

EXAMEN FINAL DE MÉTODOS MATEMÁTICOS III GRUPO: 1ª
TODA LA ASIGNATURA (10/06/2010)

Inicial del 1^{er} apellido

APELLIDOS.....

NOMBRE.....

PRIMERA PARTE:

TEST (2 pts) La respuesta correcta vale: +0'2, la incorrecta vale: -0'1.

Escribe **V** si la afirmación es verdadera y **F** si es falsa en la casilla correspondiente

1. Si $B = \{\underline{u}, \underline{v}\}$ es una base ortonormal de \mathbb{R}^2 respecto de un producto escalar \cdot ,

entonces la matriz métrica en B es $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

2. $f : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(\underline{x}, \underline{y}) = x_1y_2 + x_2y_1$ es una forma bilineal

3. Para el siguiente producto escalar en \mathbb{R}^2 : $\underline{x} \cdot \underline{y} = x_1y_1 + x_2y_2$ se tiene que

$\|(1, 1)\| = 1$

4. Para el producto escalar de la afirmación anterior se tiene que la proyección ortogonal de $(1, 1)$ sobre el eje x es el vector $(1, 0)$

5. Toda matriz diagonal define un producto escalar

6. Sea V un espacio vectorial con un producto escalar \cdot y U un subespacio vectorial de V . Si \underline{x}_U es la proyección ortogonal de \underline{x} en U entonces $\underline{x}_U \in U$

7. Sea $q : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática tal que $q(1, 0) = q(0, 1) = 1$ entonces q es definida positiva

8. Sea V un \mathbb{R} -espacio vectorial y $q : V \rightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática, entonces su forma polar es $f_q(\underline{x}, \underline{y}) = \frac{1}{2}q(\underline{x} + \underline{y})$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, dark blue font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue, abstract background that resembles a stylized arrow or a splash of paint pointing to the right. Below the text, there is a horizontal orange bar with a slight gradient and a drop shadow effect.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

PROBLEMA 1. (2 ptos)

En \mathbb{R}^3 se define la forma cuadrática

$$q(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 - 2x_2x_3 + 2x_1x_3$$

Determina M_q y demuestra que define un producto escalar

PROBLEMA 2. (2 ptos)

En \mathbb{R}^3 se define el producto escalar siguiente

$$(x_1, x_2, x_3) \cdot (y_1, y_2, y_3) = x_1y_1 + 3x_2y_2 + 8x_3y_3$$

a) ¿Los vectores $\underline{u} = (4, -2, -2)$ y $\underline{v} = (2, 3, -1)$ son ortogonales para este producto escalar?

b) Para este producto escalar, escribe una base ortonormal de \mathbb{R}^3

PROBLEMA 3. (2 ptos)

En \mathbb{R}^3 se considera la forma cuadrática

$$q(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + ax_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2ax_2x_3$$

a) ¿Para qué valores de $a \in \mathbb{R}$ es un producto escalar?

b) Si $a = 2$ y $U = L(\{(1, 1, 0), (0, 1, 1)\})$, halla U^\perp

PROBLEMA 4. (2 ptos)

Sea la forma bilineal $f : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ tal que respecto de la base $B = \{\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3\}$ tiene la matriz asociada

$$M_f(B) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

a) Calcula $M_f(B')$ siendo $B' = \{\underline{v}_1 - \underline{v}_2, \underline{v}_1 + \underline{v}_2 - \underline{v}_3, \underline{v}_3\}$

b) Si $\underline{u} = (1, 0, -1)_B$ y $\underline{v} = (1, 1, 1)_{B'}$ (observa que \underline{u} tiene sus coordenadas en B y las de \underline{v} están en B'), determina $f(\underline{u}, \underline{v})$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

SEGUNDA PARTE:

TEST (2 ptos) La respuesta correcta vale: + 0'2, la incorrecta vale: -0'1.

Escribe **V** si la afirmación es verdadera y **F** si es falsa en la casilla correspondiente

1. Los límites reiterados de $f(x,y) = \frac{xy + y^2}{x^2 + y^2}$ en $(0,0)$ son iguales.....

2. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}$ **no** existe.....

3. La función $f(x,y) = \frac{\text{sen}(x+y)}{x+y}$ es continua en $\mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$

4. No existe el polinomio de Maclaurin de $f(x) = \ln x$

5. Se verifica que $\text{sen}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$

6. El área limitada por las parábolas $y = 6x - x^2$ y $y = x^2 - 2x$ es $64 u^2$

7. Se verifica que $\int_0^1 \int_0^2 \int_0^3 x \, dx \, dy \, dz = \int_0^3 \int_0^2 \int_0^1 x \, dz \, dy \, dx$

8. Si $f(x,y) = \frac{y}{x^2 + 4}$ entonces $\text{dom}(f) = \mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$

9. Si $f(x,y) = x - y$ y $g(x) = x^2$ entonces $(g \circ f)(x,y) = x^2 - y^2$

10. Si $\lim_{x \rightarrow 0} (\lim_{y \rightarrow 0} f(x,y)) = 0$ entonces $\lim_{y \rightarrow 0} (\lim_{x \rightarrow 0} f(x,y)) = 0$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

PROBLEMA 1. (2 ptos)

Halla el polinomio de Taylor de grado 4 centrado en $c = -1$ para la función siguiente

$$f(x) = (2 + x)e^{x+1}$$

De acuerdo con dicho polinomio ¿cuál es el valor aproximado de $(1/2 \cdot e^{0/2})$?

Compáralo con su valor real.

PROBLEMA 2. (2 ptos)

Estudia si la siguiente función es continua en $(0,0)$

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2}{x^2y^2 + (x-y)^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

(recordamos que $\text{sen}2\alpha = 2\text{sen}\alpha \cos\alpha$)

PROBLEMA 3. (2 ptos)

Determina el intervalo de convergencia de la siguiente serie de potencias

$$\sum_{n=0}^{\infty} (2^{n+1} - n)x^n$$

PROBLEMA 4. (2 ptos)

Calcula el volumen en el interior de $x^2 + y^2 = 9$, por encima de $z = 0$ y por debajo de $x + z = 4$

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70