

Lógica Proposicional: Ejercicios de Semántica (2019)

Ejercicio 1.

Decidir si existe o no relación de consecuencia lógica en el siguiente esquema argumental, utilizando medios semánticos y justificando adecuadamente los pasos dados y el resultado obtenido.

$$\{ r \wedge s \rightarrow r, s \vee p \rightarrow r, r \wedge p \rightarrow q \} \models p \wedge q \rightarrow r \vee s$$

Ejercicio 2.

Demuestra, mediante una interpretación, que la siguiente fórmula es satisfacible:

$$(s \leftrightarrow \neg p) \wedge ((q \vee r) \rightarrow (p \wedge s))$$

Ejercicio 3.

Encontrar, si existen, un modelo y un contramodelo para cada una de las siguientes fórmulas:

$$\begin{aligned} p \wedge \neg s &\leftrightarrow (r \rightarrow \neg (s \wedge r)) \\ \neg (p \vee q \rightarrow \neg p \wedge (p \leftrightarrow q)) \end{aligned}$$

Ejercicio 4.

Dadas las siguientes fórmulas decir para cada una de ellas si es válida, contingente, contradicción o no es posible saber con certeza qué es, a partir de la información disponible sobre A, B, C y D (donde A, B, C y D son fórmulas cualesquiera):

$$A \vee \neg B \quad \text{sabiendo que B es insatisfacible}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Ejercicio 5.

Decide si las siguientes afirmaciones son correctas o no. Justifica la respuesta mediante interpretaciones:

- (a) La fórmula es $\neg(q \rightarrow p) \vee \neg(p \rightarrow q)$ es una contradicción
- (b) La fórmula $\neg((p \wedge q) \vee \neg(p \wedge q))$ es una tautología

Ejercicio 6.

Formalizar el siguiente razonamiento y analizar si es o no correcto:

Al lógico Ceferino le preguntaron: ¿amas a Queta, a Petra o a Rosana?

El pensó: los hechos son:

Amo al menos a una de las tres. Si amo a Petra pero no a Queta, entonces amo a Rosana. O bien amo a Queta y a Rosana, o no amo a ninguna de las tres. Si amo a Queta, entonces también amo a Petra.

Contestó:

Amo a las tres

Ejercicio 7.

Demostrar que se cumple la relación de consecuencia lógica en la siguiente argumentación, sin utilizar tablas de verdad ni el método de resolución:

$$(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow r) \models p \rightarrow (q \rightarrow r)$$

Ejercicio 8.

Indica si las siguientes afirmaciones son **correctas** o **incorrectas**, justificando la respuesta **en todos los casos**:

- (a) Dadas las fórmulas A1, A2, A3 y B, si existe una interpretación que satisface tanto A1, A2 y A3, como B, podemos afirmar que B es consecuencia lógica (\models) de A1, A2 y A3
- (b) La fórmula $(p \vee q \rightarrow r) \leftrightarrow (p \vee (q \rightarrow r))$ es una tautología
- (c) Una fórmula A es insatisfacible sí y sólo si es también contradicción

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, green, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$$\{ p \wedge r \rightarrow \neg q \wedge r \} \models p \rightarrow q \vee \neg r$$

Ejercicio 10.

Demostrar con medios semánticos que el siguiente razonamiento no es correcto.

$$p \wedge q \rightarrow r, r \wedge s \rightarrow t \} \models \neg t \rightarrow \neg(p \wedge q) \vee s$$

Ejercicio 11.

Demuestre: $\{ p \rightarrow u, q \rightarrow u, r \rightarrow u, s \rightarrow u, t \rightarrow u \} \models B$ donde la fórmula B es:

$$\text{(caso a) } B: p \wedge q \wedge r \wedge s \wedge t \rightarrow u$$

$$\text{(caso b) } B: p \vee q \vee r \vee s \vee t \rightarrow u$$

Ejercicio 12.

Demuestra que las fórmulas $p \vee q \vee r$ y $\neg(\neg p \rightarrow q) \rightarrow r$ son equivalentes, justificando adecuadamente la respuesta.

Ejercicio 13.

Demostrar con medios semánticos que no se cumple la siguiente relación de consecuencia lógica, sin utilizar tablas de verdad, ni deducción natural, ni el método de resolución.

$$\{ p \rightarrow s \wedge t, q \leftrightarrow \neg r, \neg(\neg s \vee q \rightarrow s \wedge \neg r) \} \models q \rightarrow t \vee p$$

Ejercicio 14.

Sean A, B y C fórmulas bien formadas. Decide si las siguientes afirmaciones son correctas o no (indicándolo claramente), justificando la respuesta en todos los casos:

(1) Si existe una interpretación que satisface al mismo tiempo A, B y C, entonces puedo afirmar que C es consecuencia lógica de A y B.

(2) Si A o B son una contradicción, entonces C es consecuencia lógica de A y B.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the word 'Cartagena'. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Ejercicio 16.

Definir $(A \wedge B)$ en función de la conjunción \rightarrow y la negación \neg . Justificar la respuesta mediante una tabla de verdad.

Ejercicio 17.

Probar que la siguiente fórmula es una tautología, semánticamente, sin tablas de verdad

$$(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q) \wedge r)$$

Ejercicio 18.

Determinar si la siguiente argumentación es correcta. Si no lo es, indicar la interpretación que lo demuestra (contramodelo).

$$[p \rightarrow q , \neg p] \models \neg q$$

Ejercicio 19.

Determinar la corrección del siguiente argumento. Se sabe que

- (1) Los animales con pelo o que dan leche son mamíferos.
- (2) Los mamíferos que tienen pezuñas o que rumian son ungulados.
- (3) Los ungulados de cuello largo son jirafas.
- (4) Los ungulados con rayas negras son cebras.

Se observa un animal que tiene pelos, pezuñas y rayas negras. Por consiguiente, se concluye que el animal es una cebra.

Ejercicio 20.

(a) Definir el ó exclusivo en función de algunas de las 5 conectivas habituales.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Ejercicio 21.

Un rey somete a un prisionero a la siguiente prueba: lo enfrenta a dos puertas, de las que el prisionero debe elegir una, y entrar en la habitación correspondiente. Se informa al prisionero que en cada una de las habitaciones puede haber un tigre o una dama. Como es natural, el prisionero debe elegir la puerta que le lleva a la dama (entre otras cosas, para no ser devorado por el tigre). Para ayudarle, en cada puerta hay un letrero:

puerta 1: en esta habitación hay una dama y en la otra un tigre.

puerta 2: en una de estas habitaciones hay una dama y en una de estas habitaciones hay un tigre.

Sabiendo que uno de los carteles dice la verdad y el otro no, determinar la puerta que debe de elegir el prisionero.

Ejercicio 22.

Indicar (mediante una interpretación y el significado de las conectivas) si la siguiente fórmula es o no una tautología:

$$(\neg p \wedge \neg t \wedge r) \vee ((p \rightarrow s \vee q) \rightarrow (r \wedge \neg s \rightarrow t))$$

Ejercicio 23.

Analizar si hay consecuencia lógica entre las premisas y la conclusión del siguiente argumento. Justificar debidamente la respuesta.

$$\{q \rightarrow \neg r, t \rightarrow p \wedge s, \neg s\} \models q \wedge r \rightarrow t$$

Ejercicio 24.

Decir si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F) :

(a) Una fórmula bien formada A se dice que es insatisfacible si existe un modelo y un contramodelo de dicha fórmula A.

(h) Si una fórmula B es consecuencia lógica del conjunto de fórmulas A1, A2, ..., An

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Ejercicio 25.

Determinar si existe relación de consecuencia lógica en los siguientes esquemas argumentales:

$$(1) \{ p \vee (q \rightarrow r) \rightarrow q, p \} \models q$$

$$(2) \{ p \rightarrow (q \rightarrow r) \} \models q \rightarrow (p \rightarrow r)$$

$$(3) \{ p \wedge q \rightarrow \neg r, t \rightarrow r, q, t \} \models \neg p$$

$$(4) \{ \neg s, \neg t, p \vee s \vee t \rightarrow \neg q, \neg (r \wedge \neg p) \} \models q \rightarrow r$$

Ejercicio 26.

Averiguar si es o no cierta la siguiente afirmación:

$$p \rightarrow q \vee r \quad \models \quad (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$$

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, teal-colored font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a background of light blue and orange geometric shapes, including a large blue triangle and an orange shape that looks like a stylized '9' or a banner.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70