

**Ingeniería de Control I**  
**Tema 11**  
**Reguladores PID**

1

**Tema 11. Reguladores PID**

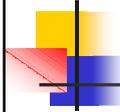
- Introducción
- Especificaciones de funcionamiento
- Acciones básicas de control
- Ajuste empírico de reguladores. Métodos de Ziegler-Nichols.
- Ajuste analítico: basado en el LR
- Metodologías de diseño

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

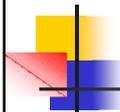
**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

**Cartagena99**



## Bibliografía

- Señales y Sistemas. OCW-UC3M.
- Ingeniería de Control Moderna. K. Ogata.
- Automática. OCW-UPV.
- Sistemas realimentados de control. J.J. D'azzo.



## Objetivos

- Identificar relación entre análisis en dominio  $s$  y dominio en el  $t$ .
- Identificar modificaciones en uno u otro dominio para conseguir comportamientos en el otro.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

**Cartagena99**

## Introducción

- Para qué mejorar un sistema
  - Mejorar la estabilidad:
    - Estable a partir de inestable
    - Más estable
  - Precisión en régimen permanente
    - Seguimiento de señal de referencia sin error
    - Eliminar influencia de perturbaciones sobre salida
  - Respuesta transitoria adecuada
    - Transitorio suficientemente rápido
    - Amortiguamiento adecuado

Reguladores PID 5

## Introducción

- Dado un sistema de control en bucle cerrado:

```

    graph LR
      r_t["r(t)"] --> R["Regulador"]
      R --> A["Accionad."]
      A --> P["Planta"]
      P --> c_t["c(t)"]
      c_t --> S["Sensor"]
      S --> R
  
```

- Buscamos diseñar  $G_c(s)$

Regulador

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Especificaciones de funcionamiento

- RP:
  - $e_p, e_v, e_a...$  (errores de pos, v, ac.)
  
- RT:
  - $M_p$  (sobrepulso)
  - $t_s$  (tiempo de establecimiento)
  - $t_p$  (tiempo de pico)
  - ...
- Relación con la posición de los polos

Reguladores PID 7

## Recordar: sistemas de 2º orden

- $G(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$

PLANO s

$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$

$s_1$

$\omega_n$

$\theta$

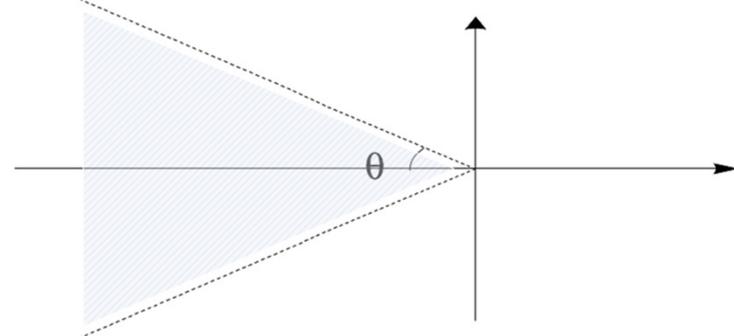
$-\sigma = -\xi\omega_n$



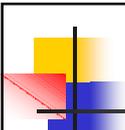
**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE**  
**LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**  
 ---  
**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS**  
**CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



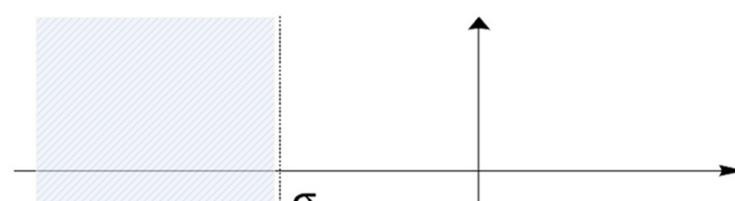
- $$M_p = e^{\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} < b \Rightarrow e^{\frac{\pi}{\text{tg}\theta}} < b \Rightarrow \text{tg}\theta < \frac{\pi}{\ln M_p}$$



Reguladores PID 9



- $$t_s = \frac{\pi}{\xi\omega_n} < a \Rightarrow \xi\omega_n = \sigma > \frac{\pi}{a} \text{ (en valor absoluto).}$$



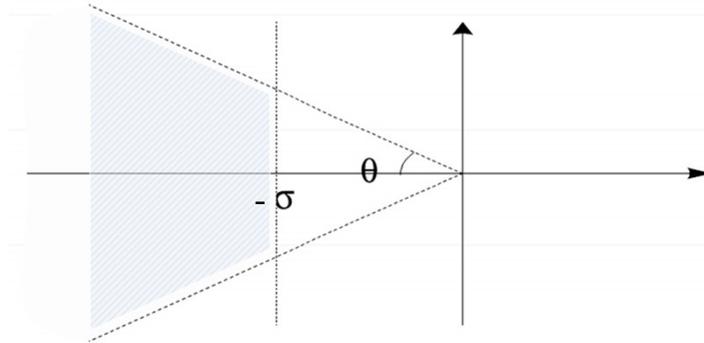
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

- Con ambas condiciones:



- Objetivo de regulación: situar polos dominantes <sup>(7.14)</sup> en esa zona.

- Especificaciones de RP:

- Tipo cero:  $e_p = \frac{1}{1+k_p}$

- CE de error de posición <sup>(7.29)</sup>  $= k_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s) = k_0$

- Si  $e_p < C \Rightarrow k_p > \frac{1-C}{C}$

- ¿Qué valor de  $k_0$  nos saca o nos introduce en la zona válida de RT? (LR)

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

### Acción proporcional (P)

- Señal de control proporcional al error

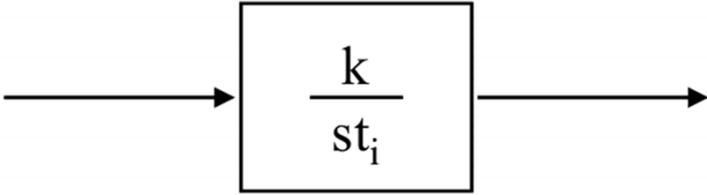


- $a(t) = k_p e(t) = k e(t) \Rightarrow \frac{A(s)}{E(s)} = k$

Reguladores PID 13

### Acción integral (I)

- Señal de control proporcional a la integral del error



- $a(t) = k_i \int_0^t e(\tau) d\tau = \frac{k}{t_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \Rightarrow \frac{A(s)}{E(s)} = \frac{k}{st_i}$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Acción derivativa (D)

- Señal de control proporcional a la variación de la señal de error

- $a(t) = k_d \frac{de(t)}{dt} = kt_d \frac{de(t)}{dt} \Rightarrow \frac{A(s)}{E(s)} = kt_d s$
- Acción de tipo anticipativo

Reguladores PID 15

## Control derivativo suavizado

- El control D puro provoca una  $\delta(t)$  ante un escalón
- Ante entrada ruidosa derivaría ruido (más ruidoso)
- Se pone un filtro paso bajo de 1<sup>er</sup> orden en serie:
  - $\frac{1}{1+\gamma t_d s} \cdot kt_d s = \frac{kt_d s}{1+\gamma t_d s}$
  - El valor de  $\gamma$  se selecciona según la suavidad de salida



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



- Del tema 8, pag. 8.5-7:
- Respuesta de sistemas de 1<sup>er</sup> orden ante escalón:
  - $C(s) = \frac{kt_d s}{1+\gamma t_d s} \frac{1}{s} = \frac{k}{\gamma(s+\frac{1}{\gamma t_d})} \Rightarrow c(t) = \frac{k}{\gamma} e^{-\frac{t}{\gamma t_d}}$
  - Si  $\gamma=0.1$  el t en alcanzar el 63% del valor final se divide por 10 (la nueva cte. de tiempo es  $\gamma t_d$ )

Reguladores PID 17



## Reguladores P

- Proporcional:  $a(t) = ke(t); G_c(s) = k$
- Movemos los polos del sistema realimentado por las ramas de las raíces al variar  $k$ .
- $M(s) = \frac{kG(s)}{1+kG(s)H(s)} = \frac{kG(s)}{1+k k_{OL} \frac{\prod(s-z_i)}{\prod(s-p_i)}}$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

- - -

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



## Regulador PI

- Proporcional Integral:
  - $a(t) = ke(t) + \frac{k}{t_i} \int e(t)dt$
  - $G_c(s) = k + \frac{k}{t_i s}$

- El polo en el origen aumenta el tipo del sistema y anula el error de posición.

Reguladores PID
19

## Regulador PD

- Proporcional derivativo:
  - $a(t) = ke(t) + kt_d \frac{de(t)}{dt}$
  - $G_c(s) = k + kt_d s$

- Predice linealmente el valor futuro



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE**  
**LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**  
 - - -  
**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS**  
**CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

## Regulador PID

- Proporcional integral derivativo:
  - $a(t) = ke(t) + \frac{k}{t_i} \int e(t)dt + kt_d \frac{de(t)}{dt}$
  - $G_c(s) = k + \frac{k}{t_i s} + kt_d s$

- Une efectos de PI y PD

Reguladores PID 21

## Diseño de reguladores PID

- Métodos empíricos
  - Permiten calcular un valor razonable para los parámetros PID cuando no se dispone de un modelo del sistema a controlar
  - Ziegler-Nichols en bucle abierto
  - Ziegler-Nichols en bucle cerrado
- Métodos analíticos o de asignación de polos
  - Se fijan los polos según los requisitos de



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

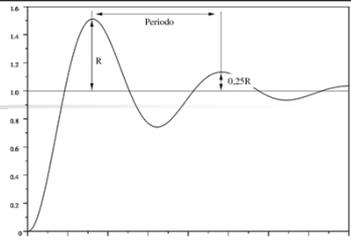
## Métodos empíricos

- En muchos sistemas industriales el proceso a controlar es no lineal o no fácil de controlar
- El método más simple se basa en ensayo y error
- En general se trata de:
  - Medir determinados parámetros relacionados con el comportamiento del sistema
  - A partir de ahí con fórmulas o tablas calcular regulador

Reguladores PID 23

## Z-N en bucle abierto

- Especificaciones:
  - Factor de decaimiento: 25%
- Se obtiene experimentalmente la respuesta a escalón del sistema en bucle abierto ( $G(s)$ ).
- Se aproxima la respuesta a la de un sistema de primer orden con retardo puro, calculando sus 3 parámetros:



$c(t)$  ↑      Tangent line at inflection point

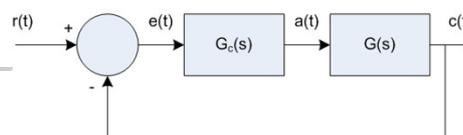
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Z-N en bucle abierto

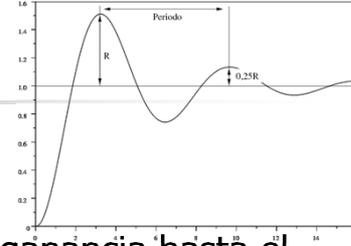


- La planta será:  $\frac{C(S)}{A(S)} = \frac{ke^{-Ls}}{1+Ts}$
- Se ajusta el regulador de acuerdo con fórmulas:
  - $G_c(s) = k \left( 1 + \frac{1}{t_i s} + t_d s \right)$

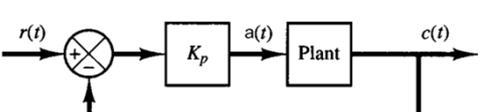
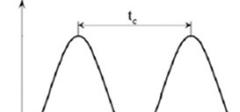
	k	$t_i$	$t_d$
P	$\frac{T}{L}$	$\infty$	0
PI	$0.9 \frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$1.2 \frac{T}{L}$	2L	0.5L

Reguladores PID 25

## Z-N en bucle cerrado



- Especificaciones:
  - F. decaimiento: 25%
- Con un regulador P se varía la ganancia hasta el valor crítico en el que la respuesta del sistema en bucle cerrado sea una oscilación mantenida.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Z-N en bucle cerrado

- Se ajusta el regulador con las fórmulas:
  - $G_c(s) = k(1 + \frac{1}{t_i s} + t_d s)$

	$k$	$t_i$	$t_d$
$P$	$0,5k_c$	$\infty$	$0$
$PI$	$0,45k_c$	$\frac{t_c}{1,2}$	$0$
$PID$	$0,6k_c$	$0,5t_c$	$\frac{t_c}{8}$

Reguladores PID 27

## Diseño basado en el LR: requisitos RT y RP

- RT: aceptable respuesta de sistema de orden 2 ante escalón con  $0.3 < \xi < 0.8 \Rightarrow 35\% > M_p > 5\%$ 
  - Más de 35% hay que amortiguar salida por ser muy oscilante
  - Menos del 5% hay que acelerar por ser lenta
- RP: aumentar coeficientes estáticos de error
  - PD: mejora el RT
  - PI: mejora el RP



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Sintonía PD

- Supongamos que  $s_1$  debe ser un polo dominante de la FT en LC (condiciones de RT):
- Debe cumplir condición del argumento:
  - $\arg(G(s_1)H(s_1)) = (2q + 1)\pi$
- Si no lo cumple y le falta  $\varphi_I$ , hay que añadir  $\varphi_I$  radianes al arg. de la FT en LA en el punto  $s_1$ : para ello se coloca un cero en una posición  $s = \frac{-1}{t_d}$  tal que  $\varphi = \varphi_I$ .

Reguladores PID 29

## PD (2)

- Mediante la condición del módulo se obtiene la ganancia del controlador que hace que  $s_1$  sea polo del sistema en LC.
- $G_c(s) = k(1 + t_d s)$
- $k = \frac{1}{|G(s_1)H(s_1)(1 + t_d s_1)|}$
- Si se va a hacer una sintonía I mejor no calcular la k



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Sintonía PI

- Por ejemplo, una vez sintonizado PD
- RP adecuado: polo en origen para anular o reducir errores en RP:  $G_c(s) = k(1 + \frac{1}{t_i s})$
- Para conseguir que el transitorio se modifique poco, se sitúa el cero muy cerca del eje  $j\omega$ , así  $\varphi$  (diferencia entre ángulo con polo y con cero) será pequeño y no se modifica el LR existente

Reguladores PID

31

## PI (2)

- La pareja polo-cero serán dominantes, pero al estar muy cerca, el residuo del polo será pequeño y la influencia en el transitorio pequeña.
- ¿Cómo de cerca del origen?
  - 0.1d
  - $\varphi < 5^\circ$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

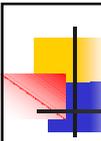
Cartagena99



## PID

- Finalmente retocar la ganancia en lazo abierto para mantener el error en RP
- LA:
  - $G_c(s)G(s)H(s) = \frac{K}{t_i} \frac{1+t_i s}{s} (1 + t_d s)G(s)H(s)$
- Si el sistema GH(s) era de tipo 0, ahora  $G_cGH(s)$ :
  - $K_p = \infty$
  - $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG_c(s)G(s)H(s) = \frac{K}{t_i} G(0)H(0)$
  - $K_a = 0$
- Observar aparente contradicción:  $\frac{1}{t_i} \downarrow; K_v \downarrow; e_v \uparrow$

Reguladores PID 33



## Diseño basado en el LR

- ¿Pasa el LR por la zona de especificaciones de RT? (P)
- SI:
  - ¿Se cumplen especificaciones de RP?  $e_p = \frac{1}{1+k_p}$ 
    - SI: P
    - NO: Añadir par polo (en origen)-cero (I): PI



A I

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

- - -

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

## Diseño basado en el LR

- ¿Pasa el LR por la zona de especificaciones de RT? (P)
- No:
  - Añadir un cero: (D)
    - Aplicar criterio del argumento del LR para que las raíces dominantes pasen por la zona de especificaciones del RT
    - ¿Se cumplen especificaciones de RP?
      - SI: PD
      - NO: Añadir par polo (en origen)-cero (I): PID

Reguladores PID 35



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**