

## Evaluación de la incertidumbre típica

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

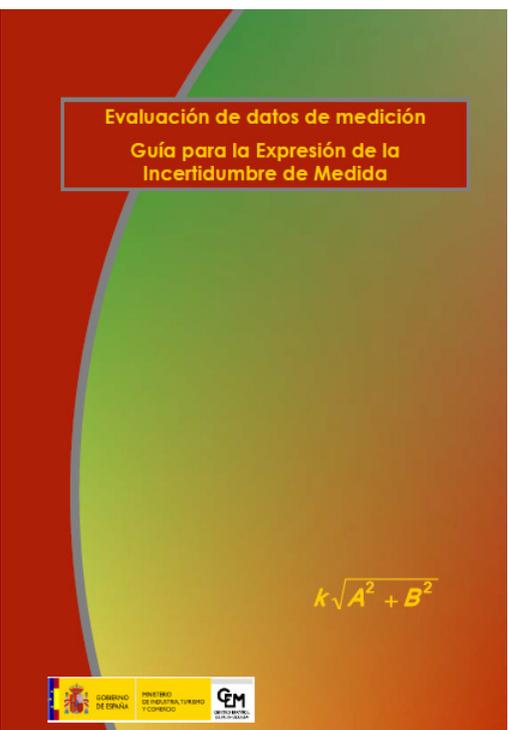
--

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Documento de referencia

### GUIDE 98-3:2008

ertainty of measurement -- Part 3: Guide to the expression of  
in measurement (GUM:1995)



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
--  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Concepto de incertidumbre

Una medida sin ninguna indicación cuantitativa de su calidad es inservible: no puede ser comparada

Es un parámetro (no negativo), asociado con el resultado de una medida, que caracteriza la dispersión de los valores que podrían, razonablemente serle atribuidos a partir de la información que se utiliza (VIM 2008)



**error**



**incertidumbre**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

--

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Concepto de incertidumbre

La incertidumbre del resultado de una medición refleja la imposibilidad de conocer exactamente el valor del mensurando. Este resultado, incluso con todas las correcciones por efectos sistemáticos, es tan sólo una estimación del valor “real” del mensurando

### Fuentes de Incertidumbre

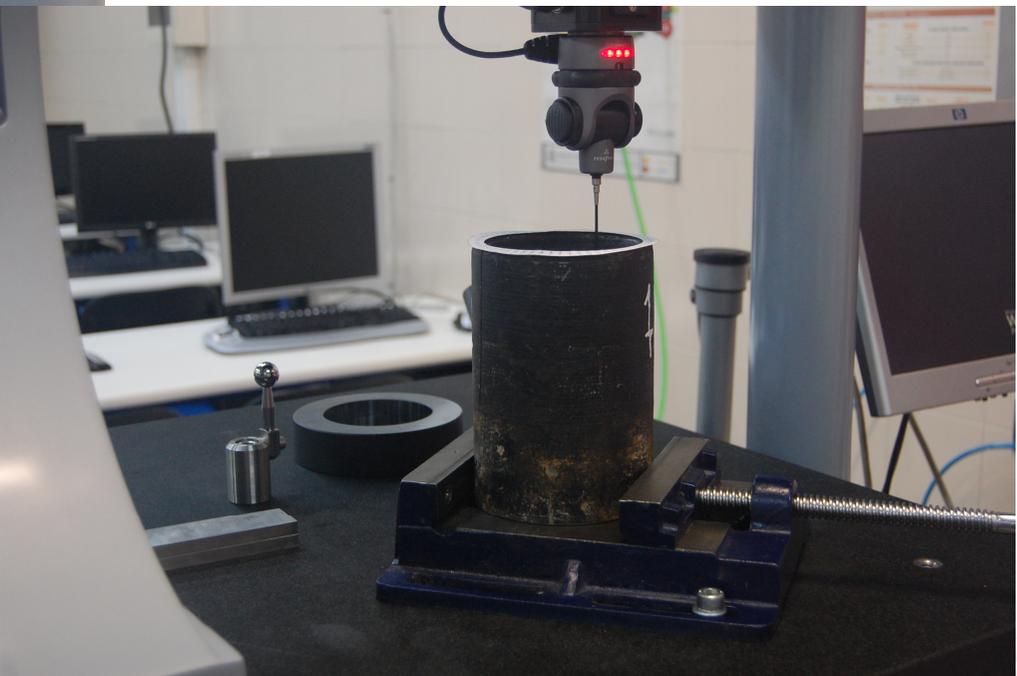
- Definición incompleta del mensurando
- Realización imperfecta de la definición del mensurando
- Muestra no representativa
- Condiciones ambientales
- Instrumento de medida (lectura, resolución, calibración,...)
- Valores inexactos de los patrones o MR
- Valores inexactos de constantes y parámetros
- Hipótesis establecidas en el método o procedimiento
- Variaciones de las observaciones en condiciones idénticas
- Otras causas.....

Estas fuentes no son independientes unas de otras

--

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Concepto de incertidumbre



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

--

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Procedimiento de evaluación y expresión de la incertidumbre

Definir matemáticamente la relación existente entre el mensurando  $Y$  y las magnitudes de entrada  $X_i$  de las que depende  $Y$  según  $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$ . La función  $f$  debe contener todas las magnitudes, incluyendo todas las correcciones y factores de corrección que pueden contribuir significativamente a la incertidumbre del resultado de medición.

Estimar  $x_i$ , el valor estimado de la magnitud de entrada  $X_i$ , bien a partir del valor estadístico de una serie de observaciones, bien por otros métodos.

---

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Procedimiento de evaluación y expresión de la incertidumbre

la *incertidumbre típica*  $u(x_i)$  de cada estimación de entrada  $x_i$ ,  
la estimación de entrada obtenida por análisis estadístico de series de  
mediciones, *evaluación Tipo A de la incertidumbre típica*.

la estimación de entrada obtenida por otros medios, *evaluación Tipo B  
de la incertidumbre típica*.

las covarianzas asociadas a todas las estimaciones de entrada que  
están correladas.

el resultado de medición; esto es, la estimación  $Y$  y la covarianza  $C_Y$   
de la relación funcional  $f$  utilizando para las magnitudes de entrada  $X_i$   
las estimaciones  $x_i$  obtenidas en el paso 2.

--

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Procedimiento de evaluación y expresión de la incertidumbre

... determinar la *incertidumbre típica combinada*  $u_c(y)$  del resultado de medida  $y$ , a partir de las incertidumbres típicas y covarianzas asociadas a las magnitudes de entrada.

... La medición determina simultáneamente más de una magnitud de salida, por lo que se deben considerar sus covarianzas.

... Es necesario dar una *incertidumbre expandida*  $U$ , cuyo fin es proporcionar un intervalo  $[y - U, y + U]$  en el que pueda esperarse encontrar la mayor parte de la distribución de valores que podrían, razonablemente, ser atribuidos al resultado de la medición cuando  $Y$ , multiplicar la incertidumbre típica combinada  $u_c(y)$  por un factor de cobertura  $k$ , para obtener  $U = k u_c(y)$ .

... Determinar  $k$  considerando el nivel de confianza requerido para el intervalo.

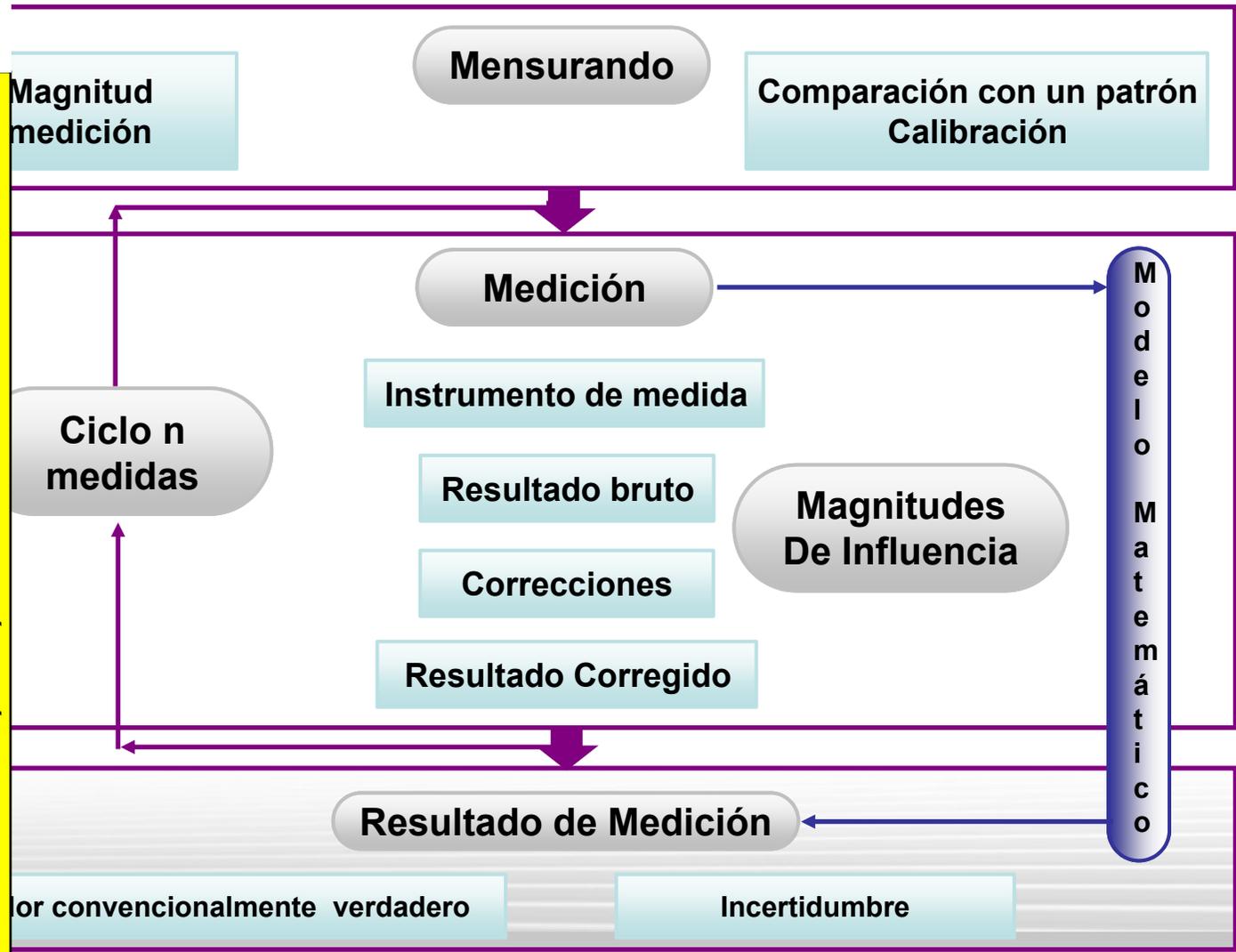
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

...

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



## Concepto de cadena de medición



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Modelos de medida

Si se hacen variar todas las magnitudes de las que depende el resultado de una medición, su incertidumbre podría evaluarse por métodos estadísticos

Imposible en la práctica

Es necesario definir un modelo matemático que describa el proceso de medición y que relacione matemáticamente todas las magnitudes conocida que intervienen en una medición (VIM 2008)

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

que contiene  
es susceptible  
a componente  
del resultado  
ayudando todas  
aciones

$$x_i = f(z_1, z_2, z_3, \dots, z_n)$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

---

## Sistema de magnitudes

valores ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ) no pueden determinarse exactamente, el valor de la medida ( $y$ ) tampoco es exacto y entran en juego las incertidumbres.

Las incertidumbres de las variables de entrada ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ) y la función de transferencia permiten determinar la incertidumbre del valor resultante ( $y$ ) según

---

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Incertidumbre típica de las variables de entrada

Define la **incertidumbre típica** de una cierta variable a la desviación asociada a la misma, es decir, la incertidumbre típica es la incertidumbre correspondiente a **una** desviación típica.

La evaluación de la incertidumbre típica de las magnitudes de entrada se realiza mediante

la evaluación **tipo A**

o la evaluación **tipo B**

--

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Clasificación de componentes de la incertidumbre

Clasificación  
TIPO A

Carácter objetivo

Análisis estadístico

Calculada a partir de la varianza  $s^2$  de  $n$  observaciones

Incertidumbre TIPO A:  $u = +\sqrt{u^2}$

Clasificación  
TIPO B

Carácter subjetivo

Función de probabilidad asumida

Varianza  $u^2$  evaluada a priori

Incertidumbre TIPO B:  $u = +\sqrt{s^2}$

---

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Evaluación de tipo A

Variable X

$N$  observaciones independientes  $x_i$ ,  
obtenidas en condiciones de repetibilidad

El mejor estimador del valor  
verdadero de  $X$  es la media  
aritmética de las observaciones  $x_i$ :

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

El mejor estimador de la varianza  
verdadera es la varianza  
muestral:

$$S^2(x_i) = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^2}{N-1}$$

El mejor estimador de la varianza  
verdadera de la media es:

$$S^2(\bar{X}) = \frac{S^2(x_i)}{N}$$

Estimador  
insesgado  
de la media

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Evaluación de tipo A

$$s(x_i) = \frac{S(x_i)}{\sqrt{N}}$$



N debe tener un tamaño adecuado: grados de libertad  $\nu$

$$\nu = N - 1$$

Información importante para estimar la fiabilidad de la evaluación de dicha desviación típica y debe tenerse en cuenta que siempre debería ser

$$N \geq 10$$



Si  $N < 5$  una solución es usar la distribución t-Student

$$u(x_i) = t_p(\nu) \frac{S(x_i)}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{\nu}{\nu-2}} \frac{S(x_i)}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{N-1}{N-3}} \frac{S(x_i)}{\sqrt{N}}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
--  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Evaluación de tipo B

### ada en el análisis estadístico de las observaciones

da por:

ultados de medidas previas

experiencia o el conocimiento general del comportamiento y  
edades de los instrumentos y materiales utilizados

pecificaciones fiables de los fabricantes

pos de calibraciones y certificados

ertidumbre asignada a valores de referencia procedentes de libros  
nuales técnicos de solvencia

ótesis sobre la clase de función de densidad de la variable  $X_i$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

--

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Evaluación de tipo B. Ejemplos

Coeficiente de dilatación lineal del cobre puro a 20 °C es  $\alpha = 16,5 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ .  
Se considera que la información es suficientemente fiable, y se toma como incertidumbre típica el valor de la última cifra significativa,  $u(\alpha) = 0,1 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ .

En una medición bien diseñada y bajo control estadístico, puede existir una estimación de la varianza  $s_p^2$  que la caracterice. En tal caso, cuando se obtiene el valor de un mensurando  $q$  a partir  $n$  observaciones independientes, la varianza experimental de la media aritmética de las mediciones resulta estimado por:

$$u^2(\bar{q}) = S^2(\bar{q}) = \frac{Sp^2}{n}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

--

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Evaluación de tipo B. Ejemplos

que la desviación típica poblacional de una determinada cota es  $\sigma = 0,1$  mm.

Se desea determinar la desviación típica de la cota al efectuar  $n$  medidas simples,  $n = 10$ , o, determinar los grados de libertad de dicha variable, cuando:

$\mu = 10$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
-- --  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Evaluación de tipo B. Ejemplos

Insurando responde a una distribución de probabilidad, la estimación  
no es la media de dicha distribución y su desviación típica es la  
desviación típica asociada

condiciones:

Normal

Normal con límites inexactos

Triangular

Lognormal

Lognormal

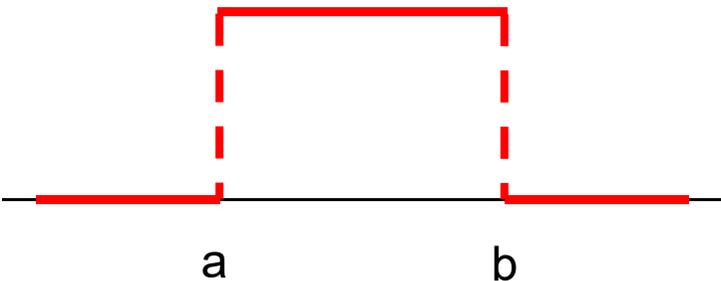
Normal

Normal

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
--  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

**evaluación de tipo B. Distribución rectangular o uniforme**

Si la única información disponible en relación con una magnitud  $X$  es un límite inferior  $a$  y un límite superior  $b$ , con  $a < b$ , entonces, de acuerdo con el principio de máxima entropía, se asignaría a  $X$  una distribución rectangular en el intervalo  $[a, b]$ .



La esperanza matemática y la varianza de  $X$  son:

$$E(X) = \frac{a+b}{2} \quad V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## valuación de tipo B. Distribución rectangular o uniforme

temperatura de la sala donde se efectúan las medidas de un BPL se  
ra entre 18,5 °C y 23,5 °C. Por análisis previos, se sabe que la  
ción de dicha temperatura responde a una distribución uniforme

el valor,  $\theta_m$ , y la desviación típica,  $u(\theta)$  de dicha temperatura.

--

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## evaluación de tipo B. Distribución rectangular o uniforme

...ación de las lecturas de un instrumento de división de escala E

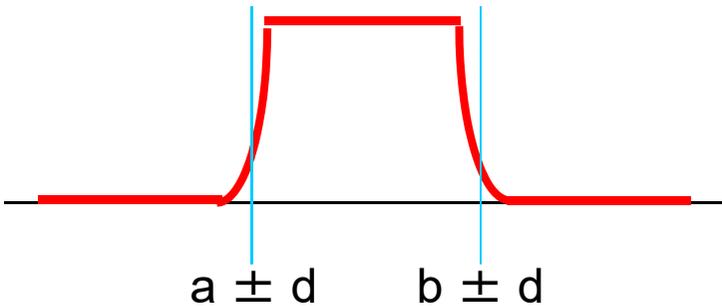
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

--

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

**ción de tipo B. Distribución rectangular con límites inexactos**

ca información disponible en relación con una magnitud  $X$  es un límite inferior  $a \pm d$  y un límite superior  $b \pm d$ , siendo  $d > 0$  y  $a + d < b - d$ , es, de acuerdo con el principio de máxima entropía, se asignaría a  $X$  una distribución rectangular con límites inexactos  $\text{CTrap}(a, b, d)$ .



anza matemática y la varianza de  $X$  son:

$$E(X) = \frac{a+b}{2} \quad V(X) = \frac{(b-a)^2}{12} + \frac{d^2}{9}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

--

## ción de tipo B. Distribución rectangular con límites inexactos

certificado se establece que una tensión  $X$  se encuentra en el intervalo  $(0,1)$  V. No se dispone de información adicional sobre  $X$ , excepto que se conocen los valores de los extremos del intervalo son el resultado del redondeo correcto de algún valor numérico.

En esta base, ese valor numérico se encuentra entre  $0,05$  y  $0,15$  V, ya que el valor numérico de cada punto en el intervalo  $(0,05, 0,15)$  redondeado a una cifra decimal significativa es  $0,1$ .

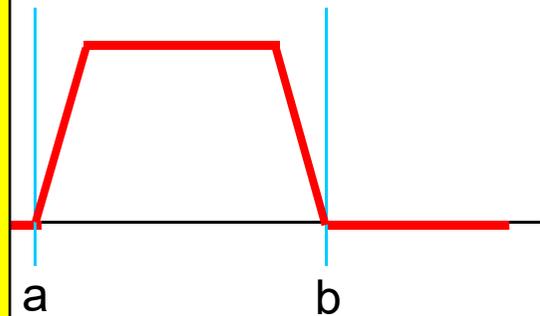
--

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Evaluación de tipo B. Distribución trapezoidal

Suponiendo que una magnitud  $X$  se define como la suma de dos magnitudes independientes  $X_1$  y  $X_2$  y que para  $i=1$  e  $i=2$ , se asigna a las  $X_i$  una distribución normal  $R(a_i, b_i)$  con límite inferior  $a_i$  y un límite superior  $b_i$ , entonces, la distribución de  $X$  es una trapezoidal simétrica  $\text{Trap}(a, b, \beta)$ , con un límite inferior  $a$ , un límite superior  $b$  y un parámetro  $\beta$  igual a la relación entre la anchura de la parte superior del trapecio y la de la base



$$a = a_1 + a_2$$

$$b = b_1 + b_2$$

$$\beta = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$\lambda_1 = \frac{|(b_1 - a_1) - (b_2 - a_2)|}{2}$$

$$\lambda_2 = \frac{|b - a|}{2}$$

$$0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2$$

La esperanza matemática y la varianza de  $X$  son:

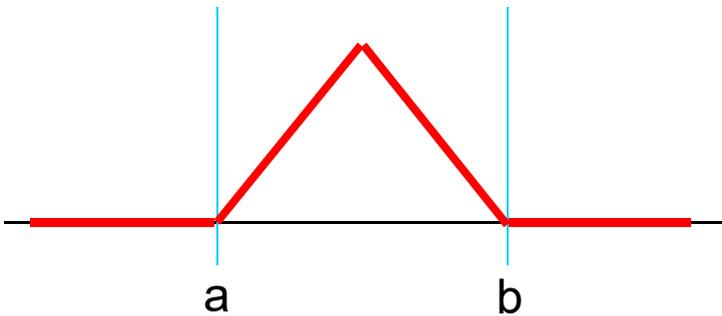
$$E(X) = \frac{a+b}{2}$$

$$V(X) = \frac{(b-a)^2}{24} (1 + \beta^2)$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Evaluación de tipo B. Distribución triangular

Supongamos que una magnitud  $X$  se define como la suma de dos magnitudes independientes, a las que se les asigna una distribución rectangular  $R(a, b)$  con la misma semi-amplitud, es decir,  $b_1 - a_1 = b_2 - a_2$  entonces, la distribución resultante es una triangular simétrica  $T(a, b)$  en el intervalo  $[a, b]$



La esperanza matemática y la varianza de  $X$  son:

$$E(X) = \frac{a+b}{2} \quad V(X) = \frac{(b-a)^2}{24}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Evaluación de tipo B. Distribución triangular

temperatura de la sala donde se efectúan las medidas de un BPL se encuentra entre 18,5 °C y 23,5 °C. Por análisis previos, se sabe que es más probable encontrar con mayor probabilidad la temperatura en el centro del rango, asumiendo que la distribución de dicha temperatura responde a una distribución triangular.

Se pide: el valor,  $\theta_m$ , y la desviación típica,  $u(\theta)$  de dicha temperatura.

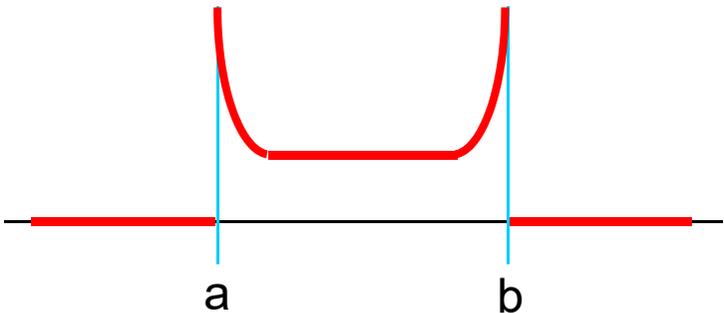
--

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

**evaluación de tipo B. Distribución arco seno (en forma de U)**

Supongamos que una magnitud  $X$  tiene un ciclo sinusoidal, con fase desconocida en los límites  $a$  y  $b$  especificados, entonces de acuerdo con el principio de máxima entropía, se le asignaría a  $\phi$  la una distribución rectangular  $R(0, 1)$ . La distribución asignada a  $X$  es la distribución arco seno  $U(a, b)$



La esperanza matemática y la varianza de  $X$  son:

$$E(X) = \frac{a+b}{2} \quad V(X) = \frac{(b-a)^2}{8}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## evaluación de tipo B. Distribución arco seno (en forma de U)

temperatura de la sala donde se efectúan las medidas de un BPL se  
varía entre 18,5 °C y 23,5 °C. Por análisis previos, se sabe que se  
produce una variación senoidal de la temperatura.

Se pide determinar el valor,  $\theta_m$ , y la desviación típica,  $u(\theta)$  de dicha temperatura.

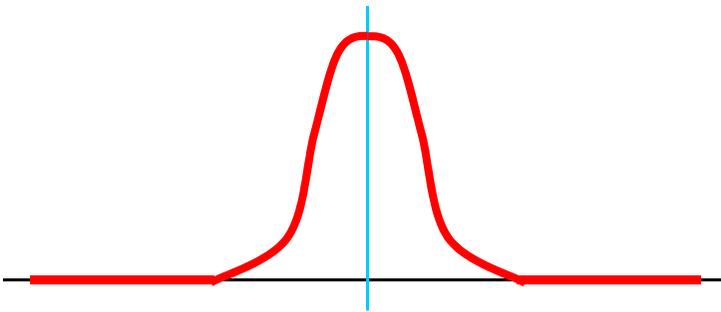
--

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Evaluación de tipo B. Distribución normal

La única información disponible sobre una magnitud  $X$  es la mejor estimación  $x$  con una incertidumbre típica asociada  $u(x)$ , de acuerdo con el principio de máxima entropía, se le asignaría a  $X$  una distribución de probabilidad gaussiana  $N(x, u^2(x))$ .



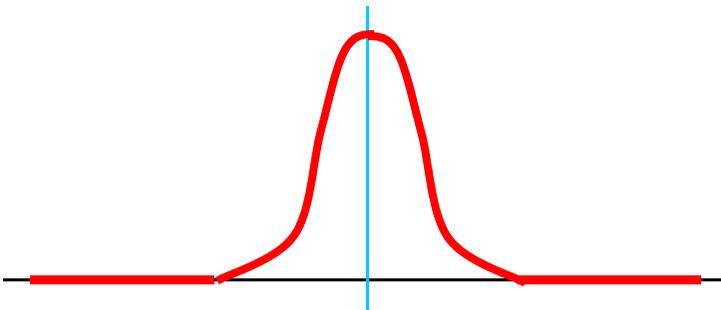
La esperanza matemática y la varianza de  $X$  son:

$$E(X) = x \quad V(X) = u^2(x) = \left( \frac{U(x)}{k} \right)^2$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Evaluación de tipo B. Distribución normal

La información disponible en relación con una magnitud  $X$  es que se trata de una distribución normal y se conocen el límite inferior  $a$  y un límite superior  $b$ , con  $a < b$ , límites que definen un intervalo con un 99,73 por ciento, de probabilidad de que  $X$  esté dentro de ese intervalo, y con un 100 por ciento de probabilidad de que  $X$  esté dentro de un intervalo más amplio.



La esperanza matemática y la varianza de  $X$  son:

$$E(X) = \frac{a+b}{2} \qquad V(X) = \frac{(b-a)^2}{36}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Evaluación de tipo B. Distribución t-student

ente de información acerca de una magnitud  $X$  es un certificado de  
ón que establece su mejor estimación  $x$ , la incertidumbre expandida  
factor de cobertura  $k_p$  y los grados efectivos de libertad  $v_{ef}$ , entonces  
signarse a  $X$  una distribución  $t = t_{v_{ef}}(x, (U_p/K_p)^2)$  con  $v = v_{ef}$  grados de

$$E(X) = x \quad V(X) = \frac{v_{ef}}{v_{ef} - 2} \left( \frac{U_p}{k_p} \right)^2$$

e considera infinita o no se especifica, en cuyo caso se tomaría como  
en ausencia de otra información, se asignará a  $X$  una distribución  
na  $N(x, (U_p/K_p)^2)$

$$E(X) = x \quad V(X) = \left( \frac{U_p}{k_p} \right)^2$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

---

## Incertidumbre típica combinada



La L.P.V. está basada en un desarrollo en serie de Taylor de primer orden.

Si la función modelo no es lineal, puede ser necesario tomar términos de orden superior

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$

variables  $x_i$  independientes

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 \cdot u^2(x_i)$$

Incertidumbre típica combinada

Coefficientes de sensibilidad

Incertidumbre típica

Covarianza

Incertidumbre

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 \cdot u^2(x_i) + 2 \cdot \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial f}{\partial x_j} \cdot u(x_i, x_j)$$

variables  $x_i$  dependientes

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Incertidumbre típica combinada

Si la no linealidad de  $f$  resulta significativa, es necesario incluir términos de orden más elevado en el desarrollo en serie de Taylor para la expresión de

Si la distribución de cada  $X_i$  es simétrica alrededor de su media, los términos más importantes de orden inmediatamente superior que deben ser añadidos a los términos de la ecuación anterior son:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left[ \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right]^2 + \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial^3 f}{\partial x_i \partial x_i \partial x_j^2} \right] u^2(x_i) \cdot u^2(x_j)$$

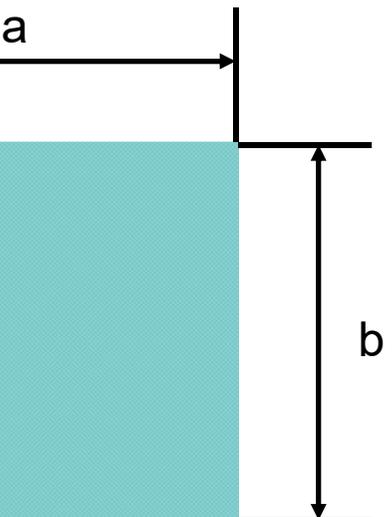
...

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Incertidumbre típica combinada. Ejemplo

**Incertidumbre relativa**



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Variables de entrada correladas

La covarianza de dos variables aleatorias es una medida de su dependencia. La covarianza  $cov(x,y)$  puede estimarse mediante  $s(x_i, y_i)$  obtenida a partir de  $n$  pares independientes de observaciones simultáneas  $x_i$  e  $y_i$  de  $x$  e  $y$ ,

$$s(x, y) = \frac{1}{n - 1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})$$

La covarianza estimada de las dos medias  $x$  e  $y$ , viene dada

$$u(x, y) = s(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{s(x, y)}{n}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

...

## Variables de entrada correladas

Si las magnitudes de entrada están correlacionadas, y  $x_i$  y  $x_j$  son las estimaciones de  $X_i$  y  $X_j$ , y  $u(x_i, x_j) = u(x_j, x_i)$  es la covarianza estimada asociada. El grado de correlación entre  $x_i$  y  $x_j$  viene dado por el **coeficiente de correlación** estimado como:

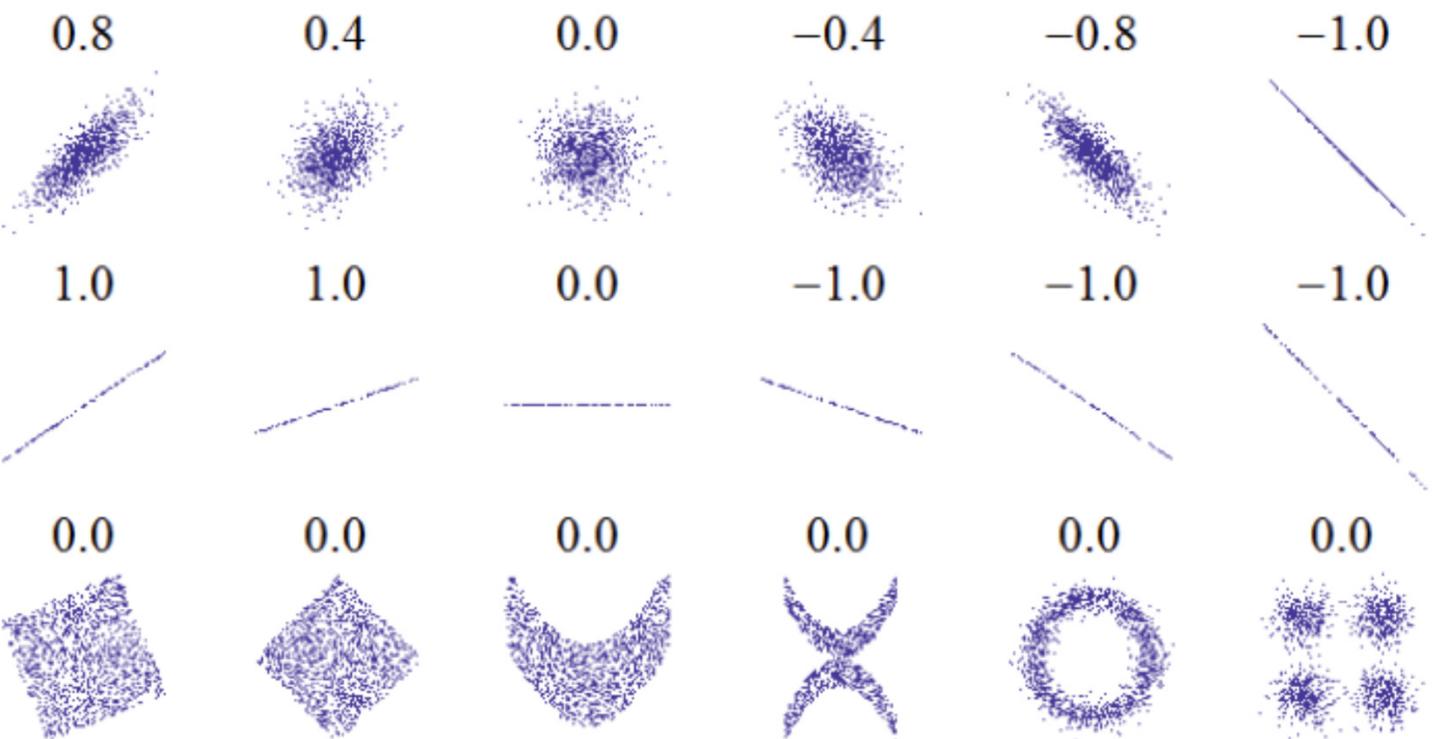
$$r(x, y) = \frac{u(x, y)}{u(x) \cdot u(y)} = \frac{u(x, y)}{\sqrt{u^2(x) \cdot u^2(y)}}$$

$r(x_i, x_j) = r(x_j, x_i)$  y  $-1 \leq r(x_i, x_j) \leq +1$ . Si las estimaciones  $x_i$  y  $x_j$  son independientes,  $r(x_i, x_j) = 0$ , y una variación en una de las dos no implica una variación en la otra.

Si su covarianza y su coeficiente de correlación sean nulos, no implica que sean independientes.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Variables de entrada correladas



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Variables de entrada correladas

El término de covarianza de la ley de propagación de varianzas puede describirse en función de los coeficientes de correlación, más fácilmente que las covarianzas, como:

$$+ 2 \cdot \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial f}{\partial x_j} \cdot r(x, y) \cdot u(x) \cdot u(y)$$

...

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Variables de entrada correladas

Existir una correlación significativa entre dos magnitudes de entrada si  $r_{xy} > r_{\alpha}$ , para su determinación:

como instrumento de medida,

como patrón,

como método de medida.

como referencia con incertidumbre típica significativa

--

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Variables de entrada correladas

varianza asociada a los estimados de dos magnitudes de entrada,  $X_i$  y  $X_j$ , considerarse igual a cero o insignificante en cualquiera de los siguientes casos:

1. Las magnitudes de entrada  $X_i$  y  $X_k$  son independientes; por ejemplo, cuando se han medido reiterada, pero no simultáneamente, en diferentes experimentos independientes, o cuando representan magnitudes resultantes de diferentes mediciones que se han realizado de forma independiente,

2. Cualquiera de las magnitudes de entrada  $X_i$  y  $X_k$  puede tratarse como constante,

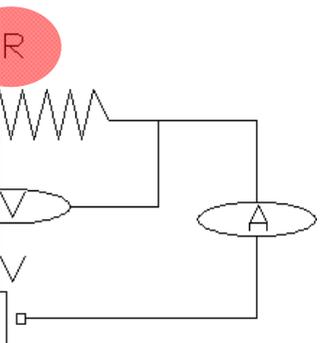
3. Existe información suficiente para valorar la existencia de una correlación entre las magnitudes de entrada  $X_i$  y  $X_k$ .

--

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Variables de entrada correladas. Ejemplo



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

-- --

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**