacio \mathbb{A}

- Hay que tener en cuenta que dos menores diferentes pueden dar lugar a ecuaciones linealmente dependientes

$$\begin{vmatrix} x_1 & 1 & 1 & 0 \\ x_2 & 0 & -1 & 0 \\ x_3 & 0 & 0 & 1 \\ v. & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_2 & 0 & -1 & 0 \\ x_3 & 0 & 0 & 1 \\ x_4 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = x_2 - 2x_3 + x_4$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70