

# Tema 1. Introducción a los conceptos básicos de señales y sistemas.

## Parte 1. Señales

Señales y Sistemas

2015-2016

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Índice

- 1 Introducción
  - Definiciones básicas
  - Tipos de señales
  - Representación
- 2 Caracterización de las señales
  - Valores máximos y de pico a pico
  - Periodicidad
  - Simetría
  - Potencia y energía
- 3 Transformaciones de la variable independiente
  - Desplazamiento
  - Reflexión
  - Cambio de escala
  - Combinación de transformaciones
- 4 Señales básicas en tiempo continuo
  - Impulso unidad delta de Dirac
  - Escalón unidad
  - Pulso rectangular
  - Función exponencial
  - Señal sinusoidal
  - Función sinc

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70



# Ejemplos de señales

## Señal unidimensional aleatoria. Índice Ibx35.

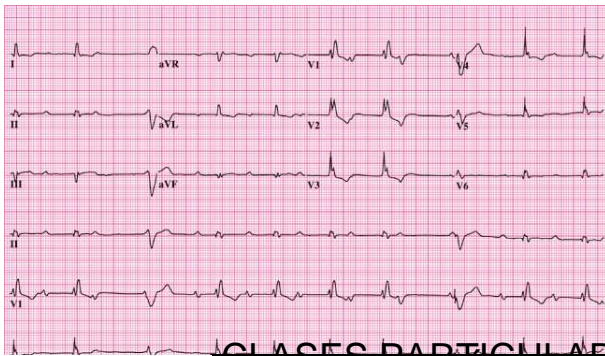


Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Ejemplos de señales

Otro ejemplo de señal unidimensional. Electrocardiograma



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70



# Tipos de señales

## Según su naturaleza

- **Señales Deterministas.** Para todo valor de la variable independiente es posible conocer el valor de la señal. Pueden ser expresadas mediante una relación matemática.

$$\text{Ejemplo: } v(t) = 5\cos(\omega t + \pi/3)V$$

- **Señales Aleatorias.** El valor que puede tomar la señal para cada valor de la variable independiente es aleatorio. Como mucho podemos estudiar funciones densidad de probabilidad.

Ejemplo: Ibex35

## Según el número de variables independientes

- **Señales unidimensionales.** Son funciones de una sola variable independiente (generalmente el tiempo).
- **Señales multidimensionales.** Son funciones con más de una variable independiente.

## Según el dominio

- **Señales de variable continua.** La variable independiente es real.
- **Señales de variable discreta.** La variable independiente es entera.

## Según el rango

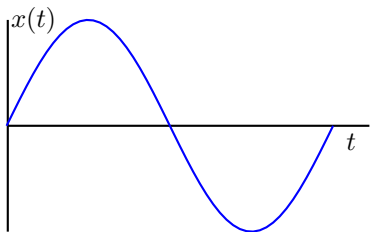
- **Señales reales.** La función toma valores reales.
- **Señales complejas.** La función toma valores complejos.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Representación de una sola variable

Señal de tiempo continuo



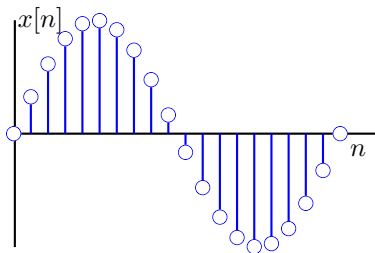
$x(t)$

$t \in \mathbb{R}$

Con dimensiones

Cartagena99

Señal de tiempo discreto



$x[n]$

$n \in \mathbb{Z}$

Secuencia

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70



# Representación de señales complejas

## Recordatorio:

Un número  $a \in \mathbb{C}$ , se puede representar de dos formas:

- Rectangular:  $a = \text{Re}\{a\} + j\text{Im}\{a\}$ ,
- Polar:  $a = |a|e^{j\phi_a}$  donde  $j = \sqrt{-1}$

Si una señal es compleja,  $x(t) \in \mathbb{C}$ :

Su representación implica dos funciones:

- Rectangular:  $x(t) = \text{Re}\{x(t)\} + j\text{Im}\{x(t)\}$
- Polar:  $x(t) = |x(t)|e^{j\phi_x(t)}$

Igual para el tiempo discreto.

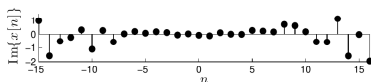
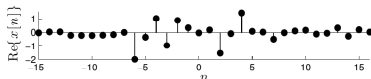
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

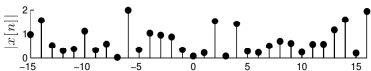
# Ejemplo

Ejemplo:

- Rectangular:  $x[n] = \text{Re}\{x[n]\} + j\text{Im}\{x[n]\}$



- Polar:  $x[n] = |x[n]|e^{j\phi_x[n]}$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Caracterización de las señales

Las señales se pueden caracterizar (medir, reconocer, analizar) mediante distintas propiedades. Algunas de ellas son:

- Valores máximos y de pico a pico. Medidas de amplitud.
- Periodicidad.
- Simetría.
- Potencia y energía.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70



# Señales periódicas

## Señal periodica en tiempo continuo

$$x(t) = x(t + kT_0), \forall t, T_0 \in \mathbb{R}^+, k \in \mathbb{Z}$$

donde  $T = kT_0$  es el periodo de la señal y  $T_0$  es el periodo fundamental.

## Dimensiones:

- Periodo  $T$  [s]
- Frecuencia  $f = 1/T$  [ $s^{-1}$ , Hz]
- Frecuencia angular  $\omega = 2\pi/T = 2 \cdot \pi \cdot f$  [rad/s]

## Señal periodica en tiempo discreto

Una señal en tiempo discreto es periódica si:

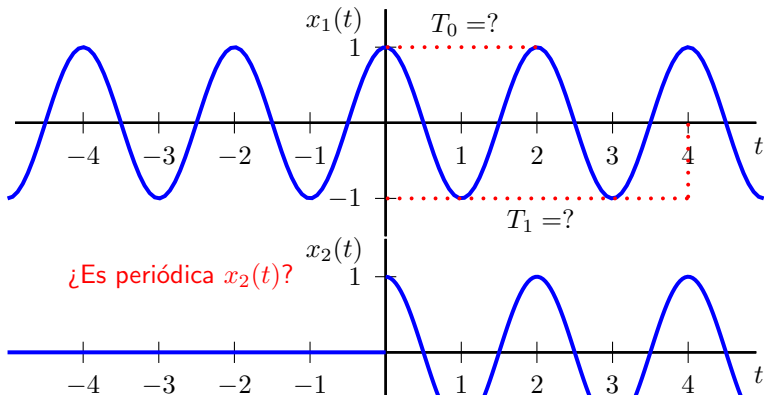
$$x[n] = x[n + kN_0], \forall n, N_0 \in \mathbb{Z}^+, k \in \mathbb{Z}$$

donde  $N = kN_0$  es el periodo de la señal y  $N_0$  es el periodo fundamental (debe ser un entero)

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

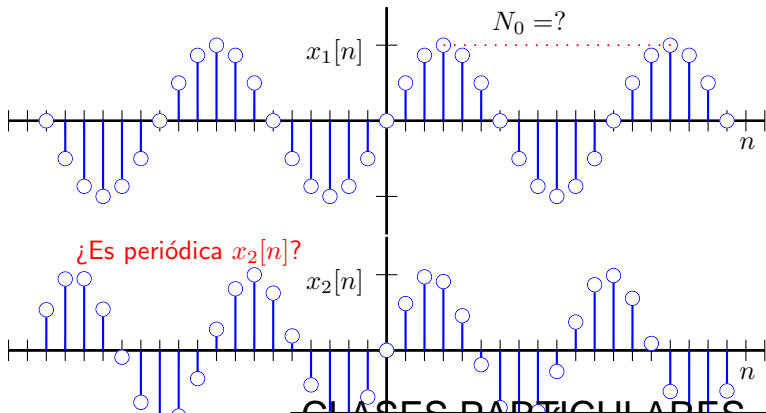
## Ejemplos



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Periodicidad en tiempo discreto. Ejemplo



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Simetría

Dos tipos de simetría: Par e impar.

## Simetría Par

$$x(t) = x(-t)$$

$$x[n] = x[-n]$$

## Simetría Impar

$$x(t) = -x(-t)$$

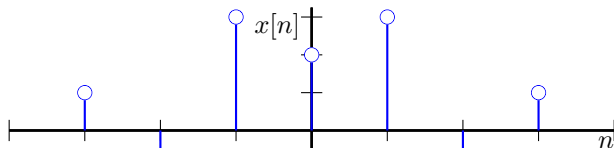
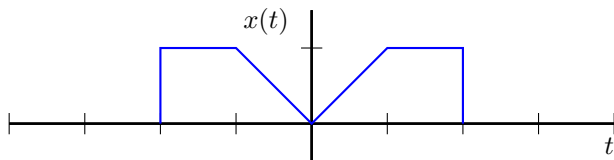
$$x[n] = -x[-n]$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70



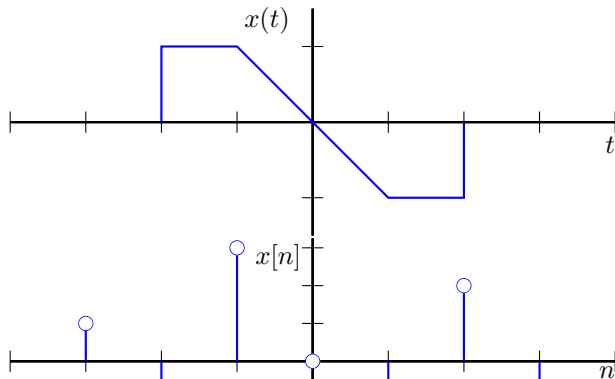
## Ejemplos. Simetría par



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

## Ejemplos. Simetría impar



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Partes par e impar de una señal

Cualquier señal se puede descomponer en una parte par y otra impar.

$$x(t) = x_p(t) + x_i(t)$$

Siendo :

$$x_p(t) = \frac{1}{2} (x(t) + x(-t))$$

$$x_i(t) = \frac{1}{2} (x(t) - x(-t))$$

$$x[n] = x_p[n] + x_i[n]$$

Siendo :

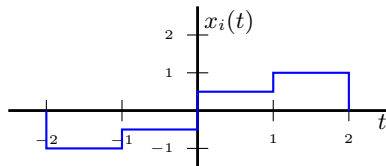
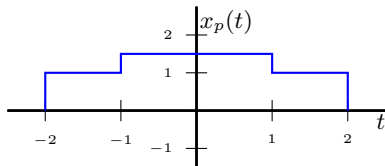
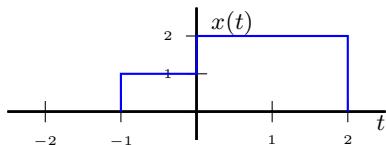
$$x_p[n] = \frac{1}{2} (x[n] + x[-n])$$

$$x_i[n] = \frac{1}{2} (x[n] - x[-n])$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Ejemplo. Partes par e impar de una señal



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Energía

## Tiempo continuo

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

## Tiempo discreto

$$E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Potencia media

## Tiempo continuo

$$P_m = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt$$

## Tiempo discreto

$$P_m = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{-N}^{\infty} |x[n]|^2$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Señales definidas en potencia y en energía

Señales definidas en energía:  $E_x < \infty$

Energía finita y potencia media nula.

Ejemplo: señales limitadas en el tiempo

$$x(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t_1 \leq t \leq t_2 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

Señales definidas en potencia:  $P_m < \infty$ .

Energía infinita y Potencia media finita.

Ejemplo:  $x(t) = 3\text{sen}(5t)$

Señales no definidas ni en potencia ni en energía

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Desplazamiento

## Definición

El desplazamiento se produce cuando a la variable independiente se le suma una constante. La transformación sería:

$$x(t + t_0) \text{ donde } t_0 \in \mathbb{R}$$
$$x[n + n_0] \text{ donde } n_0 \in \mathbb{Z}$$

## Resultado

El resultado sería un retardo o un adelanto de la señal:

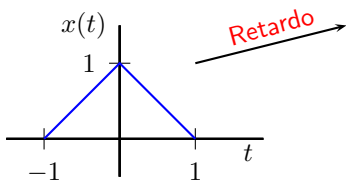
- Un desplazamiento del mismo signo que la variable independiente implica un adelanto.
- Un desplazamiento de distinto signo que la variable independiente implica un retardo.

Cartagena99

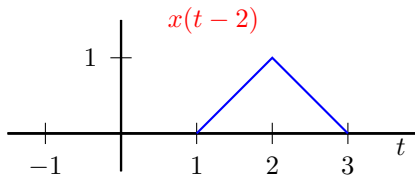
CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70



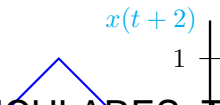
# Efecto del desplazamiento



Retardo



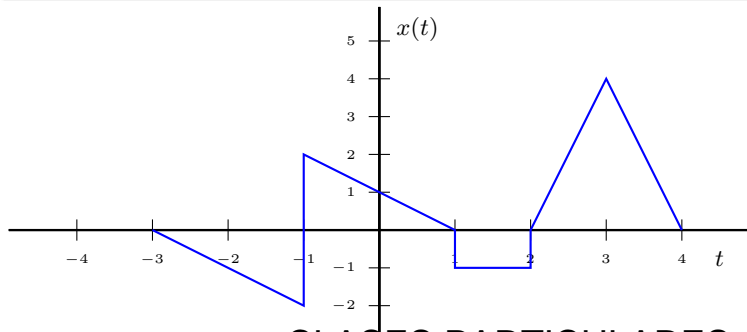
Adelanto



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

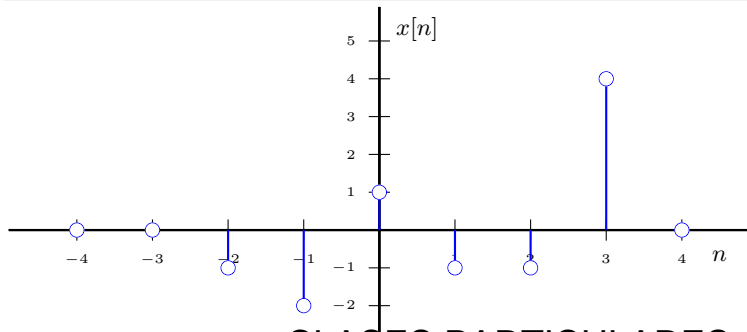
## Ejercicio

Representar las señales  $x(t - 3)$  y  $x(t + 2)$ 

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

## Ejercicio

Representar las señales  $x[n - 2]$  y  $2x[n + 2]$ 

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Reflexión

## Definición

La reflexión se produce cuando se cambia el signo de la variable independiente.

$$x(-t)$$
$$x[-n]$$

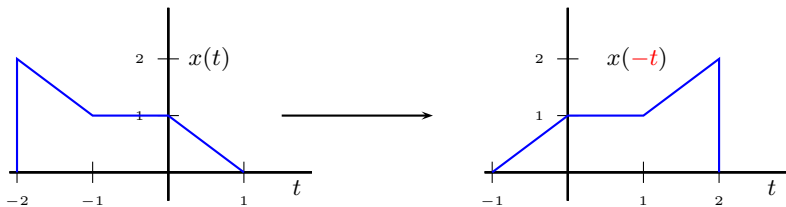
## Resultado

El resultado sería una reflexión respecto al origen.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

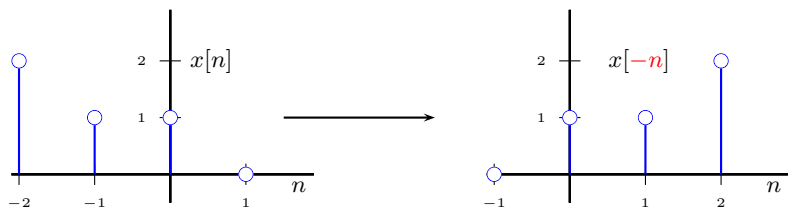
# Efecto de la reflexión en tiempo continuo



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Efecto de la reflexión en tiempo discreto



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Cambio de escala

## Cambio de escala

Se produce cuando la variable independiente se multiplica o divide por una constante. Se producen distintos efectos en tiempo continuo y discreto.

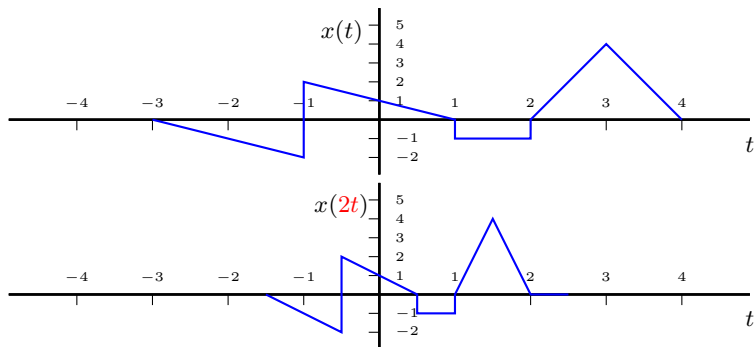
## Tiempo continuo, $x(at)$

- Si  $|a| > 1$  se produce es una compresión en el tiempo.
- Si  $|a| < 1$  se produce una expansión en el tiempo.
- Si  $a$  es negativa se producirá además una reflexión.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Compresión

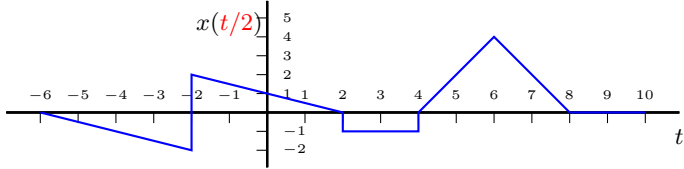
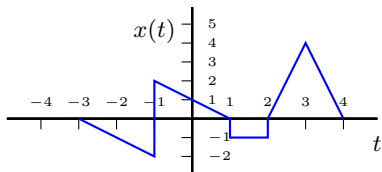


Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70



# Expansión



CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Cartagena99

# Cambio de escala en tiempo discreto. Diezmado e interpolación

La operación de multiplicar la variable independiente por una constante entera (de módulo mayor que 1) se llama diezmado porque produce pérdida de datos de la señal.

## Diezmado de orden $M$

Se define como:

$$y[n] = x[Mn]$$

El resultado sería una señal que conservaría sólo una de cada  $M$  muestras.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70



# Interpolación

La operación de dividir la variable independiente por una constante entera (de módulo mayor que 1) se llama interpolación. Supone la aparición de datos nuevos en la señal.

## Interpolación de orden $L$

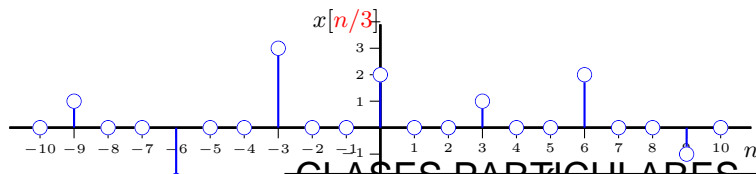
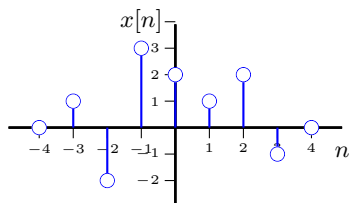
Se define como:

$$y[n] = \begin{cases} x[n/L], & \text{si } n = \dot{L} \\ 0, & n \neq \dot{L} \end{cases}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Resultado de la interpolación



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

## Combinación de transformaciones

Las transformaciones de la variable independiente pueden aparecer combinadas en una sola expresión. En ese caso es importante seguir un orden a la hora de realizar las transformaciones. Uno posible (pero no único) sería:

- 1 Desplazamiento.
- 2 Reflexión.
- 3 Cambio de escala.

Es importante comprobar la señal resultante dando varios valores a la variable independiente.

Ejemplos:

- $x \left(1 - \frac{t}{2}\right)$
- $x [3n + 2]$

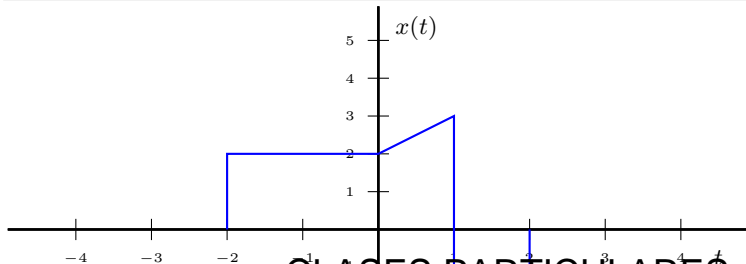
Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Ejercicio

## Ejercicio

Representar la señal  $x\left(1 - \frac{t}{2}\right)$



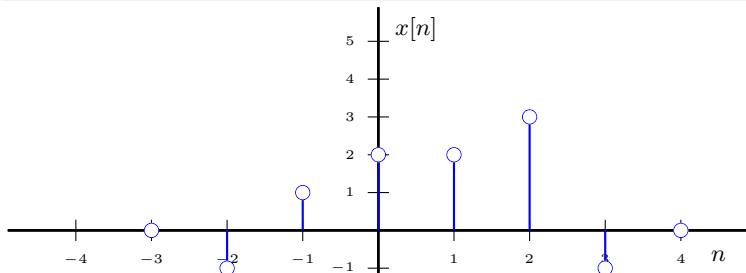
Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Ejercicio

## Ejercicio

Representar la señal  $x[3n + 2]$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

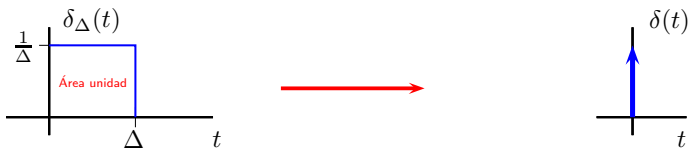


## Impulso unidad delta de Dirac. $\delta(t)$

Se trata de una función generalizada (distribución) que se caracteriza por:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

Se puede obtener como aproximación de otras funciones. Por ejemplo:



$$\delta(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \delta_{\Delta}(t)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Propiedades de la delta de Dirac

## Integración

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(t) dt = \begin{cases} 1 & \text{si } t_1 \leq 0 \leq t_2 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

## Multiplicación

$$x(t)\delta(t - t_0) = x(t_0)\delta(t - t_0)$$

En particular:  $x(t)\delta(t) = x(0)\delta(t)$

## Mezclando ambas:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t - \tau) d\tau = x(t)$$

Cualquier señal se puede obtener como combinación lineal de deltas desplazadas.

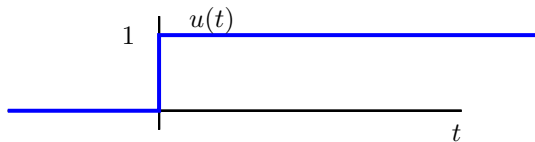
**Cartagena99**

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Escalón unidad. $u(t)$

El escalón unidad se define como:

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$



Está relacionado con la delta de Dirac con las siguientes expresiones:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Pulso rectangular

Se define como:

$$\Pi(t) = \begin{cases} 1, & |t| < 1/2 \\ 0, & |t| > 1/2 \end{cases}$$

Se puede definir en función del escalón:

$$\Pi\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right) = u\left(t - \left(t_0 - \frac{\tau}{2}\right)\right) - u\left(t - \left(t_0 + \frac{\tau}{2}\right)\right)$$

Ejemplo:



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Función exponencial

La función exponencial tiene la siguiente forma:

$$x(t) = Ae^{ct}; \text{ con } A, c \in \mathbb{C}$$

Dependiendo de los valores que tomen las constantes  $A$  y  $c$  se obtienen señales distintas:

- Si  $A$  y  $c$  son reales tendremos una **exponencial real**.
- Si  $A$  y  $c$  son complejas tendremos una **exponencial compleja**.
- Si  $c$  es imaginaria pura tendremos una señal **exponencial compleja periódica**.

Cartagena99

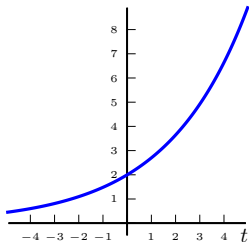
CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Exponencial real

$$x(t) = Ae^{ct}; \text{ con } A, c \in \mathbb{R}$$

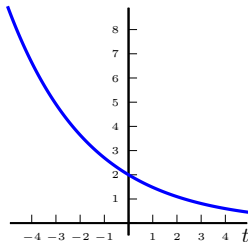
Con  $c > 0$  exponencial creciente.

$$x(t) = 2e^{0,3t}$$



Con  $c < 0$  exponencial decreciente.

$$x(t) = 2e^{-0,3t}$$



Cartagena99

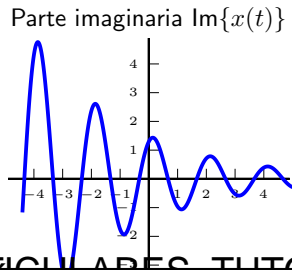
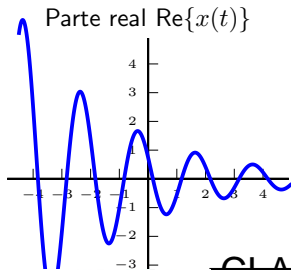
CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Exponencial compleja

$$x(t) = Ae^{ct}; \text{ con } A, c \in \mathbb{C}$$

$$A = |A|e^{j\theta}, c = \sigma + j\omega_0$$

$$x(t) = |A|e^{\sigma t}(\cos(\omega_0 t + \theta) + j\text{sen}(\omega_0 t + \theta))$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Exponencial compleja periódica

## Definición

$$x(t) = e^{j\omega_0 t}$$

Periodicidad:  $x(t) = x(t + T), \forall t$

$$e^{j\omega_0 t} = e^{j\omega_0(t+T)} = e^{j\omega_0 t} e^{j\omega_0 T}$$

Se debe cumplir:  $e^{j\omega_0 T} = 1 \Rightarrow \omega_0 T = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

Por lo tanto:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} k, k \in \mathbb{Z}$$

El periodo fundamental:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} [\text{s}]$$

Cartagena99

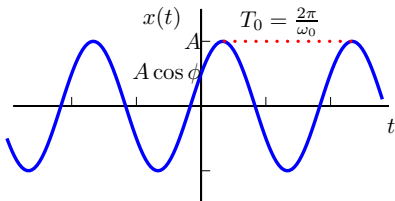
CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70



# Señal sinusoidal

Una señal relacionada directamente con la exponencial compleja periódica es la señal sinusoidal:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi)$$



mediante la fórmula de Euler:

$$e^{j\omega_0 t} = \cos(\omega_0 t) + j\text{sen}(\omega_0 t)$$

Cartagena99

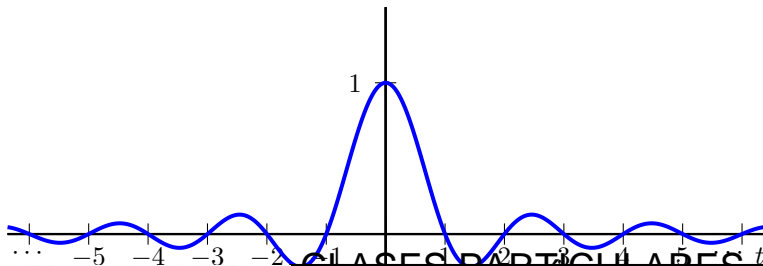
CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Señal  $x(t) = \cos(2t) + \cos(2 - t)$

# Función sinc

La función **sinc** normalizada se define como:

$$\text{sinc}(t) = \frac{\text{sen}(\pi t)}{\pi t}; \text{ con } \text{sinc}(0) = 1$$

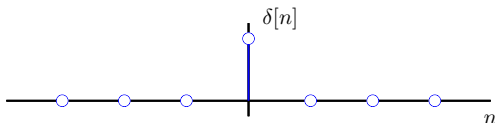


Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Impulso unidad ó delta de Kronecker: $\delta[n]$

$$\delta[n] = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$



## Propiedades:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta[n] = 1$$

$$x[n]\delta[n - n_0] = x[n_0]\delta[n - n_0]$$

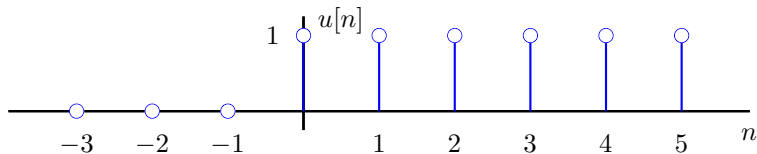
## Consecuencia:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Escalón unidad.  $u[n]$ 

$$u[n] = \begin{cases} 0, & n < 0 \\ 1, & n \geq 0 \end{cases}$$



Está relacionado con la delta:

$$u[n] = \sum_{k=-\infty}^n \delta[k]$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

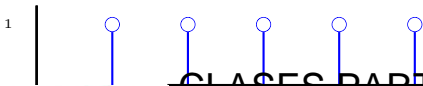
# Pulso rectangular

$$p[n] = \begin{cases} 0, & n < N_1 \\ 1, & N_1 \leq n \leq N_2 \\ 0, & n > N_2 \end{cases}$$

Se puede expresar en función del escalón:

$$p[n] = u[n - N_1] - u[n - (N_2 + 1)]$$

Ejemplo:



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Función exponencial

La función exponencial tiene la siguiente forma:

$$x[n] = C\alpha^n; \text{ con } C, \alpha \in \mathbb{C}$$

Dependiendo de los valores que tomen las constantes  $C$  y  $\alpha$  se obtienen señales distintas:

- Si  $C$  y  $\alpha$  son reales tendremos una **exponencial real**.
- Si  $C$  y  $\alpha$  son complejas tendremos una **exponencial compleja genérica**.
- Si  $|\alpha| = 1$  tendremos una señal **exponencial compleja**.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

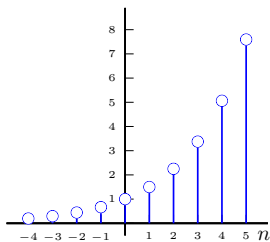
# Exponencial real

$$x(t) = C\alpha^n; \text{ con } C, \alpha \in \mathbb{R}$$

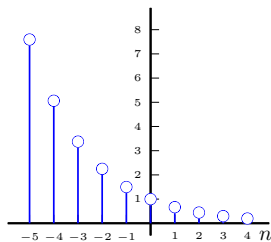
Con  $|\alpha| > 1$  y  $\alpha > 0$  exponencial creciente.

Con  $|\alpha| < 1$  y  $\alpha > 0$  exponencial decreciente.

$$x[n] = \left(\frac{3}{2}\right)^n$$



$$x[n] = \left(\frac{2}{3}\right)^n$$



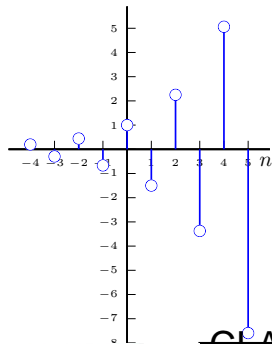
Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Exponencial real

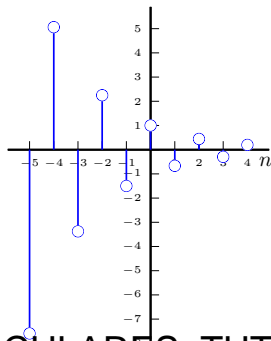
Con  $|\alpha| > 1$  y  $\alpha < 0$  exponencial creciente alterna.

$$x[n] = \left(-\frac{3}{2}\right)^n$$



Con  $|\alpha| < 1$  y  $\alpha < 0$  exponencial decreciente alterna.

$$x[n] = \left(-\frac{2}{3}\right)^n$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

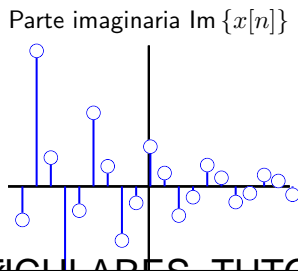
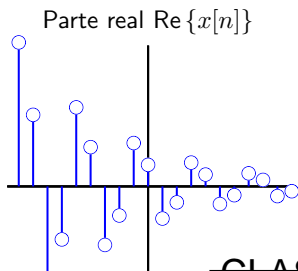


# Exponencial compleja genérica

$$x[n] = C\alpha^n; \text{ con } C, \alpha \in \mathbb{C}$$

$$C = |C|e^{j\theta}, \alpha = |\alpha|e^{j\Omega_0}$$

$$x[n] = |C||\alpha|^n (\cos(\Omega_0 n + \theta) + j\text{sen}(\Omega_0 n + \theta))$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Exponencial compleja

$$x[n] = e^{j\Omega_0 n}$$

## Periodicidad

- Cálculo del periodo:

$$\begin{aligned} x[n] &= x[n + N] \\ Ae^{j\Omega_0 n} &= Ae^{j\Omega_0 (n+N)} \end{aligned}$$

$$\Omega_0 N = 2\pi k \Rightarrow N = \frac{2\pi k}{\Omega_0}, \quad N, k \in \mathbb{Z}^+$$

- No todas son periódicas !!!
- La frecuencia es  $\Omega_0 = \frac{2\pi k}{N}$ , los múltiplos de  $2\pi/N$ ,  $N \in \mathbb{Z}^+$ .
- Existen muchas frecuencias que generan la misma señal:  $\Omega_0$  y  $\Omega_0 + 2\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ :

$$Ae^{j\Omega_0 n} = Ae^{j(\Omega_0 + 2\pi k)n}$$

solo necesitamos un intervalo de longitud  $2\pi$  para obtener todas las frecuencias!!!

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Periodicidad

## Diferencias entre tiempo continuo y discreto

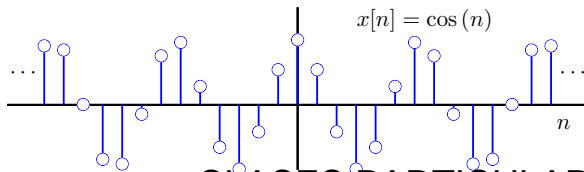
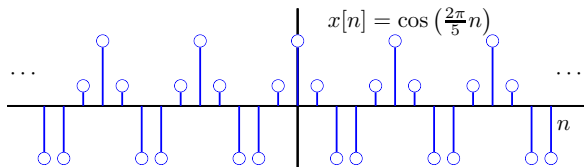
$e^{j\omega_0 t}$	$e^{j\Omega_0 n}$
Señales distintas para distintos valores de $\omega_0$	Señales iguales para valores de $\Omega_0$ separados por múltiplo de $2\pi$
Periódica para cualquier valor de $\omega_0$	Periódica sólo si $\Omega_0 = k \frac{2\pi}{N}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

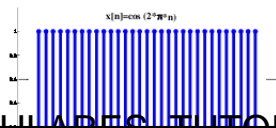
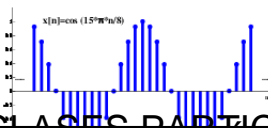
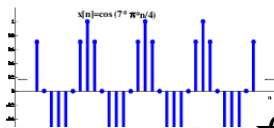
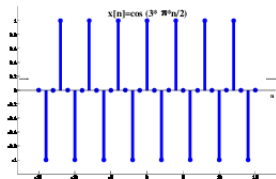
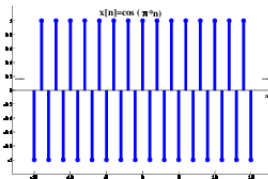
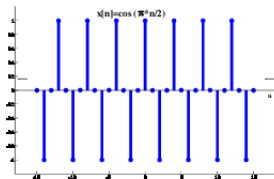
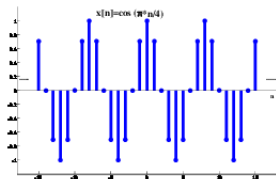
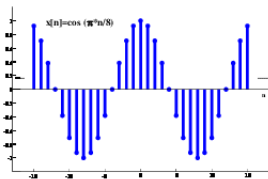
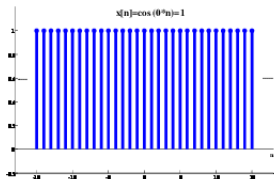
# Señal sinusoidal

$$x[n] = A \cos(\Omega_o n + \phi)$$



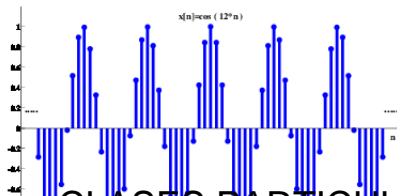
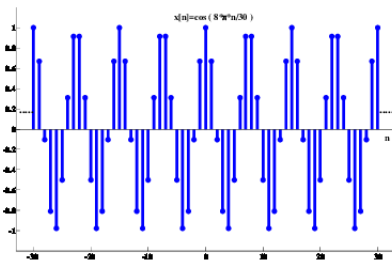
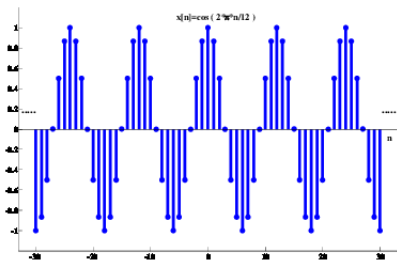
Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70



CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
 CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Cartagena99