

Tema 1

Funciones y matrices básico



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

FUENTE Y REFERENCIAS

Linear Algebra *and its applications* FOURTH EDITION



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Funciones

Introducción a las funciones



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

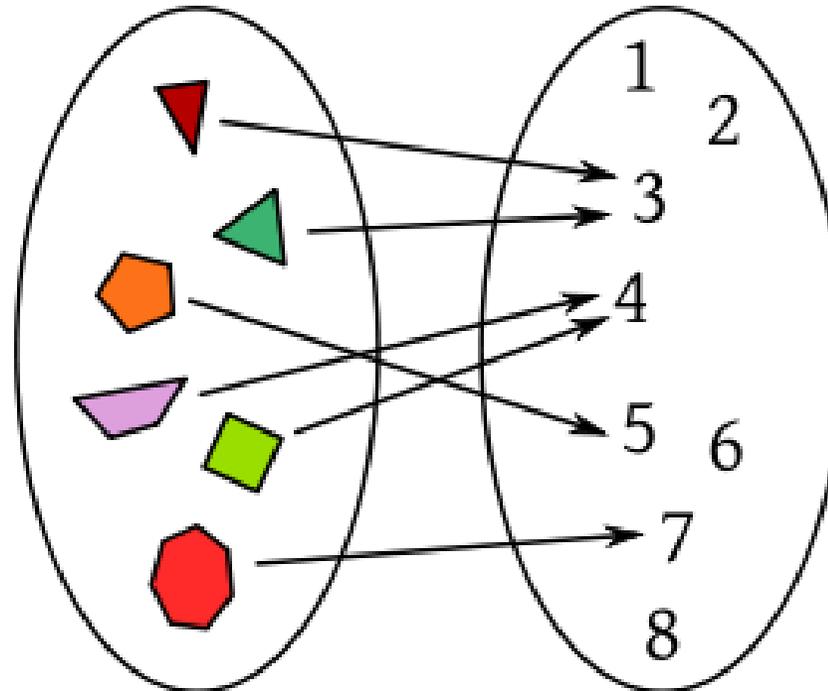
Cuestiones a repasar

- Funciones y tipos de funciones
- Matriz cuadrada
- Matriz diagonal
- Matriz identidad
- Traza de una matriz
- Matriz transpuesta
- Suma de matrices
- Producto de matrices
- Determinante de una matriz

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Estructura algebraica

- Sea E un conjunto no vacío, una función f

$$f : E \times E \mapsto E$$

se llama **ley de composición interna** (operación) sobre E . Además, la imagen $f(a,b)$ se llama el operado de a y b .

- Es usual representar las operaciones internas con algunos símbolos especiales, en vez de letras, como $*$, Δ , \perp , entre otros.
- Por definición, si $*$ es una ley de composición interna sobre E , entonces es **cerrada** sobre E , es decir, se cumple que

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Estructuras Algebraicas (cont.)

- Si $*$ es una ley de composición interna sobre E , se dice que $(E, *)$ posee una **estructura algebraica**.
- Una **estructura algebraica** es una n -tupla (a_1, a_2, \dots, a_n) , donde a_1 es un conjunto dado no vacío, y $\{a_2, \dots, a_n\}$ un conjunto de operaciones aplicables a los elementos de dicho conjunto.
- Si $*$ es una ley de composición interna sobre E , se dice que $*$:
 - Es **asociativa**: para cualesquiera elementos del grupo no importa el orden en que se operen las parejas de elementos, mientras no se cambie el orden de los elementos, siempre dará el mismo

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Estructuras Algebraicas (cont.)

- Si $*$ es una ley de composición interna sobre E , se dice que $*$:
 - Posee **elemento neutro o elemento identidad** (comúnmente denotado como e , letra inicial de la palabra alemana ***einheit***, que significa "unidad"): existe un elemento que al ser operado con cualquier otro, no lo modifica (como el cero en la suma o el 1 en la multiplicación). La unicidad del elemento neutro es fácilmente demostrable.
$$\text{Si } \exists e \in \forall a \in E \text{ tal que } a * e = e * a = a$$
 - Tiene **elementos opuestos o inversos**: todos los elementos del grupo tienen un elemento opuesto (o inverso), con el que al operarse dan por resultado el elemento neutro e . El elemento inverso de uno dado es único.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Estructuras Algebraicas (cont.)

- Si $*$ es una ley de composición interna sobre E , se dice que $*$:
 - Es **conmutativa**: para cualesquiera elementos del grupo no importa el orden de los elementos siempre dará el mismo resultado. Si $\forall a, b \in E$ se cumple $a * b = b * a$
- Un elemento h es **absorbente** por la izquierda si $h * a = h$ y lo es por la derecha si $a * h = h$ para todo a . Se dice que es el elemento absorbente si lo es por la derecha y por la izquierda.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Estructuras Algebraicas (cont.)

- Un elemento a es **idempotente** si $a * a = a$ para todo a .
- Un elemento a es **involutivo** si $a * a = e$ para todo a .
- Un elemento a es **central** si conmuta con todos los elementos de E , el conjunto formado por todos los elementos centrales se llama el **centro de E** y se denota por $C(E)$.
 - $(C(E), *)$ es un subgrupo de $(E, *)$.

$$C(E) = \{a \in E \mid ab = ba, \forall b \in E\}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

- Si G es un conjunto no vacío y $*$ es una operación interna definida sobre G . Se dice que $(G,*)$ es:
 - Un **semigrupo** si $*$ es asociativa.
 - Un **monoide** si es un semigrupo con elemento neutro.
 - Un **grupo** si es un monoide que cumple la propiedad de los inversos, es decir, $(G,*)$ es un grupo si $*$ es cerrada, asociativa, posee elemento neutro y cada elemento tiene inverso.
 - Un **grupo abeliano** o **grupo conmutativo** si es un grupo y se cumple la conmutatividad. En el caso de que no sea un grupo, se

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

- Notaciones:
 - La notación multiplicativa \otimes .
 - Operación: $*$, \times , \bullet , llamada producto.
 - Elemento neutro: 1.
 - Elemento inverso: x^{-1} .
 - La notación aditiva \oplus .
 - Operación: $+$, llamada suma.
 - Elemento neutro: 0.
 - Elemento opuesto de un elemento x del grupo: $-x$.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Grupos (cont.)

- Si $(G, *)$ es un monoide, se tiene que $a^0 = e$, y para n natural, con $n \geq 1$:

$$a^n = a * a^{n-1}$$

$$a^n = \underbrace{a * a * a * \dots * a}_{n \text{ veces } a}$$

- Si además cumple con la propiedad de los inversos, los exponentes negativos se definen como:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Grupos (cont.)

- **Teorema 1.** Si $(G, *)$ es un grupo, en general se tiene que

$$(a * b)^{-1} = b^{-1} * a^{-1} \quad (1)$$

$$(a^{-1})^{-1} = a \quad (2)$$

- **Demostración.** (1)

$$(a * b) * (a * b)^{-1} = e$$

$$(a * b) * (b^{-1} * a^{-1}) = a * (b * b^{-1}) * a^{-1}$$

$$= a * e * a^{-1}$$

(2)

$$(a^{-1})^{-1} = (a^{-1})^{-1} * e$$

$$= (a^{-1})^{-1} * (a^{-1} * a)$$

$$= ((a^{-1})^{-1} * a^{-1}) * a$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Grupos (cont.)

- Notar que si el grupo es abeliano se puede escribir
$$(a * b)^{-1} = a^{-1} * b^{-1}$$
- En caso contrario se debe respetar (1) del teorema 1.
- Si el grupo es finito, su **orden** se denota por $\alpha(G)$ y corresponde a la cardinalidad como conjunto.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Otras cuestiones importantes

- Cuerpo: En álgebra, un cuerpo es una estructura algebraica en la cual las operaciones de adición, substracción, multiplicación, y división (excepto la división por cero) se pueden realizar y las reglas asociativas, conmutativas y distributivas valen, las que son familiares de la aritmética de números ordinarios
 - Los números reales (\mathbb{R}), los números racionales (\mathbb{Q}), o los números complejos (\mathbb{C}), son ejemplos de cuerpos

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

- Un **anillo** es una estructura algebraica formada por un conjunto y dos operaciones que están relacionadas entre sí, mediante la propiedad distributiva, de manera que generalizan las nociones de número, especialmente en el sentido de su “operabilidad”.
 - En un anillo se tienen un conjunto no vacío A , y dos operaciones binarias $+$ y \bullet .

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Anillos (cont.)

- Un anillo es un triple $(A, *, \circ)$, lo cual es una estructura algebraica en la cual A es un conjunto no vacío y $*, \circ: A \times A \rightarrow A$ son dos operaciones binarias definidas sobre A que satisfacen las condiciones siguientes:
 - $(A, *)$ es un grupo abeliano.
 - (A, \circ) es un semigrupo.
 - La operación \circ es distributiva respecto a la operación $*$. Esto es, para todo $a, b \in A$

$$\begin{cases} a \circ (b * c) = (a \circ b) * (a \circ c) \\ (a * b) \circ c = (a \circ c) * (b \circ c) \end{cases}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Anillos (cont.)

- Cuando (A, \circ) es un monoide se dice que A es un **anillo unitario** o **anillo con unidad** que representaremos por 1 (elemento neutro del producto).
- Cuando (A, \circ) es un semigrupo conmutativo, se dice que A es **anillo conmutativo** o **anillo abeliano**.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Anillos (cont.)

- Para trabajar con una notación más familiar, el anillo $(A, +, \cdot)$, en el cual:
 - El neutro de $(A, +)$ se denota 0 , y para todo $x \in A$, a su inverso (para la operación $+$) se denotará $-x$.
 - Si la operación \cdot posee neutro en A , éste se denotará por 1 y se dice que $(A, +, \cdot)$ es un **anillo con unidad**.
 - Si $x \in A$ posee inverso para la operación \cdot , éste se denotará por x^{-1} . Si \cdot es conmutativa, $(A, +, \cdot)$ se llamará **anillo conmutativo**.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

- El ejemplo más sencillo y representativo de estructura de anillo se encuentra en $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$, el anillo de los enteros. Este anillo tiene unidad y es conmutativo.
- Por similitud con $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$, cuando tratemos con un anillo unitario cualquiera, en general se refiere a la suma y al producto como primera y segunda operación, respectivamente, y se utiliza el 0 y el 1 como neutros respectivos.

• Para abreviar la notación, se escribe ab en lugar de $a \cdot b$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Anillos (cont.)

- Los axiomas de anillo son una abstracción del comportamiento de los números enteros respecto de las operaciones aritméticas elementales: la suma y el producto.
- Otra clase importante de anillos abelianos unitarios finitos es $(\mathbb{Z}_n, +, \cdot)$ el anillo de los enteros módulo n .

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Anillos (cont.)

- Sea $(A, +, \cdot)$ un anillo, entonces:
 - $(\forall x \in A) 0 \cdot x = x \cdot 0 = 0$.
 - $(\forall x, y \in A) -(x \cdot y) = (-x) \cdot y = x \cdot (-y)$.
 - $(\forall x, y \in A) (-x) \cdot (-y) = x \cdot y$.
 - Si el anillo posee unidad, entonces $(\forall x \in A) -x = (-1) \cdot x = x \cdot (-1)$.
- La **ley de simplificación** es otra propiedad importante que cumplen los números enteros, es decir, para todo $a, b, c \in \mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} - \{0\}$ se verifica $ab = ac \Rightarrow b = c$.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Homomorfismos de Grupo

- Si $(G, *)$ y (F, \perp) son dos grupos. Se dice que una aplicación $f: G \rightarrow F$ es un **homomorfismo de grupos** si para todo a y b en G se satisface que $f(a * b) = f(a) \perp f(b)$. Si, además de ser homomorfismo,
 - f es sobreyectiva, entonces f es un **epimorfismo**.
 - f es inyectiva, entonces f es un **monomorfismo**.
 - f es biyectiva, entonces f es un **isomorfismo**.
 - $G = F$, entonces f es un **endomorfismo**.
 - $G = F$ y biyectiva, entonces f es un **automorfismo**.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Homomorfismos de Grupo (cont.)

- Para un homomorfismo de grupos $f: G \rightarrow F$ se define el **núcleo de f** como el conjunto $N_f = f^{-1}(\{e'\})$, donde e' es el elemento neutro de F .
 - El núcleo de un homomorfismo está formado por los elementos cuya imagen es el neutro.
 - $ker_f = N_f = \{x \in G \mid f(x) = e'\}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Imagen y núcleo

Imagen de φ [editar]

El conjunto de todos los elementos de H que son la imagen de algún elemento de G se llama la **imagen** de la aplicación, y se denota $\text{Im}(\varphi)$ o $\varphi(G)$.² Formalmente:

$$\text{Im}(\varphi) : \{h \in H : h = \varphi(g), \text{ para algún } g \in G\}$$

La imagen de φ es un **subgrupo** de H .

El núcleo o kernel [editar]

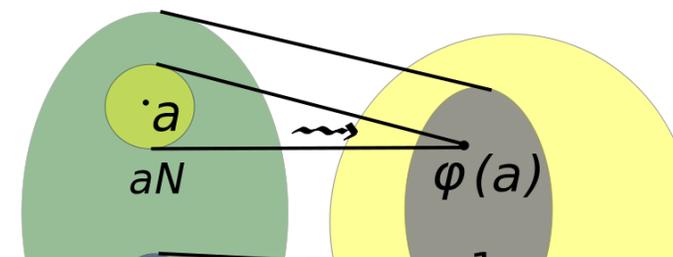
El conjunto de todos los elementos de G cuya imagen es el **elemento identidad** de H se llama **núcleo** (*kernel*) de φ :

$$\ker(\varphi) : \{g \in G : \varphi(g) = 1_H\}$$

El núcleo de φ es un **subgrupo normal** de G . El núcleo es importante porque no sólo determina qué elementos tienen por imagen la identidad, sino también qué elementos tienen la misma imagen:³

$$\begin{aligned} \text{Dado } a \in G &\rightarrow \varphi(a \circ k) = \varphi(a) \quad \forall k \in \ker(\varphi) \\ \text{ya que } \varphi(a \circ k) &= \varphi(a) * \varphi(k) = \varphi(a) * 1_H = \varphi(a) \end{aligned}$$

Los conjuntos de todos los elementos que comparten una misma imagen son las **clases laterales** del núcleo.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$G \longrightarrow G$

Cartagena99

Homomorfismos de Grupo (cont.)

- **Teorema.** Si $f: G \rightarrow F$ es un homomorfismo de grupos, si e es el elemento neutro de G y además e' es el elemento neutro de F , entonces se cumple que

$$f(e) = e' \quad (1)$$

$$f(x^{-1}) = [f(x)]^{-1} \quad (2)$$

- **Demostración.**

$$f(x) = f(x * e) = f(x) \perp f(e) \quad f(e) = e' \Rightarrow f(x * x^{-1}) = f(x) \perp f(x^{-1})$$

$$f(x) = f(x) \perp f(e) = f(x) \perp e' \quad f(x) \Delta f(x^{-1}) \text{ son inversos entre sí}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Homomorfismos de Grupo (cont.)

- **Teorema.** Sea $f: G \rightarrow F$ es un homomorfismo de grupos, con e el elemento neutro de G y e' el elemento neutro de F , si $N_f = \{e\}$ entonces f es inyectiva.
- **Demostración.**

$$\begin{aligned}f(a) = f(b) &\Rightarrow f(a)[f(b)]^{-1} = e' \\&\Rightarrow f(a)f(b^{-1}) = e' \\&\Rightarrow f(ab^{-1}) = e' \\&\Rightarrow ab^{-1} \in N_f = \{e\} \\&\Rightarrow ab^{-1} = e\end{aligned}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

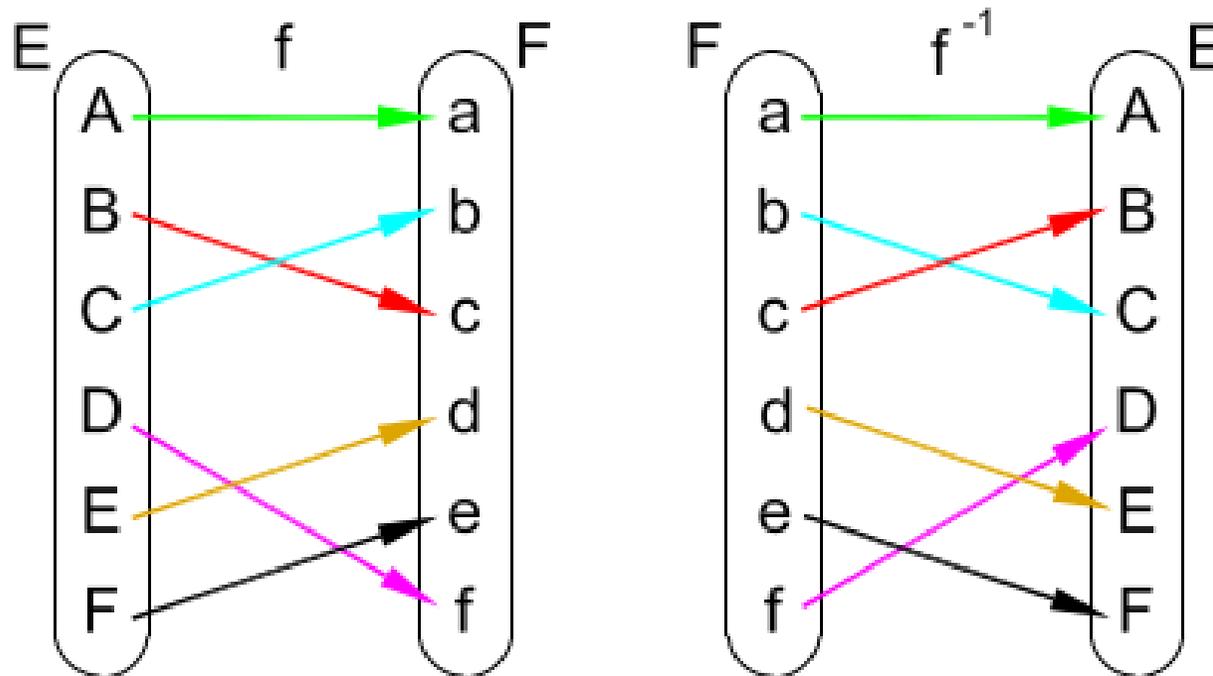
- A recordar:
 - Un homomorfismo que es también una **biyección** tal que su inversa es también un homomorfismo se llama **isomorfismo**; dos objetos isomorfos son totalmente indistinguibles por lo que a la estructura en cuestión se refiere.
 - Un homomorfismo de un conjunto a sí mismo se llama **endomorfismo**, y si es también un isomorfismo se llama **automorfismo**.
 - Un homomorfismo que es **sobreyectivo** se llama **epimorfismo**.
 - Un homomorfismo que es **inyectivo** se llama **monomorfismo**.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Biyección

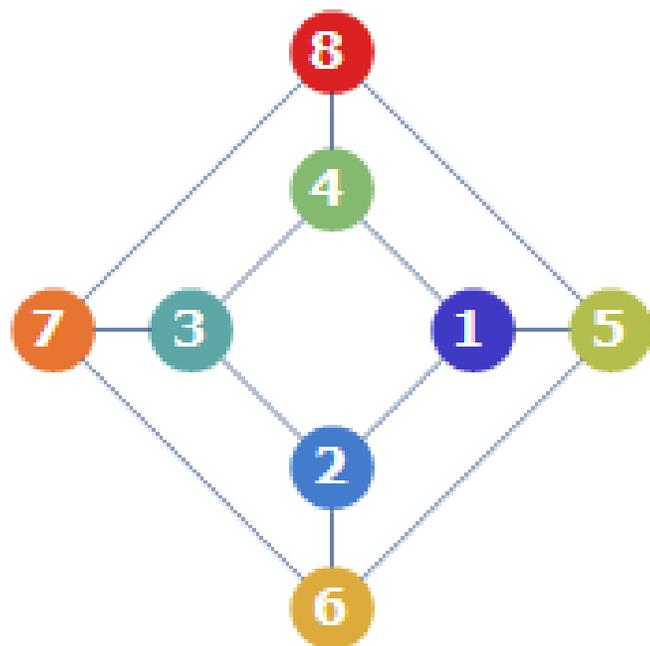


Cartagena99

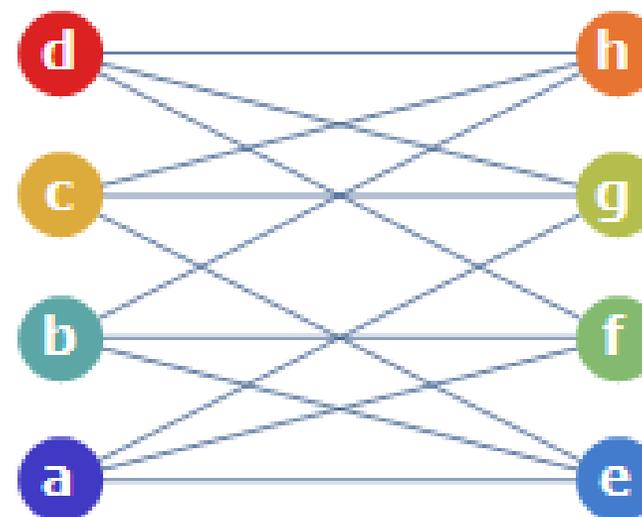
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Isomorfismo



$1 \rightarrow a$
 $2 \rightarrow e$
 $3 \rightarrow b$
 $4 \rightarrow f$
 $5 \rightarrow g$
 $6 \rightarrow c$
 $7 \rightarrow h$
 $8 \rightarrow d$

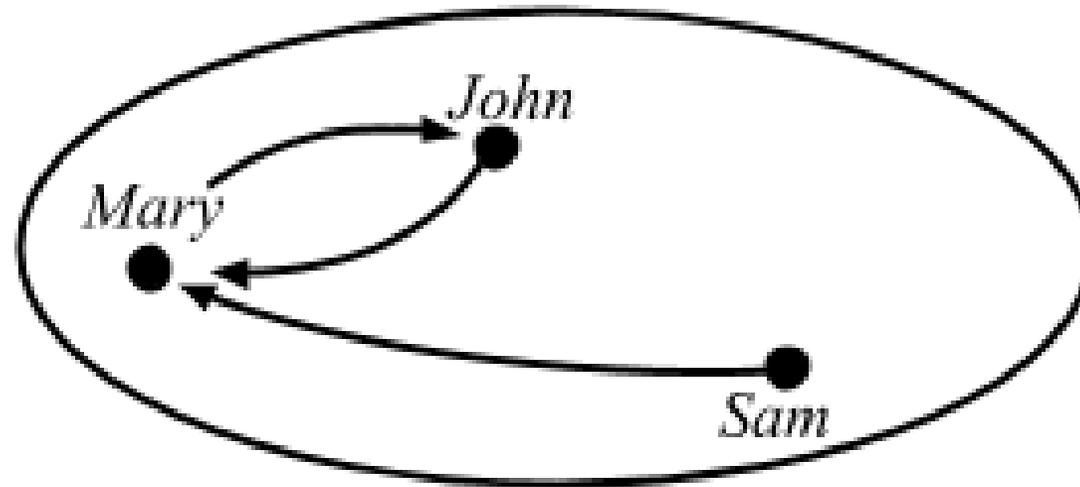


Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Endomorfismo

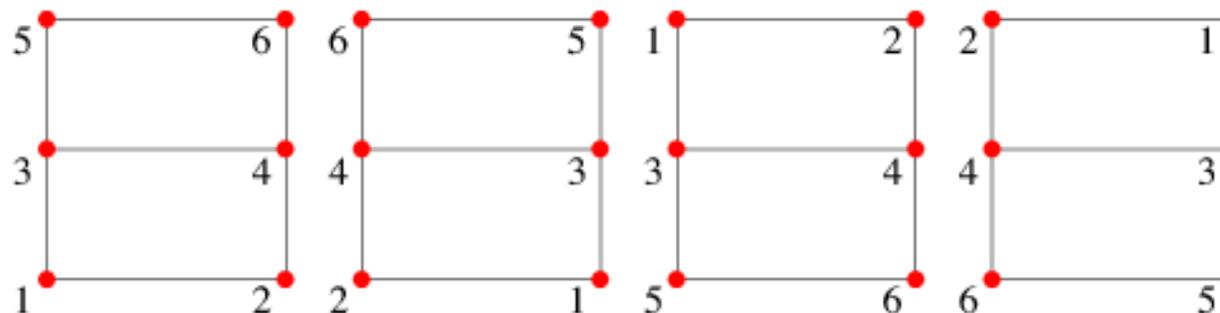


Cartagena99

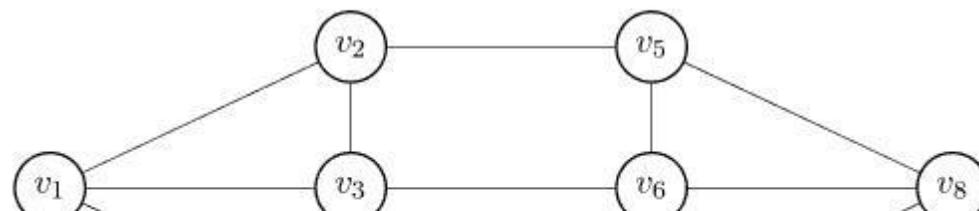
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Automorfismo



For example, the grid graph $G_{2,3}$ has four automorphisms: $(1, 2, 3, 4, 5, 6)$, $(2, 1, 4, 3, 6, 5)$, $(5, 6, 3, 4, 1, 2)$, and $(6, 5, 4, 3, 2, 1)$. These correspond to the graph itself, the graph flipped left-to-right, the graph flipped up-down, and the graph flipped left-to-right and up-down, respectively, illustrated above. More generally, as is clear from its symmetry,



Clave para entenderlo

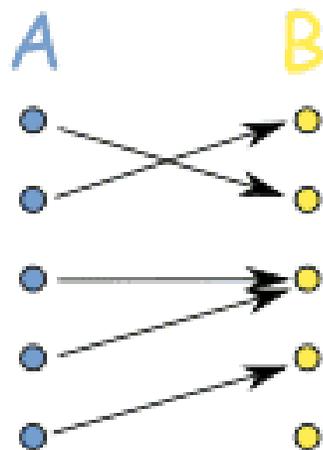
An example for a graph with four automorphisms. For instance,

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

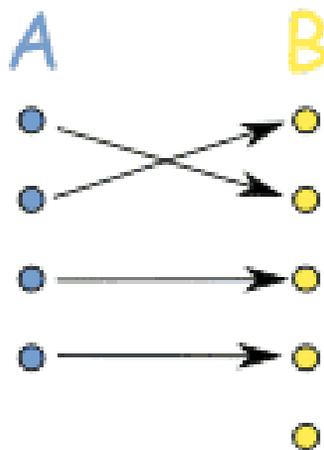
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

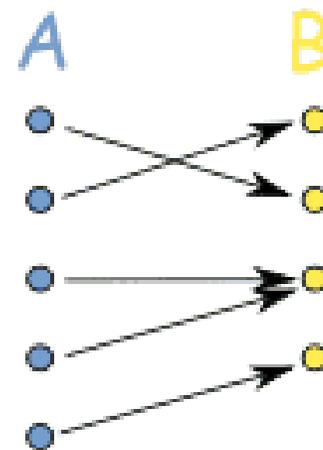
Función sobreyectiva – inyectiva...



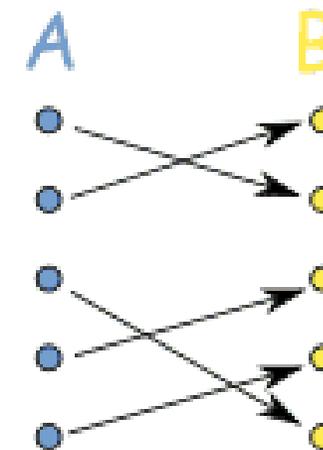
Función
general



Inyectiva
no sobreyectiva



Sobreyectiva
no inyectiva



Biyectiva
(inyectiva y
sobreyectiva)

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Resumen gráfico

$$C \begin{array}{c} \xrightarrow{g_1} \\ \xrightarrow{g_2} \end{array} A \xrightarrow{f} B$$

(a) Monomorphism

$$A \xrightarrow{f} B \begin{array}{c} \xrightarrow{g_1} \\ \xrightarrow{g_2} \end{array} C$$

(b) Epimorphism

$$A \xrightarrow{f} A$$

(c) Endomorphism

$$A \begin{array}{c} \xrightarrow{f} \\ \xleftarrow{f^{-1}} \end{array} B$$

(d) Isomorphism

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Ejemplo 1

Ejemplo 1.

Sea $h : (\mathbb{R}, +) \longrightarrow (\mathbb{R} - \{0\}, \cdot)$, se define $h(x) = 3^x$. Vemos que

$$\begin{aligned}h(x + y) &= 3^{x+y}, \\ &= 3^x 3^y, \\ &= h(x)h(y).\end{aligned}$$

Así h es un homomorfismo. Por otro lado, se tiene que

$$\frac{dh(x)}{dx} = \ln 3 \cdot 3^x > 0, \forall x \in \mathbb{R},$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Ejemplo 2

Considerar el grupo de los números reales con la suma $(\mathbb{R}, +, 0)$ y el grupo de los números reales con el producto $(\mathbb{R} - \{0\}, \cdot, 1)$. ¿Es la aplicación $f : (\mathbb{R}, +, 0) \rightarrow (\mathbb{R} - \{0\}, \cdot, 1)$, con $f(x) = e^x$, un homomorfismo de grupos? ¿Es un epimorfismo? ¿Es un monomorfismo?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

- Con estructuras algebraicas, grupos, anillos y homomorfismos se trabajará más en:
 - ***MATEMÁTICAS DISCRETAS***

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70