

Definir un contramodelo para demostrar que la siguiente relación de consecuencia lógica NO se verifica:

$$\{ \forall x (Q(x) \rightarrow R(x)), \forall x (P(x) \rightarrow R(x)), P(a), Q(b) \} \models \exists x (P(x) \wedge Q(x))$$

Examen julio 2017

$$\frac{\{ \forall x (Q(x) \rightarrow R(x)), \forall x (P(x) \rightarrow R(x)), P(a), Q(b) \}}{A_1 \quad A_2 \quad A_3 \quad A_4} \models \frac{\exists x (P(x) \wedge Q(x))}{B}$$

Buscamos una interpretación  $i$  tal que

$$\begin{array}{l} \forall x (Q(x) \rightarrow R(x)) \\ \forall x (P(x) \rightarrow R(x)) \\ P(a) \\ Q(b) \end{array} \text{ sean } V \quad \text{y} \quad \exists x (P(x) \wedge Q(x)) \text{ sea } F$$

Tomamos como dominio  $D = \{a,b\}$

1ª solución:

$$- i(A_3) = V \longrightarrow \boxed{i(P(a)) = V}$$

$$- i(A_4) = V \longrightarrow \boxed{i(Q(b)) = V}$$

$$- i(A_2) \equiv i(\forall x (P(x) \rightarrow R(x))) = V$$

$$\left. \begin{array}{l} x = a \quad i(P(a) \rightarrow R(a)) = V \\ \quad \quad i(P(a)) = V \end{array} \right\} \longrightarrow \boxed{i(R(a)) = V}$$

$$\text{y } x = b \quad i(P(b) \rightarrow R(b)) = V \longrightarrow i(P(b)) = F \quad \text{ó} \quad i(R(b)) = V \quad (1)$$

$$- i(A_1) \equiv i(\forall x (Q(x) \rightarrow R(x))) = V$$

$$x = a \quad i(Q(a) \rightarrow R(a)) = V \quad \text{se cumple pues } i(R(a)) = V$$

$$\text{y } x = b \quad \left. \begin{array}{l} i(Q(b) \rightarrow R(b)) = V \\ \quad \quad i(Q(b)) = V \end{array} \right\} \longrightarrow \boxed{i(R(b)) = V}$$

por tanto, al ser  $i(R(b))=V$ , también se cumple (1), y  $A_2$  es  $V$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Hemos encontrado un contramodelo:

$$P_D = \{a\} \quad Q_D = \{b\} \quad R_D = \{a,b\}$$

Por supuesto que hay otras formas de hacer este análisis. Si empezamos por hacer falsa la conclusión B:

2ª solución:

$$- i(A_3) = V \longrightarrow \boxed{i(P(a)) = V}$$

$$- i(A_4) = V \longrightarrow \boxed{i(Q(b)) = V}$$

$$- i(B) \equiv i(\exists x (P(x) \wedge Q(x))) = F$$

$$x = a \quad i(P(a) \wedge Q(a)) = F \quad \left. \begin{array}{l} i(P(a)) = F \text{ ó } i(Q(a)) = F \\ \text{como } i(P(a)) = V \end{array} \right\} \longrightarrow \boxed{i(Q(a)) = F}$$

$$y \quad x = b \quad i(P(b) \wedge Q(b)) = F \quad \left. \begin{array}{l} i(P(b)) = F \text{ ó } i(Q(b)) = F \\ \text{como } i(Q(b)) = V \end{array} \right\} \longrightarrow \boxed{i(P(b)) = F}$$

$$- i(A_1) \equiv i(\forall x (Q(x) \rightarrow R(x))) = V$$

$$x = a \quad i(Q(a) \rightarrow R(a)) = V \quad \text{se cumple pues } i(Q(a)) = F$$

$$y \quad x = b \quad i(Q(b) \rightarrow R(b)) = V \quad \left. \begin{array}{l} i(Q(b)) = F \text{ ó } i(R(b)) = V \\ \text{como } i(Q(b)) = V \end{array} \right\} \longrightarrow \boxed{i(R(b)) = V}$$

$$- i(A_2) \equiv i(\forall x (P(x) \rightarrow R(x))) = V$$

$$x = a \quad i(P(a) \rightarrow R(a)) = V \quad \left. \begin{array}{l} i(P(a)) = F \text{ ó } i(R(a)) = V \\ \text{como } i(P(a)) = V \end{array} \right\} \longrightarrow \boxed{i(R(a)) = V}$$

$$y \quad x = b \quad i(P(b) \rightarrow R(b)) = V \quad \text{se cumple pues } i(P(b)) = F$$

Se obtiene el **mismo resultado** que en la 1ª solución.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70