EA. Parcial anillos. Dobles grados con Matemáticas

18 de marzo de 2015

---

1. (2,5 puntos) Enuncia y demuestra el primer teorema de isomorfía para anillos.

2. (2 puntos) Consideramos el anillo de polinomios $A = \mathbb{R}[x]$ y el ideal principal $I = (x-1)$. Demuestra que A/I es isomorfo a $\mathbb{R}$. Construye explícitamente un isomorfismo entre los dos anillos.

3. (1 punto) Consideramos el anillo de polinomios $A = \mathbb{Z}_2[x]$ y el ideal principal $I = (x^2+x+1)$. Supongamos ya demostrado que $K = A/I$ es un cuerpo con 4 elementos formado por las siguientes clases de equivalencia $K = \{[0],[1],[x],[x+1]\}$. Construye razonadamente la tabla de multiplicar de K.

4. (1,5 puntos) Di si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica adecuadamente tus respuestas:

   a) La aplicación $f : \mathbb{Z} \longrightarrow 2\mathbb{Z}$, definida por $f(a) = 2a$, es un isomorfismo de anillos.

   b) La aplicación $f : \mathbb{Z}_4 \longrightarrow \mathbb{Z}$, definida por $f([a]_4) = a$ para cada $a \in \{0,1,2,3\}$, es un homomorfismo de anillos.

   c) La aplicación $f : \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3 \longrightarrow \mathbb{Z}_6$, definida por $f([a]_2,[b]_3) = [ab]_6$ para cada $a \in \{0,1\}$ y cada $b \in \{0,1,2\}$, es un homomorfismo de anillos.

5. (3 puntos) Di en cada caso si el polinomio $p(x)$ es o no irreducible en el anillo correspondiente. Justifica adecuadamente tus respuestas:

   a) $p(x) = x^4 + 5x^2 + 4$ en $\mathbb{R}[x]$.

   b) $p(x) = x^3 + x^2 + x + 2$ en $\mathbb{C}[x]$.

   c) $p(x) = x^3 + x + 1$ en $\mathbb{Z}_5[x]$.

   d) $p(x) = x^4 + x^2 + 1$ en $\mathbb{Z}_2[x]$.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.