



**Universidad de Granada**  
Departamento de Teoría de la Señal,  
Telemática y Comunicaciones



*ETSIT*  
*C/ Periodista Daniel Sancedo Aranda, s/n*  
*18071 - Granada*

# SOLUCIÓN

## PROBLEMA 1

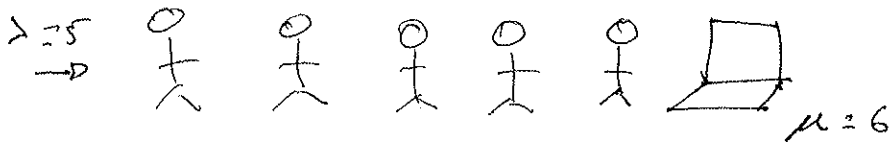
Cartagena99

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

# Ordenador de la Escuela



$$\lambda = 5 \text{ alumnos/h}$$

$$\mu = 6 \text{ terminos/h}$$

$$\rho = \frac{5}{6}$$

$$1. N = \frac{\rho}{1 - \rho} = \frac{5/6}{1 - 5/6} = 5 \text{ alumnos}$$

$$N_q = N - \rho = 4.16 \text{ alumnos}$$

2. Terminal ocupado

$$Pr[\text{Terminal ocupado}] = 1 - p_0 = \rho = \frac{5}{6} \approx 83.3\%$$

3. Terminal libre

$$Pr[\text{Terminal libre}] = p_0 \approx 16.7\%$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



**Universidad de Granada**  
Departamento de Teoría de la Señal,  
Telemática y Comunicaciones



*ETSIT*  
*C/ Periodista Daniel Saucedo Aranda, s/n*  
*18071 - Granada*

# SOLUCIÓN

## PROBLEMA 2

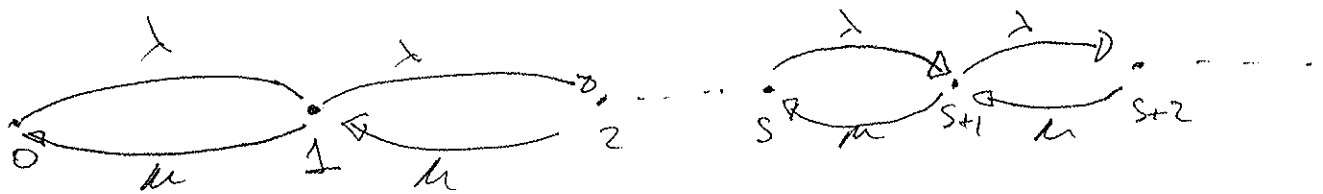
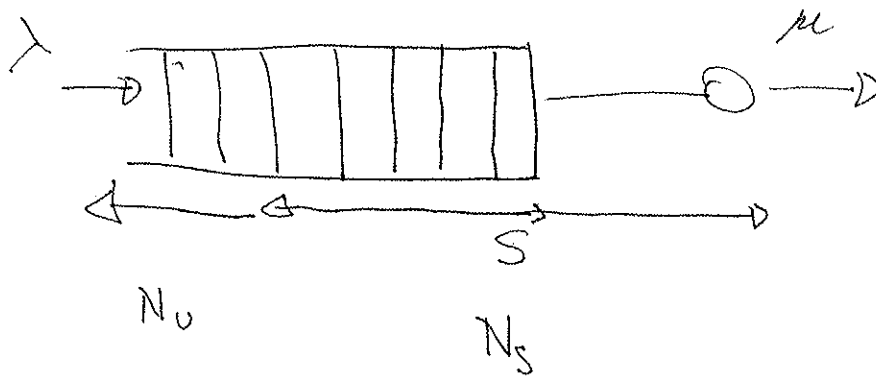
Cartagena99

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

# Comedor



$$P_n = P_0 \rho^n \quad \text{donde} \quad P_0 = 1 - \rho \quad \parallel \quad N = \frac{\rho}{1 - \rho}$$

$$N_v = \sum_{n=0}^{\infty} n P_{n+s} = \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot P_0 \cdot \rho^{n+s} = \rho^s \cdot \sum_{n=0}^{\infty} n P_0 \rho^n$$

$$N_v = \rho^s \cdot \frac{\rho}{1 - \rho} = \frac{\rho^{s+1}}{1 - \rho}$$

$$T_v = \frac{N_v}{\lambda} = \rho^s \cdot \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{\rho^s}{\mu - \lambda}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

-  $s = 10$

$$N = \frac{\rho}{1-\rho} = 19 \text{ bandejas}$$

$$N_0 = \rho^s \cdot \frac{\rho}{1-\rho} = 11.37 \text{ personas}$$

$$T_0 = \frac{N_0}{\lambda} = 5.98 \text{ min}$$

- si  $s = 20$

$$N_0 = 6.8 \text{ personas}$$

$$T_0 = 3.58 \text{ min}$$

- si  $s = 100$

$$N_0 = 0.11 \text{ personas}$$

$$T_0 = 0.06 \text{ minutos}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



**Universidad de Granada**  
Departamento de Teoría de la Señal,  
Telemática y Comunicaciones



*ETSIT*  
*C/ Periodista Daniel Sancedo Aranda, s/n*  
*18071 - Granada*

# SOLUCIÓN

## PROBLEMA 3

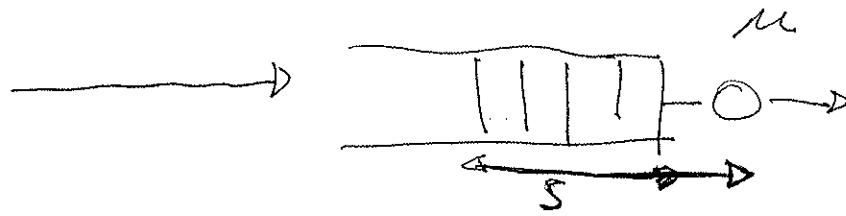
Cartagena99

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

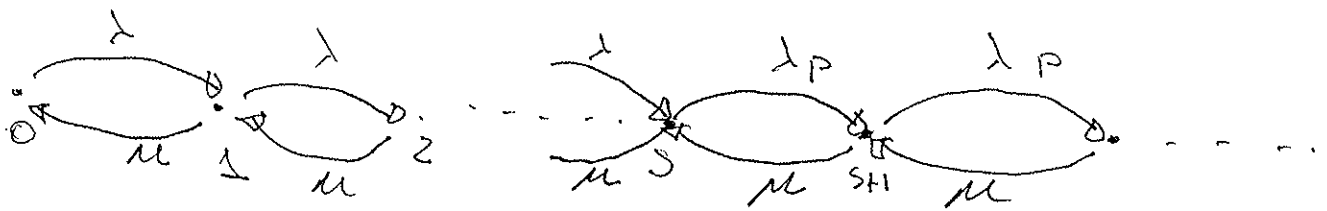
---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

RED



- ~~New arrival~~
- Si el número de mensajes en el buffer es mayor o igual  $S \Rightarrow$  cada nuevo paquete se descarta con probabilidad  $(1-p)$



$\frac{\lambda p}{\mu} < 1 \Leftrightarrow$  eq. estabilidad

$\lambda p_0 = \mu p_1 \Rightarrow p_1 = p_0 \frac{\lambda}{\mu} = p_0 p$

$\lambda p_1 = \mu p_2 \Rightarrow p_2 = p_1 p = p_0 p^2$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$p \cdot \lambda p_s = \mu p_{s+1} \Rightarrow p_{s+1} = p_s \cdot p \frac{\lambda}{\mu} = p_0 p^{s+1}$

$$\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1$$

$$p_0 = \frac{1}{1 + \sum_{n=1}^{\infty} \prod_{i=0}^{n-1} \frac{\lambda_i}{\mu_{i+1}}} = \frac{1}{1 + \sum_{n=1}^{S-1} \prod_{i=0}^{n-1} \frac{\lambda_i}{\mu_{i+1}} + \sum_{n=S}^{\infty} \prod_{i=0}^{n-1} \frac{\lambda_i}{\mu_{i+1}}}$$

$$\frac{1}{1 + \sum_{n=1}^{S-1} p^n + \sum_{n=S}^{\infty} p^n \cdot p^{n-S}}$$

$$\frac{1}{\frac{1-p^S}{1-p} + p^S \cdot \sum_{n=S}^{\infty} (pp)^{n-S}}$$

$$\frac{1-p^S}{1-p} + \frac{p^S}{1-pp}$$

$$p_0 = \sum_{n=0}^{\infty} (1-p) p^n = (1-p) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} p^n \cdot \frac{p_0}{p_0} =$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

$$p_0 = (1-p) \cdot p_0 \cdot \frac{1}{1-p}$$





**Universidad de Granada**  
Departamento de Teoría de la Señal,  
Telemática y Comunicaciones



*ETSIT*  
*C/ Periodista Daniel Sancedo Aranda, s/n*  
*18071 - Granada*

# SOLUCIÓN

## PROBLEMA 4

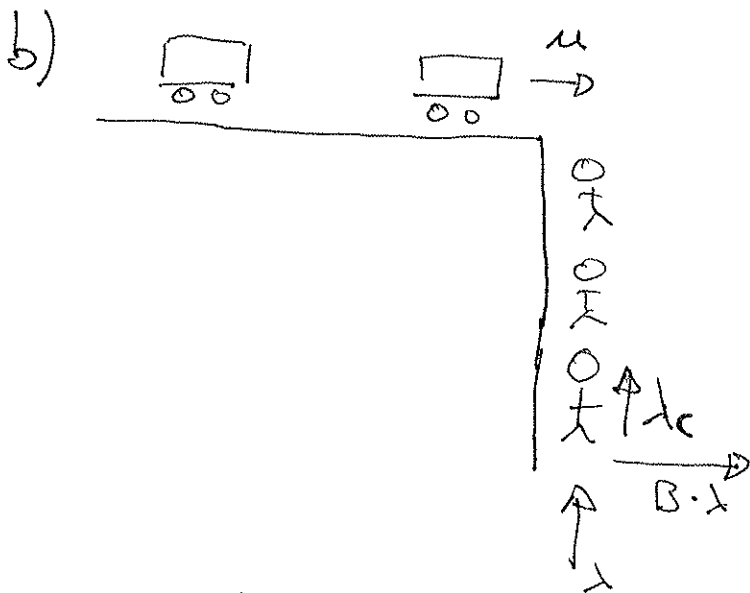
Cartagena99

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

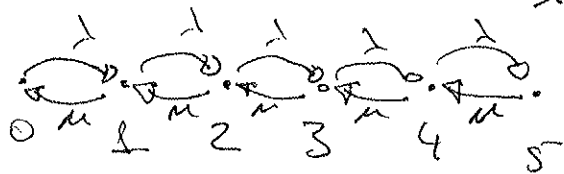
---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

a) Los tiempos entre llegadas se distribuyen exponencialmente, y por tanto se trata de un proceso sin memoria.  
 Tiempo de espera =  $\frac{1}{\mu}$



$\lambda = 2/3$  perso/min  
 $\mu = 1$  taxis/min



Systema  $M/M/1/5$

-  $P_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \cdot P_0 \quad n \leq 5$

-  $\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1 \Rightarrow \sum_{n=0}^5 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 = 1 \Rightarrow P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^5 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$- T = \frac{N}{\lambda_c}$$

$$- \lambda_c = \lambda (1 - B) = \lambda (1 - p_s) = \lambda (1 - p_0 \cdot p^s) = 0.63$$

$$- T = \frac{N}{\lambda_c} = 2.24 \text{ min}$$

$$c) B = p_s = p_0 \cdot p^s = 0.048 = 4.8\%$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



**Universidad de Granada**  
Departamento de Teoría de la Señal,  
Telemática y Comunicaciones



*ETSIT*  
*C/ Periodista Daniel Sancedo Aranda, s/n*  
*18071 - Granada*

# SOLUCIÓN

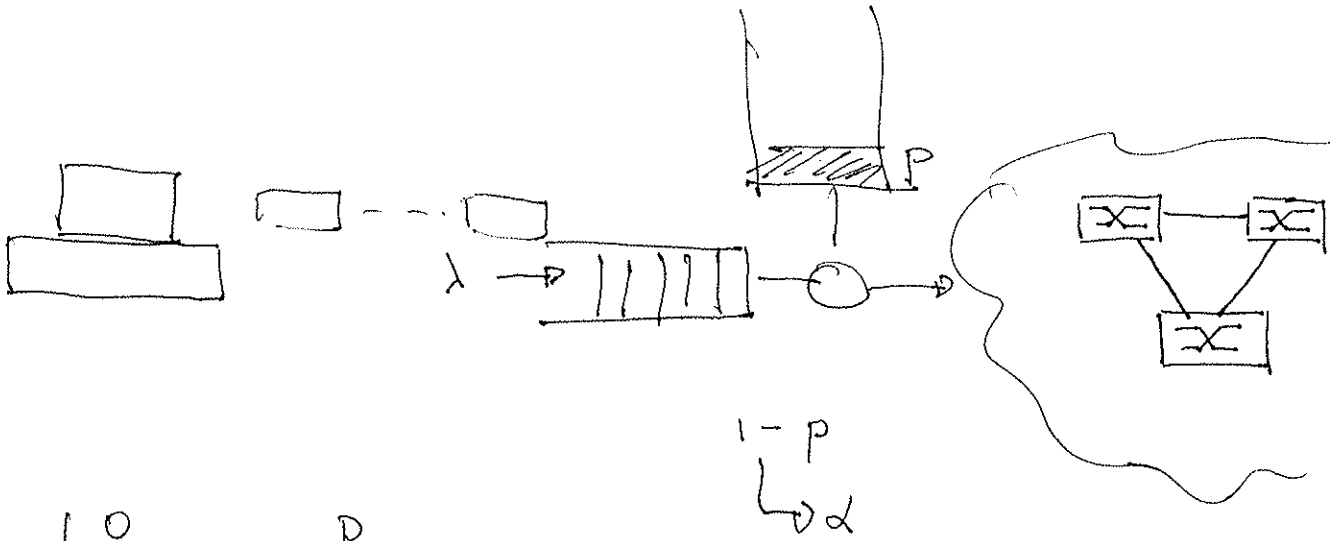
## PROBLEMA 5

Cartagena99

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



$$X \sim T_s = \begin{cases} 0 & p \\ \text{exp}(\text{media } \frac{1}{\alpha}) & 1-p \end{cases}$$

$1-p$   
 $\downarrow$   
 $\alpha$

$$- \text{pdf}_{T_s}(t) = p \delta(t) + (1-p) \alpha \cdot e^{-\alpha t} \quad t > 0$$

$$- J = E[T_s] + \frac{\lambda E[T_s^2]}{2(1-\lambda \cdot E[T_s])}$$

$$- E[T_s] = \int_{-\infty}^{\infty} t \text{pdf}_{T_s}(t) dt = \int_0^{\infty} t p \delta(t) dt + \int_0^{\infty} t (1-p) \cdot \alpha \cdot e^{-\alpha t} dt =$$



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE**  
**LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**  
 ---  
**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS**  
**CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

$$- E[T_s^2] = \int_{-\infty}^{\infty} t^2 p dF(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} t^2 \cdot p \delta(t) dt + \int_0^{\infty} t^2 (1-p) \cdot \lambda e^{-\lambda t} dt$$

$$= (1-p) \cdot \int_0^{\infty} t^2 \cdot \lambda e^{-\lambda t} dt = (1-p) \cdot \frac{2}{\lambda^2}$$

$$E[X^2] = \sigma_x^2 + E[X]^2 = \frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda^2} = \frac{2}{\lambda^2}$$

$$- T = \frac{1-p}{\lambda} + \frac{\lambda \cdot (1-p) \cdot \frac{2}{\lambda^2}}{2 \left(1 - \lambda \cdot \frac{(1-p)}{\lambda}\right)}$$

$$\frac{1-p}{\lambda} + \frac{\lambda (1-p)}{\lambda^2 \left(1 - \frac{\lambda (1-p)}{\lambda}\right)}$$

$$\frac{1-p}{\lambda} + \frac{\lambda (1-p)}{\lambda^2}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99



**Universidad de Granada**  
Departamento de Teoría de la Señal,  
Telemática y Comunicaciones



*ETSIT*  
*C/ Periodista Daniel Sancedo Aranda, s/n*  
*18071 - Granada*

# SOLUCIÓN

## PROBLEMA 7

Cartagena99

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

$$\lambda = \frac{4}{5} \text{ men / s}$$

$$\bar{l} = 8 \times 8 \text{ Kbytes} = 64 \text{ Kbits}; C_{TX} = 64 \text{ Kbits / s}$$

Tiempo medio de transmisión de un mensaje:  $\frac{1}{\mu} = 1 \text{ s}$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{4}{5} = 0.8 \text{ puesto que nuestro sistema se puede modelar como un M/M/1.}$$

$$1. \text{ Tiempo medio de retardo} = \bar{T} = \frac{1}{\mu} = 5 \text{ s}$$

$$\text{Pr[Esperar en cola]} = \text{Pr}[1 \text{ ó más en sistema}] = \text{PD} = 1 - P_0 = \rho = 80$$

Retardo medio experimentado por los que tienen que esperar:

$$E[W|W>0] = \bar{T}$$

$$E[T|W>0] = E[W|W>0] + \frac{1}{\mu} = 5 + 1 = 6 \text{ s}$$

$$\bar{Q} = \bar{N} \cdot \rho = 4 \cdot 0.8 = 3.2 \text{ mensajes}$$

$$P[W > 10 \text{ s}] = 1 - P[W \leq 10 \text{ s}] = 1 - F_w(10) = \rho e^{-\mu(1-\rho)10} = 10.8$$

$$2. \text{ A. } \lambda_K = \lambda \quad \forall K$$

$$\mu_K = \mu \quad \text{para } K=1$$

$$\mu_K = 2\mu \quad \text{para } K=2,3,\dots$$

$$P_K = \frac{a^K}{2^{K-1}} P_0 \quad \text{con } a = \frac{\lambda}{\mu}$$

$\sum P_K = 1$  de donde se concluye que:

$$P_0 = \frac{1 - \frac{a}{2}}{1 + \frac{a}{2}}$$

$$\bar{N}_1 = \sum_{K=1}^{\infty} K P_K = a P_0 + a P_0 \sum_{K=2}^{\infty} K b^{K-1} \quad \text{con } b = \frac{a}{2}$$

$$\bar{N}_1 = \frac{a P_0}{1 - \frac{a}{2}}$$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

**Cartagena99**



$$P_K = \frac{a^K}{2^{K-2}} P_0$$

$\sum P_K = 1$  de donde se concluye que:

$$P_{02} = \frac{1 \cdot \frac{a}{2}}{1 + \frac{a}{2} + \frac{a^2}{2}}$$

$$\overline{N}_2 = \sum_{K=1}^{\infty} K P_K = a P_{02} + 2 a^2 P_{02} + a^2 P_{02} \sum_{K=3}^{\infty} K b^{K-2}$$

$$\overline{N}_2 = \frac{a P_{02}}{(1-b)^2} [2a + 1 + b - b^2]$$

$$\overline{T}_2 = \frac{P_{02}}{\mu(1-b)^2} [2a + 1 + b - b^2] = 2.75 \text{ s}$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



**Universidad de Granada**  
Departamento de Teoría de la Señal,  
Telemática y Comunicaciones



*ETSIT*  
*C/ Periodista Daniel Sancedo Aranda, s/n*  
*18071 - Granada*

# SOLUCIÓN

## PROBLEMA 9

Cartagena99

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

1. Se trata de un sistema M/M/3/5 y por tanto será un sistema de pérdidas.

Se pide  $\bar{T} = \bar{N} / \bar{\lambda}_e$ , donde  $\bar{N} = \sum_{k=1}^5 k P_k$  y  $\bar{\lambda}_e = \sum_{k=0}^4 \lambda_k \cdot P_k$ . Por tanto hay que calcular las

$$P_k.$$

$$\lambda_k = \lambda, k=0,1,2,4,5$$

$$\mu_k = \begin{cases} k\mu & 1 \leq k \leq 3 \\ 3\mu & k \geq 3 \end{cases}$$

Como  $P_k = (\lambda_{k-1} / \mu_k) P_{k-1}$ , siendo  $\lambda = 3$  clientes/s y  $\mu = 1$  clientes/s se obtienen los siguientes valores para las probabilidades de estado:

$$P_0 = 1/22 = 0.04545; P_1 = 3/22 = 0.1363; P_2 = 9/44 = 0.2045; P_3 = 9/44 = 0.2045;$$

$$P_4 = 9/44 = 0.2045; P_5 = 9/44 = 0.2045;$$

$$\bar{N} = \sum_{k=1}^5 k \cdot P_k = 132/44 = 3 \text{ clientes}$$

$$\bar{\lambda}_e = \sum_{k=0}^4 \lambda_k \cdot P_k = 105/44 = 2.386 \text{ clientes/s}$$

$$\bar{T} = \bar{N} / \bar{\lambda}_e = 44/35 = 1.257 \text{ s}$$

$$\bar{W} = \bar{T} - 1/\mu = 9/35 = 0.257 \text{ s}$$

$$E[W | W > 0] = \bar{W} / P[W > 0] = \bar{W} / (P_3 + P_4) = 22/35 = 0.628 \text{ s} =$$

2.  $\bar{N}_Q = \bar{\lambda}_e \cdot \bar{W} = 27/44 = 0.6136$  clientes

$$\bar{N}_S = \bar{\lambda}_e \cdot (1/\mu) = 105/44 = 2.386$$
 clientes

3.

$$PP = \frac{\bar{N}_P}{\bar{N}_O} = 1 - \frac{\bar{N}_C}{\bar{N}_O} = 1 - \frac{\bar{\lambda}_e}{\lambda} = P_5 = 9/44 = 20.45\%$$

$$PD = \frac{\bar{N}_D}{\bar{N}_O} = \frac{\sum_{k=3}^4 \lambda_k P_k}{\sum_{k=0}^5 \lambda_k P_k} = P_3 + P_4 = 18/44 = 40.9\%$$

4. Cuando el sistema de ahorro de energía NO está activado:

$$\rho_i = \bar{\lambda}_e / c\mu = 35/44 = 79.5\% \quad i = 1,2,3$$

Cuando el sistema de ahorro de energía SI está activado:

$$\rho_i = \frac{1}{2} P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 88.6\% \quad i = 1,2$$

$$\rho_i = P_1 + P_2 + P_3 = 27/44 = 61.36\% \quad i = 3$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



**Universidad de Granada**  
Departamento de Teoría de la Señal,  
Telemática y Comunicaciones



*ETSIT*  
*C/ Periodista Daniel Sancedo Aranda, s/n*  
*18071 - Granada*

# SOLUCIÓN

## PROBLEMA 10

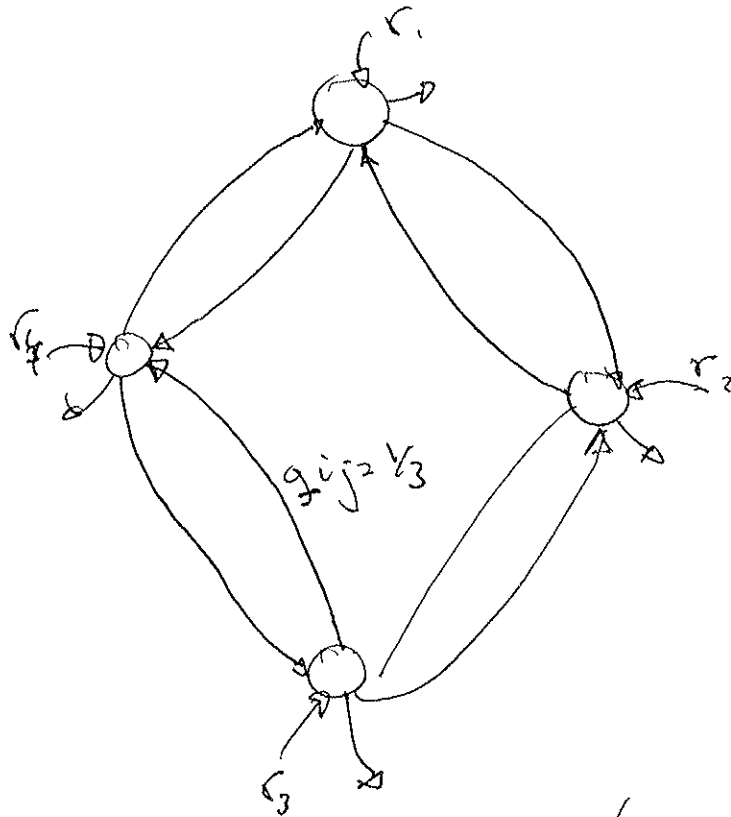
Cartagena99

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

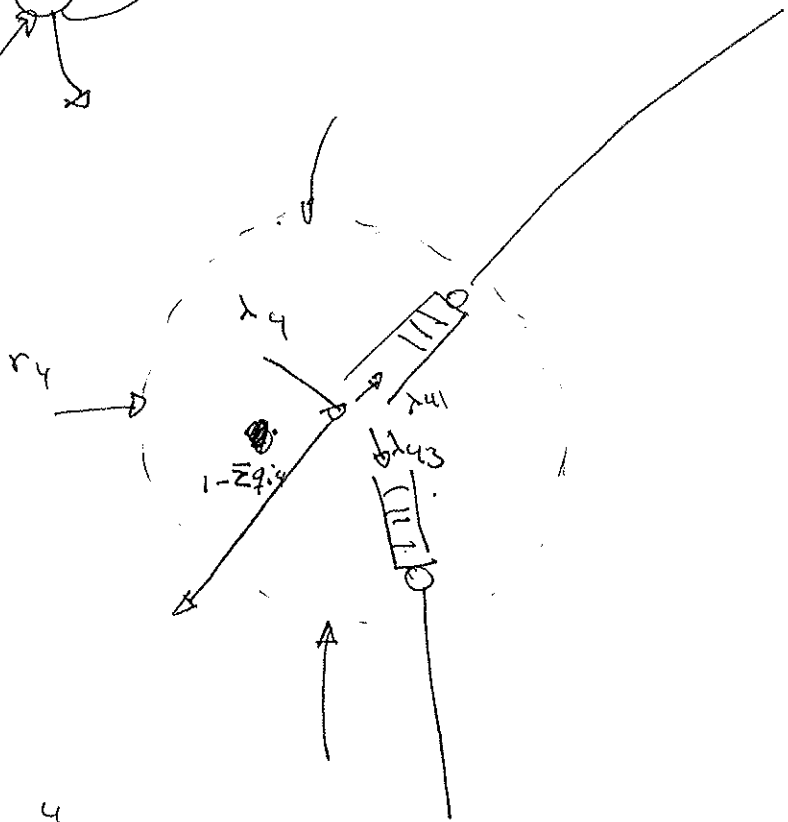
---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

# Problema 10



$\mu_{ij} = 1 \text{ dien/sog}$   
 $r_1 = r_2 = r_3 = r_4$   
 $r_i / p_{ij} = 0.8$



$$1 - \lambda_{4,2} r_4 + \sum_{i=1}^4 q_{i4} \lambda_i =$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$N = \sum_{(i,j)} N_{(i,j)} = 8 \cdot N_{i,j} = 8 \cdot \frac{p_{ij}}{1-p_{ij}} = \frac{8 \cdot 0.8}{1-0.8} = 32 \text{ clientes}$$

↑  
 suponemos que no hay cola para los usuarios q salen de la re

$$N^{\circ} \text{ saltos} = N^{\circ} \text{ colas} = \frac{T}{T_{(i,j)}} \rightarrow D$$

$$T = \frac{\sum N_{(i,j)}}{\sum v_i} = \frac{32}{4 \cdot 0.8} = \frac{8}{0.8} = 10$$

$$T_{(i,j)} = \frac{1}{\mu_{ij} - \lambda_{ij}} = \frac{1}{1 - 0.8} = \frac{1}{0.2} = 5$$

$$N^{\circ} \text{ saltos} = \frac{T}{T_{(i,j)}} = \frac{10}{5} = 2$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70