

# Lección 11: Codificación de Canal.

## Parte I

Gianluca Cornetta, Ph.D.

Dep. de Ingeniería de Sistemas de Información y Telecomunicación

Universidad San Pablo-CEU



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Contenido

- Codificación de Forma de Onda y Secuencias Estructuradas
- Tipos de Control de Error
- Secuencias Estructuradas

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, green, serif font. The text is set against a light blue background with a white swoosh underneath. To the left of the text is a vertical bar with four colored segments: light blue, green, red, and dark blue.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Codificación de Forma de Onda y Secuencias Estructuradas

- La codificación de canal se refiere a una clase de técnicas de procesamiento de la señal que permiten mejorar las prestaciones de un sistema de comunicación proporcionándole una mejor tolerancia a las no idealidades, a las interferencias y al ruido
- La codificación de canal puede dividirse en dos grandes áreas:
  - Codificación de forma de onda (o diseño de la señal)
  - Secuencias estructuradas (o redundancia estructurada)
- La codificación de forma de onda transforma las señales para optimizar el proceso de detección minimizando la probabilidad de error
- Las secuencias estructuradas transforman las secuencias de datos añadiendo bits de redundancia que permiten realizar

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

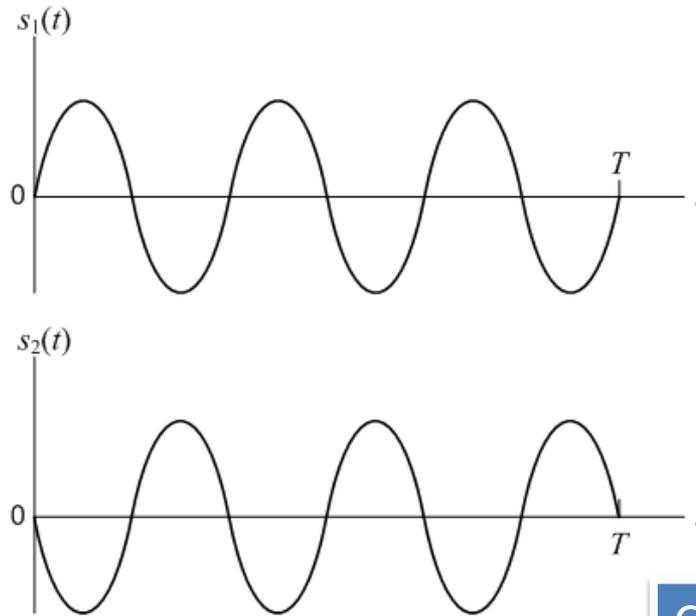
Cartagena99

# Codificación de Forma de Onda y Secuencias Estructuradas

Analytic representation

$$s_1(t) = \sin \omega_0 t$$

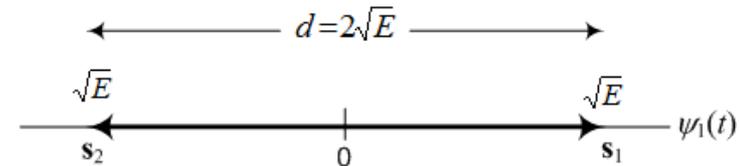
Waveform representation



$$s_2(t) = -s_1(t) = -\sin \omega_0 t$$

$$0 \leq t \leq T$$

Vector representation



Conjunto de señales antipodales

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Codificación de Forma de Onda y Secuencias Estructuradas

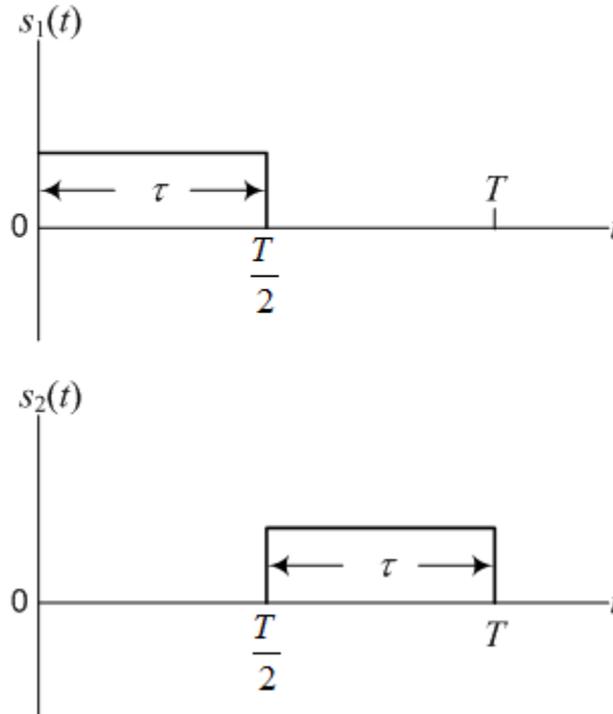
Analytic representation

$$s_1(t) = p(t)$$

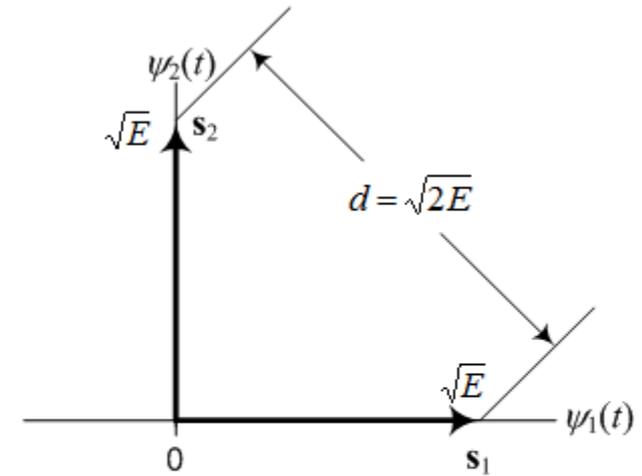
$$s_2(t) = p\left(t - \frac{T}{2}\right)$$

$$0 \leq t \leq T$$

Waveform representation



Vector representation



Conjunto de señales ortogonales

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

# Codificación de Forma de Onda y Secuencias Estructuradas

- En general, un conjunto de señales de igual energía  $s_i(t)$ , con  $i= 1, 2 \dots M$ , constituye un conjunto ortonormal (ortogonal y normalizado a la unidad) si y sólo si:

$$z_{ij} = \frac{1}{E} \int_0^T s_i(t)s_j(t)dt = \begin{cases} 1 & \text{for } i = j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- Donde  $z_{ij}$  es el coeficiente de intercorrelación (*cross-correlation coefficient*) y  $E$  la energía de la señal expresada como:

$$E = \int_0^T s_i^2(t)dt$$

- Las señales de un conjunto ortogonal no pueden interferir entre ellas y su producto escalar es nulo, por tanto cada vector del repertorio de señales tiene proyección nula sobre

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Codificación de Forma de Onda y Secuencias Estructuradas

- ❑ Un esquema de transmisión  $M$ -ario en el que el transmisor acepta  $k$  bits a la vez y asocia a la secuencia una de las  $M=2^k$  posibles formas de onda puede considerarse como un tipo de codificación de onda en el que cada forma de onda contiene  $k$  de información
- ❑ Un esquema de transmisión ortogonal (por ejemplo MFSK) se caracteriza por una mejora de tasa de error  $P_B$  o una reducción del  $E_b/N_0$  requerido al aumentar de  $k$  en detrimento de la eficiencia espectral (es decir, una codificación  $M$ -aria expande del ancho de banda de la señal)
- ❑ Un esquema de transmisión no ortogonal (por ejemplo MPSK) se caracteriza por una gran eficiencia espectral (es decir, ocupación de banda reducida) en detrimento de la tasa de error y del  $E_b/N_0$  requerido

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Codificación de Forma de Onda y Secuencias Estructuradas

- ❑ La codificación de forma de onda es un procedimiento que transforma un conjunto de forma de onda en uno mejorado que proporciona una  $P_B$  mejor respecto al conjunto original
- ❑ La transformación debe generar un repertorio de señales muy poco parecidos entre ellos, es decir, con un coeficiente de intercorrelación  $z_{ij}$  lo más pequeño posible
- ❑ Desde el punto de vista geométrico esto equivale a hacer que la distancia entre los vectores que representan los varios símbolos sea la más grande posible
- ❑ El valor más pequeño de  $z_{ij}$  es  $z_{ij} = -1$  y corresponde a la máxima distancia entre vectores; no obstante, este valor sólo se alcanza para esquemas binarios ( $M=2$ ) y antipodales
- ❑ En general es posible implementar un esquema codificado en los que todos los coeficientes  $z_{ij}$  son iguales a 0. Un conjunto con estas características se denomina ortogonal (la distancia entre vectores es inferior respecto a la de un esquema antipodal)
- ❑ La intercorrelación entre señales representa pues una medida de la

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

# Codificación de Forma de Onda y Secuencias Estructuradas

- ❑ Cada forma de onda del conjunto  $\{s_i(t)\}$  puede ser formada por una secuencia de pulsos
- ❑ A cada pulso se le asigna un nivel +1 o -1 que representa un dígito binario 1 o 0
- ❑ Cuando un conjunto se representa de esta forma, es posible afirmar que  $\{s_i(t)\}$  representa un conjunto ortogonal si y sólo si:

$$z_{ij} = \frac{\text{number of digit agreements} - \text{number of digit disagreements}}{\text{total number of digits in the sequence}}$$
$$= \begin{cases} 1 & \text{for } i = j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Codificación de Forma de Onda y Secuencias Estructuradas

1-bit

$$-\frac{0}{1} \quad \mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2-bit

$$\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \mathbf{H}_2 = \left[ \begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right] = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{H}_1 & \overline{\mathbf{H}_1} \end{bmatrix}$$

Data set

Orthogonal codeword set

3-bit

$$\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 \end{array} \quad \mathbf{H}_3 = \left[ \begin{array}{cccc|cccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right] = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_2 & \mathbf{H}_2 \\ \mathbf{H}_2 & \overline{\mathbf{H}_2} \end{bmatrix}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Codificación de Forma de Onda y Secuencias Estructuradas

- En general es posible construir un conjunto de códigos  $\mathbf{H}_k$  de dimensión  $2^k \times 2^k$  llamada *matriz de Hadamard* para un data set de  $k$  bits a partir de la matriz  $\mathbf{H}_{k-1}$

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{k-1} & \mathbf{H}_{k-1} \\ \mathbf{H}_{k-1} & \overline{\mathbf{H}_{k-1}} \end{bmatrix}$$

- Cada par de palabras en cada conjunto de códigos  $\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2, \mathbf{H}_3, \dots, \mathbf{H}_k \dots$  se caracteriza por tener el mismo número de dígitos concordantes y discordantes
- Por consiguiente  $z_{ij} = 0 \quad \forall \quad i \neq j$  y cada uno de los conjuntos es ortogonal
- Una codificación ortogonal  $M$ -aria combinada con una detección coherente, produce exactamente la misma mejora de  $P_B$  que un esquema de transmisión  $M$ -ario con un formato de modulación ortogonal (por ejemplo, MFSK)

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Codificación de Forma de Onda y Secuencias Estructuradas

- ❑ Para señales ortogonales equiprobables y de igual energía, la probabilidad de error  $P_E$  de una secuencia codificada (símbolo) es limitada superiormente por:

$$P_E(M) \leq (M-1)Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right)$$

- ❑  $E_s = kE_b$  es la energía de una palabra de código de  $k$  bits
- ❑ Para determinar la probabilidad de error de bit  $P_B$ , hay que tener en cuenta la relación entre  $P_B$  y  $P_E$ :

$$\frac{P_B(k)}{P_E(k)} = \frac{2^{k-1}}{2^k - 1} \quad \text{or} \quad \frac{P_B(M)}{P_E(M)} = \frac{M/2}{(M-1)}$$

- ❑ Por consiguiente la probabilidad de error de bit  $P_B$  es limitada superiormente por:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Codificación de Forma de Onda y Secuencias Estructuradas

- Un conjunto biortogonal de  $M$  señales puede ser obtenido a partir de un conjunto de  $M/2$  señales ortogonales de la siguiente forma:

$$\mathbf{B}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{k-1} \\ \mathbf{H}_{k-1} \end{bmatrix}$$

- Un código biortogonal, por tanto, está formado por dos conjuntos de códigos ortogonales de manera que a cada palabra de código de un conjunto le corresponde una palabra de código antipodal en el otro conjunto
- Por ejemplo el código correspondiente a un data set de 3 bit es:

Data set	Biorthogonal codeword set
0 0 0	$\mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_2 \\ \mathbf{H}_2 \end{bmatrix}$
0 0 1	
0 1 0	
0 1 1	
1 0 0	

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

# Codificación de Forma de Onda y Secuencias Estructuradas

Los códigos biortogonales se caracterizan por tener:

$$z_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{for } i = j \\ -1 & \text{for } i \neq j, |i - j| = \frac{M}{2} \\ 0 & \text{for } i \neq j, |i - j| \neq \frac{M}{2} \end{cases}$$

- ❑ Unas claras ventaja de esta clase de códigos con respecto a un código biortogonal son:
  - ❑ Un número menor de bits de codificación ( $M/2$  en vez de  $M$ ) que conlleva a un ancho de banda menor
  - ❑ Unas prestaciones mejores en términos de tasa de error (la distancia entre códigos es más elevada)
- ❑ Para señales biortogonales equiprobables y de igual energía, la probabilidad de error  $P_E$  de una secuencia codificada (símbolo) es limitada superiormente por:

$$P_E(M) \leq (M-2)Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) + Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}\right)$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

# Codificación de Forma de Onda y Secuencias Estructuradas

- ❑ Un código generado a partir de un conjunto ortogonal eliminando el primer dígito de cada palabra del conjunto se denomina transortogonal o simplex y es caracterizado por:

$$z_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{for } i = j \\ \frac{-1}{M-1} & \text{for } i \neq j \end{cases}$$

- ❑ Respecto a los códigos anteriores, un código transortogonal requiere el mínimo  $E_b/N_0$  para una tasa de símbolo fijada
- ❑ Para  $M$  grande, las prestaciones en términos de error de los tres tipos de código es esencialmente la misma
- ❑ Un código biortogonal requiere la mitad del ancho de banda de los otros dos...
  - ❑ ...no obstante, para todos los códigos los requerimientos de banda y la

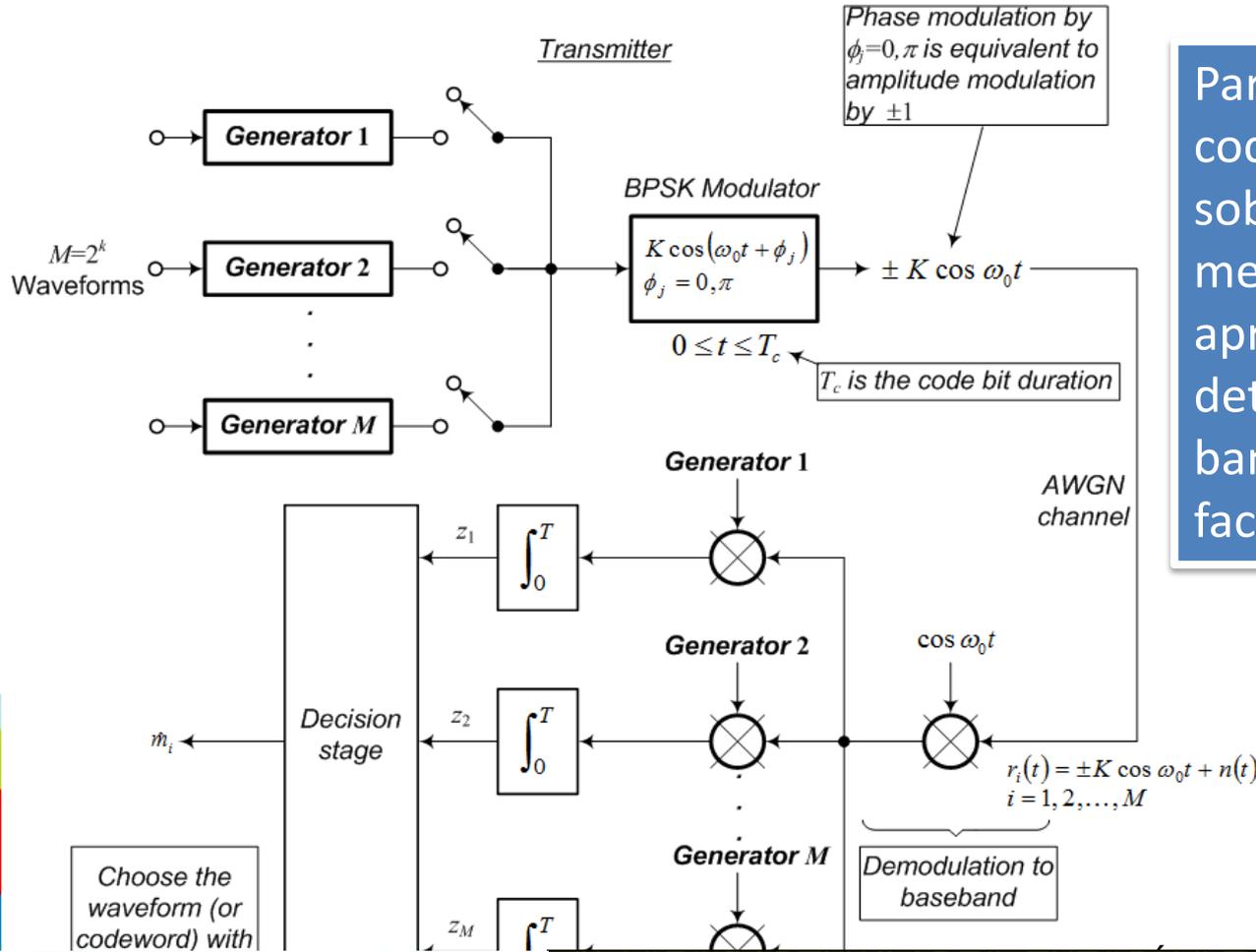
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Codificación de Forma de Onda y Secuencias Estructuradas



Para una  $P_B$  dada, una codificación ortogonal sobre  $k$  bits lleva a una mejora de  $E_b/N_0$  de aproximadamente 3 dB en detrimento del ancho de banda que aumenta de un factor  $M/k$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Tipos de Control de Error

- ❑ Existen códigos diseñados específicamente para el control de error
- ❑ Existen dos políticas de gestión de errores, ambas basadas en unos bits de paridad añadidos al mensaje:
  - ❑ Detección de error y retransmisión (*error detection and retransmission*): el receptor del mensaje detecta un error pero no intenta corregirlo sino que pide una retransmisión
  - ❑ Corrección de error sin canal de retorno (*Forward Error Correction –FEC*): los bits de paridad están diseñados para la detección y corrección de errores, por lo que el

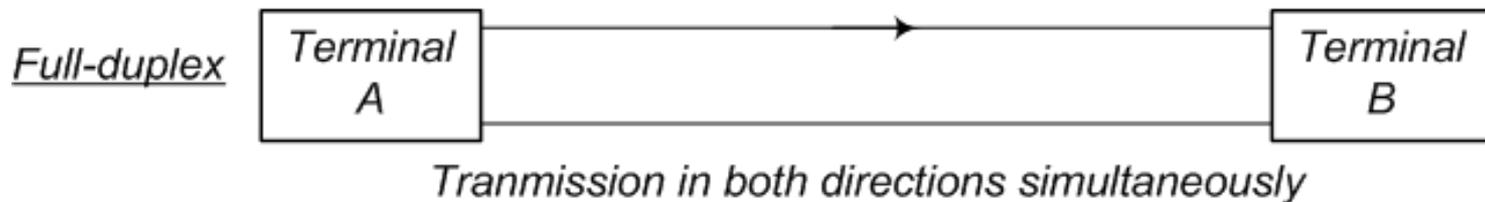
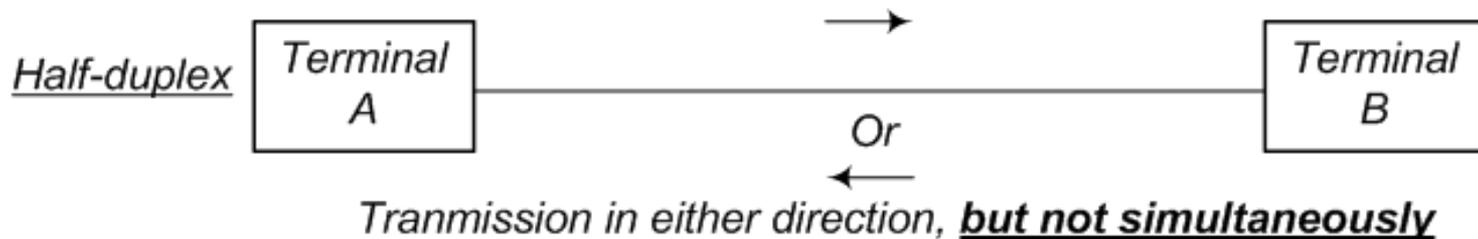
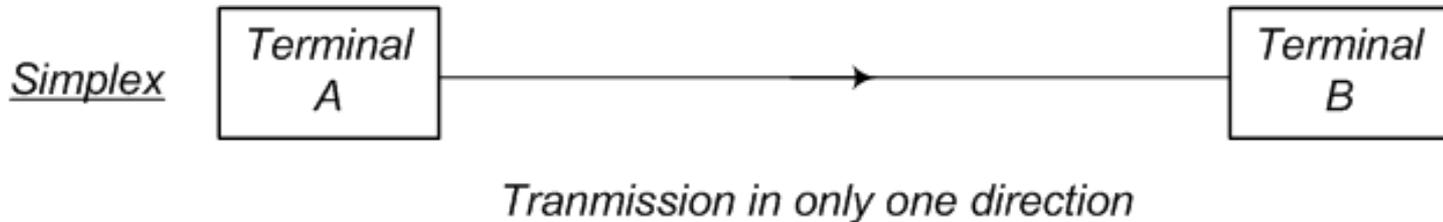
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Tipos de Control de Error



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

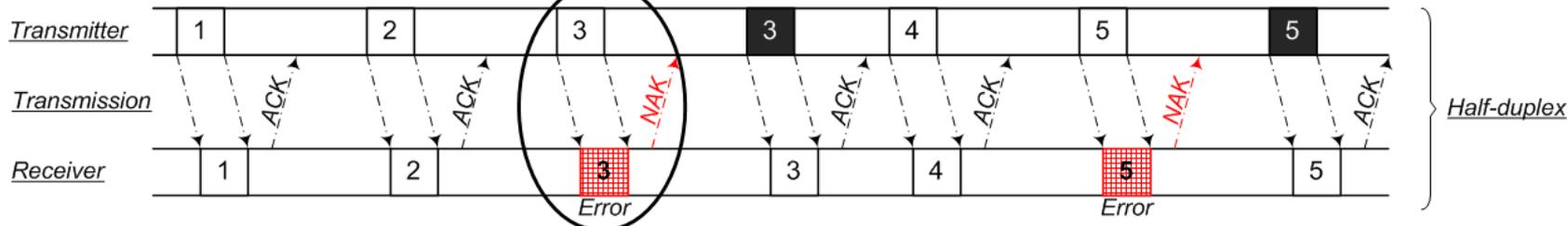
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

# Tipos de Control de Error

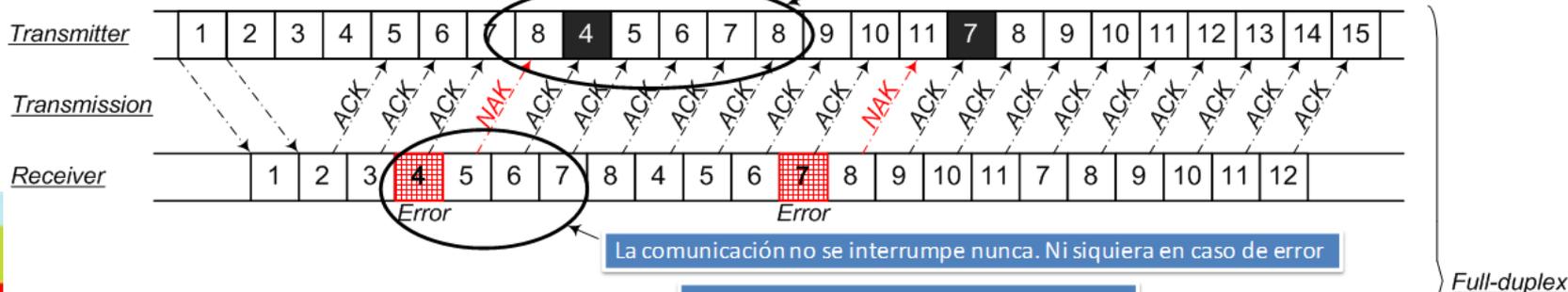
El transmisor siempre espera la confirmación del receptor antes de enviar un nuevo paquete.  
En caso de error el receptor manda un NAK y el transmisor vuelve a transmitir el paquete

## Stop and wait ARQ (Automatic Repeat Request)



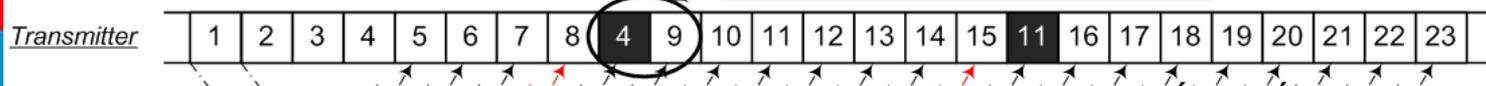
Cuando el transmisor recibe una NAK, vuelve a retransmitir todos los paquetes a partir del que ha generado el error. *Es necesario que el NAK contenga un identificador del paquete* (o que el transmisor conozca los retardos de propagación exactos) *para poder reanudar la retransmisión del punto correcto.*

## Continuous ARQ with pullback



La comunicación no se interrumpe nunca. Ni siquiera en caso de error

## Continuous ARQ with selective repeat



Cuando el transmisor recibe una NAK, vuelve a retransmitir sólo el paquete corrupto.

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

# Tipos de Control de Error

- Las técnicas ARQ (*Automatic Repeat Request* o *Automatic Retransmission Query*) se utilizan para implementar mecanismos de alerta en sistemas que soportan sólo la detección de errores
- La elección del protocolo ARQ más adecuado depende de las restricciones de utilización y de los recursos hardware disponibles
  - La conectividad *half-duplex* es más sencilla y barata de implementar de una de tipo *full-duplex*, pero también es mucho menos eficiente
- La ventaja principal del ARQ respecto a la corrección de error sin canal de retorno (*Forward Error Correction –FEC*) es un hardware de detección más sencillo y menos redundancia
- ARQ es también una técnica adaptativa en el sentido que la información es retransmitida sólo cuando se detecta un error
- Por otro lado el FEC es una buena alternativa (o una técnica complementaria) a la ARQ cuando:
  - No es disponible un canal de retorno o la ARQ tiene un retardo excesivo
  - La estrategia de retransmisión tiene una implementación ineficiente

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Secuencias Estructuradas

- ❑ Los códigos con control de paridad (*parity check codes*) se conocen también como secuencias estructuradas porque representan un método para insertar una redundancia estructurada en una fuente de datos
- ❑ Los bits de redundancia se utilizan para detectar y corregir errores
- ❑ Existen distintas categorías de códigos

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Secuencias Estructuradas

- ❑ Un canal discreto sin memoria (*Discrete Memoryless Channel –DMC*) es caracterizado por:
  - ❑ Un alfabeto de entrada discreto
  - ❑ Un alfabeto de salida discreto
  - ❑ Un conjunto de probabilidades condicionadas  $P(j|i)$ .  $j$  (con  $1 \leq j \leq Q$ ) representa el símbolo recibido e  $i$  (con  $1 \leq i \leq M$ ) representa el símbolo transmitido
- ❑  $P(j|i)$  representa pues la probabilidad de recibir  $j$  habiendo transmitido  $i$
- ❑ En un canal sin memoria cada símbolo de salida depende sólo del símbolo de entrada correspondiente, por tanto, dada una secuencia de entrada  $\mathbf{U}=u_1, u_2, \dots, u_N$ , la probabilidad condicionada de la secuencia de salida  $\mathbf{Z}=z_1, z_2, \dots, z_N$  resulta:

$$P(\mathbf{Z} | \mathbf{U}) = \prod_{n=1}^N P(z_n | u_n)$$

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

# Secuencias Estructuradas

- ❑ En un canal discreto con memoria (*Bursty Bit Error*) el ruido se manifiesta como ráfagas de bits incorrectos
- ❑ Este comportamiento se modela mediante cadenas de Markov (modelo de Gilbert-Elliot) y se expresa como la probabilidad conjunta con todos los elementos de una ráfaga:

$$P \left( \underbrace{z_{t+1} = j}_{\text{futuro}} \mid \overbrace{u_t = i, u_{t-1} = i_{t-1}, \dots}^{\text{elementos de la ráfaga}} \right)$$

- ❑ Existen dos tipos de canales:
  - ❑ Canales binarios simétricos (*binary symmetric channel –BSC*): los alfabetos de entrada y salida son discretos
  - ❑ Canales gaussianos: el alfabeto de entrada es discreto, el de salida es continuo (o una versión cuantificada de un alfabeto continuo)

Cartagena99

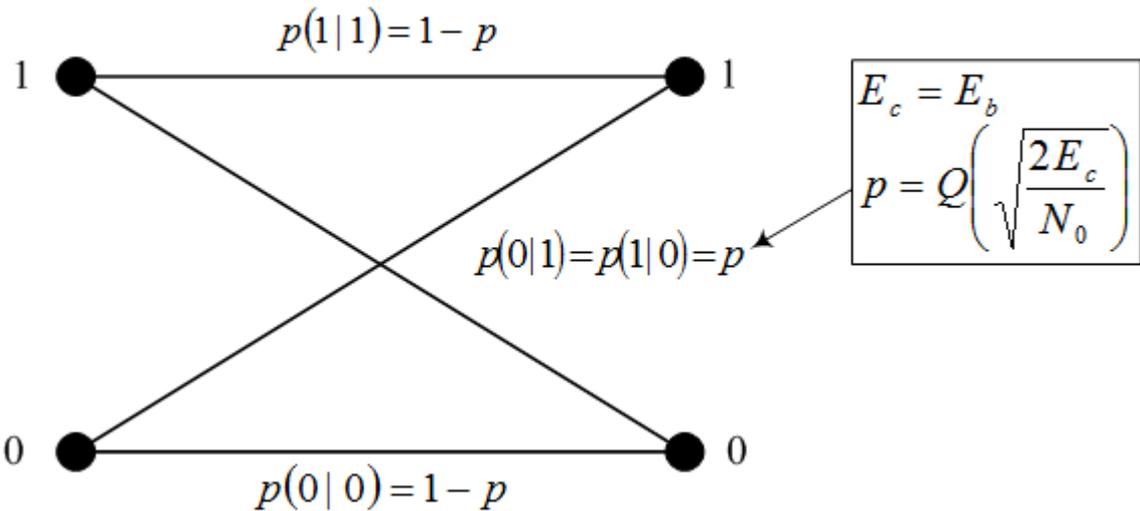
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

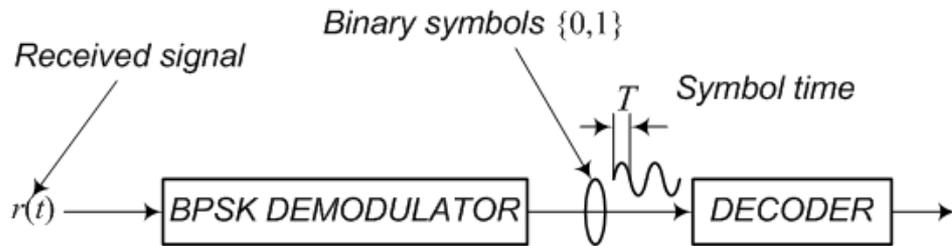
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Secuencias Estructuradas

## Binary Symmetric Channel (BSC)



En el caso de decodificación por decisión firme (*hard decision*) el demodulador detecta cada bit (símbolo) codificado de manera individual.



Choose 1 if symbol energy is close to  $+\sqrt{E_b}$ . Choose 0 if symbol energy is close to  $-\sqrt{E_b}$ .

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

# Secuencias Estructuradas

- ❑ En el caso de canal Gaussiano, el canal suma ruido a los símbolos
- ❑ El ruido en un canal AWGN es de tipo Gaussiano con media nula y varianza  $\sigma^2$ , por tanto el símbolo recibido tendrá una PDF de tipo Gaussiano:

$$p(z | u_k) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(z - u_k)^2}{2\sigma^2}\right]$$

- ❑ Un canal de tipo Gaussiano suele tener un detector basado en decodificación por decisión programada (soft decoding)
  - ❑ La entrada del decodificador es un rango de valores incluido entre los que representan el 0 y el 1
  - ❑ La información extra indica la fiabilidad del símbolo recibido y se utiliza para mejorar la estimación, por ejemplo:

000 (definitely 0), 001 (probably 0), 010 (maybe 0), 011 (guess 0),  
100 (guess 1), 101 (maybe 1), 110 (probably 1), 111 (definitely 1)

- ❑ Un decodificador por decodificación programada favorece la eficiencia de la estimación en detrimento de la sencillez de implementación
- ❑ Un demodulador de este tipo no realiza decisiones firmes por lo que no es posible definir una probabilidad de error. El detector sólo genera una familia de probabilidades condicionada (es decir, las verosimilitudes) para los distintos símbolos del alfabeto
- ❑ Los códigos de bloque suelen estar implementados con decodificadores por decisión firme

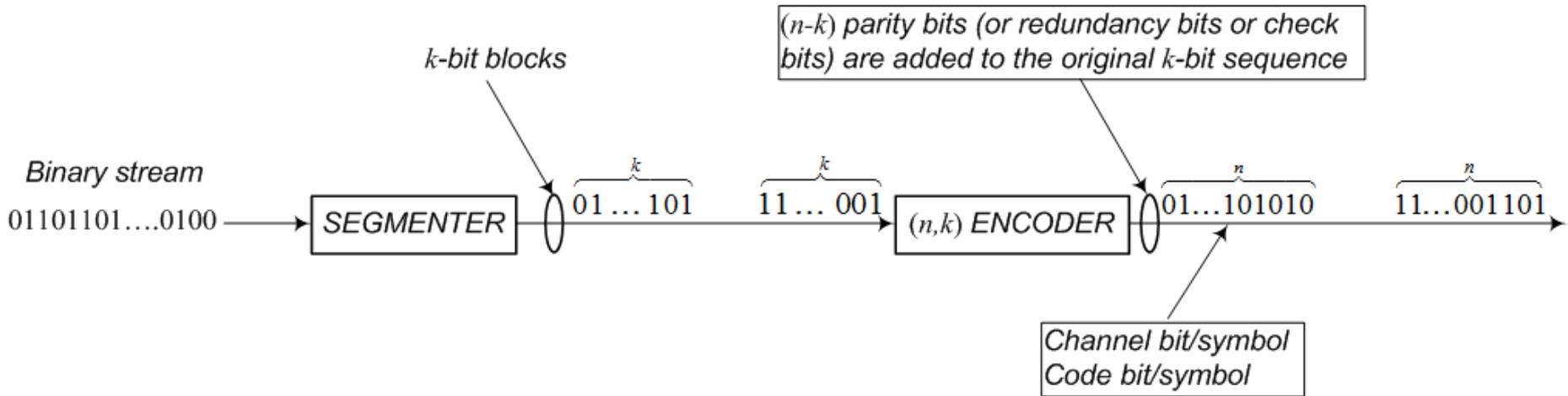
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Secuencias Estructuradas



- Se define redundancia de código (*code redundancy*):

$$\frac{n - k}{k}$$

- La relación de código (*code rate*), que representa la porción de código que es efectivamente información, es definida como:

$$\frac{k}{n}$$

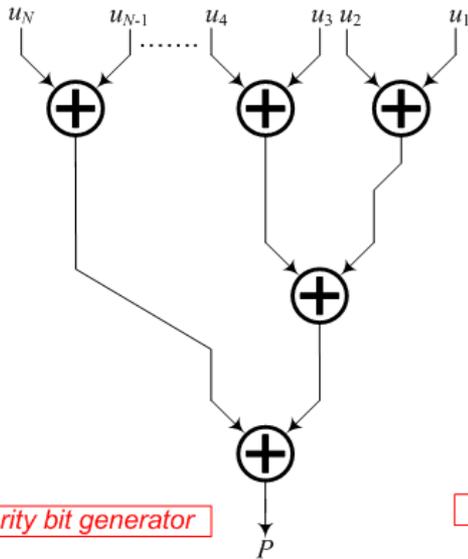
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

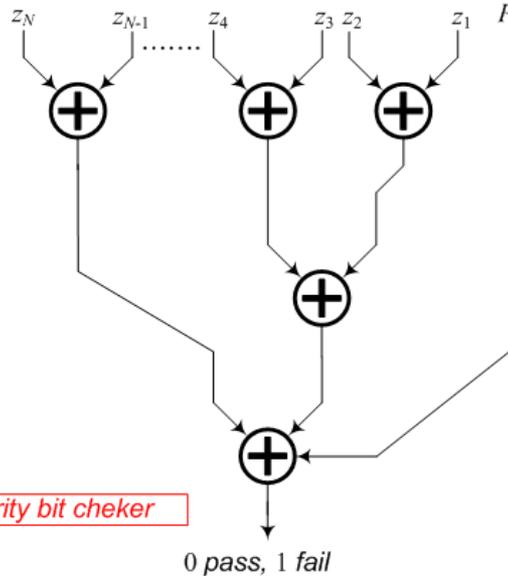
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Secuencias Estructuradas

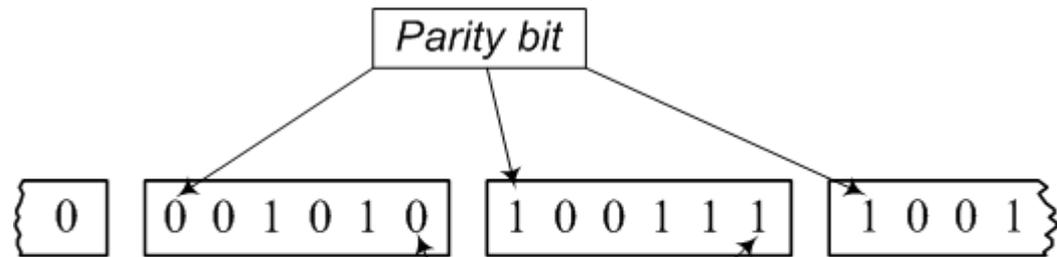


Even parity bit generator



Even parity bit checker

La forma más sencilla de detectar un error consiste en añadir un bit de paridad (par o impar) a la secuencia a transmitir. La operación de generación y detección se puede implementar mediante sumas módulo-2 (XOR). La relación de código es  $k/(k+1)$ .



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

# Secuencias Estructuradas

- ❑ La probabilidad que  $j$  errores puedan ocurrir de forma independiente en un bloque de  $n$  símbolos es:

$$P(j, n) = \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j}$$

- ❑ Donde  $p$  es la probabilidad que un símbolo de canal sea erróneo y:

$$\binom{n}{j} = \frac{n!}{j!(n-j)!}$$

- ❑ es el número de formas en las que  $j$  bits sobre  $n$  puedan ser erróneos:
- ❑ Un bit de paridad sencillo sólo puede detectar un número impar de errores. Si se invierten un número par de bits el error no se detecta y la probabilidad  $P_{nd}$  de error no detectado es:

$$\begin{aligned} n/2 \text{ for } n \text{ even} \\ n-1/2 \text{ for } n \text{ odd} \end{aligned}$$

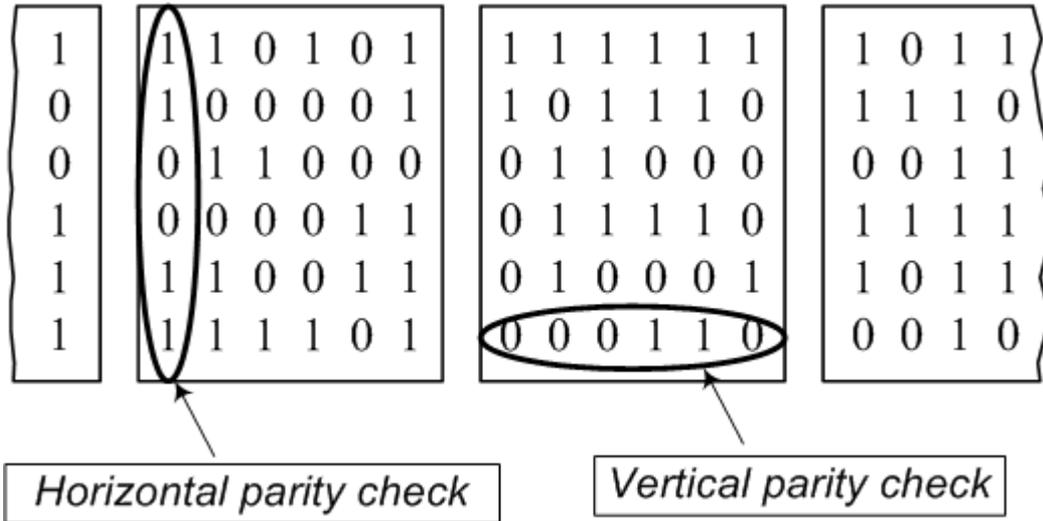
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

# Secuencias Estructuradas



Un código rectangular o código producto es una estructura bidimensional  $(M+1) \times (N+1)$  obtenida a partir un mensaje de bits de  $M$  filas y  $N$  columnas añadiendo por cada fila y por cada columna un bit de paridad. Un error sencillo provoca un doble fallo de detección en la fila y la columna correspondientes por lo que este código identifica unívocamente el error y puede corregirlo.

- ❑ La relación de código para un código rectangular es:

$$\frac{k}{n} = \frac{MN}{(M+1)(N+1)}$$

- ❑ La probabilidad de error de mensaje para un código que puede corregir un número  $m \leq t$  de errores puede calcularse a partir de la probabilidad  $P(j,n)$ :

Cartagena99

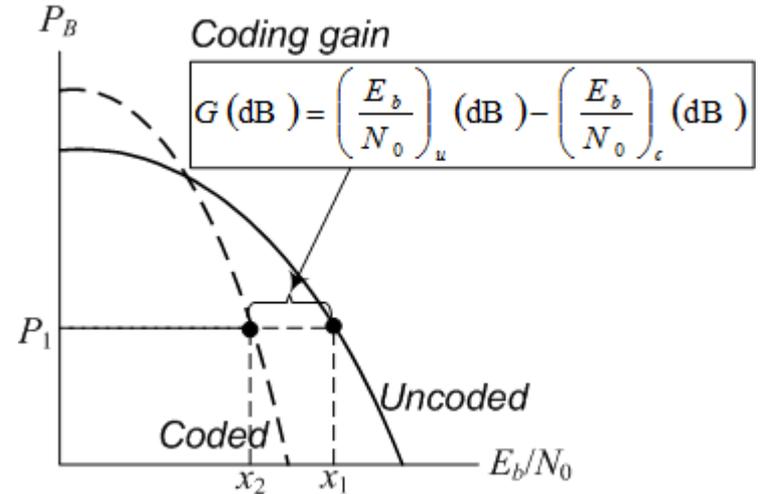
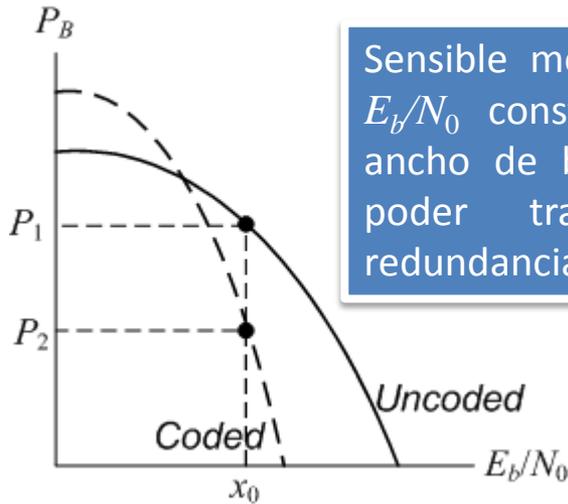
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

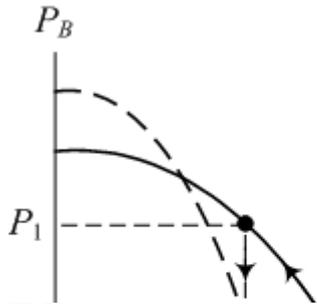
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Secuencias Estructuradas

Sensible mejora de  $P_B$  manteniendo  $E_b/N_0$  constante en detrimento del ancho de banda que aumenta para poder transmitir los bits de redundancia.



Sensible reducción de  $E_b/N_0$  manteniendo constante  $P_B$  en detrimento del ancho de banda que aumenta para poder transmitir los bits de redundancia.



Recuerde que:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{P_r}{N_0 B} \left( \frac{1}{R} \right)$$

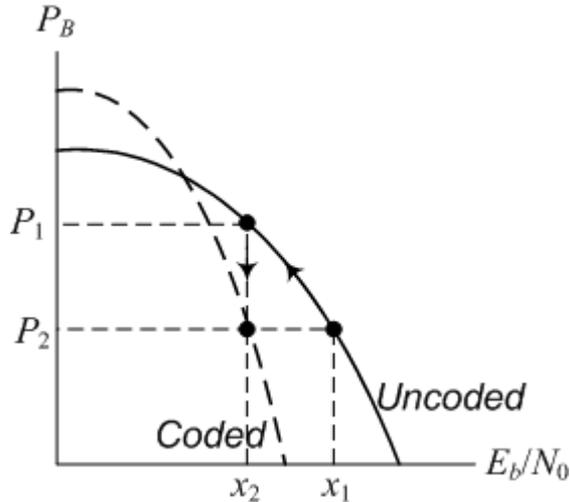
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

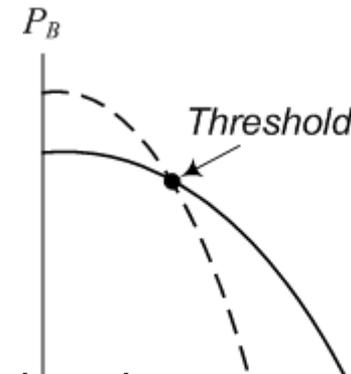
Cartagena99

# Secuencias Estructuradas



La capacidad máxima de un canal (es decir, el número de usuarios que pueden transmitir a la vez) es inversamente proporcional a  $E_b/N_0$ . Reducir  $E_b/N_0$  implica aumentar la capacidad en detrimento de  $P_B$ . Utilizar códigos permite aumentar la capacidad manteniendo  $P_B$  bajo.

Cuando  $E_b/N_0$  decrece hasta alcanzar un umbral dado en el que las dos curvas se cruzan, el  $P_B$  de la curva codificada es peor que el de la curva no codificada. En esta situación la tasa de errores es tan elevada que el código es incapaz de corregirlos, por tanto los bits de redundancia consumen



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99