

## ARITMÉTICA ENTERA

### Sistemas de numeración

- 1) Halla la representación en las bases 2, 7 y 11 de los siguientes números expresados en base decimal: 137, 6243, 762, 1995.
- 2) Sabiendo que  $x_m$  significa que el número natural  $x$  está escrito en base  $m$ 
  - a) Demuestra que  $121_m = (m+1)_{10}^2$  para  $m \geq 3$ .
  - b) Expresa  $169_m$  en base 10 para  $m \geq 10$ .
- 3) Halla la representación usual (en base 10) de  $11011101_2$ ,  $4165_7$ ,  $1995_{11}$ ,  $1213_7$ ,  $1213_5$ .
- 4) Halla  $x$  en la expresión  $331_x = 106_{11}$ .

### Aritmética entera

- 1) Usa el Algoritmo de Euclides para calcular  $d = \text{mcd}(a, b)$ , y encuentra  $x$  e  $y$  tales que  $d = ax + by$ .
  - a)  $a = 1312$ ,  $b = 800$
  - b)  $a = 322$ ,  $b = 406$ .
- 2) Se dispone de un suministro ilimitado de agua, un gran cubo con un desagüe y dos garrafas que contienen 7 y 9 litros respectivamente, ¿cómo podría ponerse un litro de agua en el cubo?
- 3) Calcula las soluciones enteras de las siguientes ecuaciones diofánticas:
  - a)  $28x + 36y = 44$ .
  - b)  $66x + 550y = 88$
  - c)  $966x + 686y = 70$ .
- 4) Determina los valores de  $c \in \mathbb{Z}^+$ ,  $10 < c < 20$ , para los que la ecuación diofántica  $84x + 990y = c$  tiene solución y determínala, en su caso.
- 5) Un turista tiene 1000 coronas checas y quiere cambiar ese dinero en una cantidad exacta de libras chipriotas y zlotys polacos. El cambio que le ofrece una cierta Oficina de Cambio es el siguiente: un zloty polaco = 13 coronas checas y una libra chipriota = 18 coronas checas. La oficina no proporciona fracciones de ninguna moneda, ¿de cuántas formas diferentes puede hacerlo? Describe una de dichas formas.
- 6) Un agente de Cambio y Bolsa tiene invertido dinero en acciones de Azucarera y Repsol. Las acciones de Azucarera se cotizan a 89 euros y las de Repsol a 614 euros cada una. Necesita hacer una transacción para disponer exactamente de 1000 euros en efectivo. ¿Puede hacerlo comprando acciones de Repsol y vendiendo acciones de Azucarera, solamente? En caso afirmativo, ¿cuántas acciones de cada tipo, como mínimo, comprará y venderá?
- 7) Halla todos los múltiplos de 28 cuyas dos últimas cifras sean 16.
- 8) Una comitiva de 12 personas acarrea 12 panes: cada hombre lleva dos panes; cada mujer, medio pan y cada niño, un cuarto de pan ¿Cuántos hombres mujeres y niños componen la comitiva?
- 9) Si  $a$  y  $b$  son enteros tales que  $\text{mcd}(a, b) = 1$ , demuestra que  $\text{mcd}(2a + b, a + 2b) = 1$  ó 3
- 10) Demuestra que el cubo de todo número entero es de la forma  $9k$  ó  $9k + 1$  ó  $9k + 8$ .
- 11) Demuestra que si  $p$  es primo distinto de 2 y de 5 entonces, o bien  $p^2 - 1$ , o bien  $p^2 + 1$  es divisible por 10.
- 12) Demuestra que todo número primo  $p > 3$  se puede escribir de la forma
  - a)  $4n + 1$  ó  $4n + 3$  para algún  $n \in \mathbb{N}$
  - b)  $6n + 1$  ó  $6n + 5$  para algún  $n \in \mathbb{N}$ .
- 13) Estudia si son o no primos, los números 811, 493 y 911. Halla todos los primos  $p$  entre 100 y 300.