

12 de mayo de 2016

1. Teoría:

- a) (0,25 puntos) Define acción de un grupo  $G$  sobre un conjunto  $B$ .
- b) (0,25 puntos) Define la relación que aparece de forma natural asociada a la acción de un grupo sobre un conjunto.
- c) (1 punto) Demuestra que la relación anterior es de equivalencia.
- d) (0,25 puntos) Define la órbita de un elemento  $x \in B$ .
- e) (0,25 puntos) Define el estabilizador de un elemento  $x \in B$ .
- f) (1 punto) Demuestra el estabilizador que acabas de definir es un subgrupo de  $G$ .

2. (3 puntos) Di, razonadamente, si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas, proporcionando demostraciones o contraejemplos según sea necesario:

- a)  $\mathbb{Z}_6$  y  $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3$  son grupos isomorfos.
- b)  $\mathbb{Z}_8$  y  $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$  son grupos isomorfos.
- c)  $\mathbb{Z}_{10}^*$  y  $\mathbb{Z}_4$  son grupos isomorfos.
- d)  $\mathbb{Z}_{16}^*$  y  $D_4$  son grupos isomorfos.

3. Considera el grupo  $G = D_6$ . Utiliza la siguiente notación para sus elementos:

$$\begin{aligned}\tau_{14} &= (26)(35) & \tau_a &= (12)(36)(45) \\ \tau_{25} &= (13)(46) & \tau_b &= (23)(14)(56) \\ \tau_{36} &= (15)(24) & \tau_c &= (34)(25)(16) \\ \sigma &= (123456)\end{aligned}$$

Denotaremos el resto de elementos de  $G$  como potencias de  $\sigma$ . Considera los subgrupos  $H = \langle \sigma^3 \rangle$  y  $K = \langle \sigma \rangle$ .

- a) (1 punto) Responde razonadamente, sin realizar operaciones con los elementos del grupo: ¿es  $K$  normal en  $G$ ?
- b) (0,5 puntos) ¿Cuántos elementos tiene  $G/K$ ? Enuméralos.
- c) (1 punto) Demuestra que  $H$  es normal en  $G$ .
- d) (0,5 puntos) ¿Cuántos elementos tiene  $G/H$ ? Enuméralos.
- e) (0,5 puntos) Calcula el orden de cada elemento del cociente  $G/H$ .
- f) (0,5 puntos) Calcula el inverso de cada elemento del cociente  $G/H$ .

The logo for Cartagena99 features the word 'Cartagena' in a stylized, blue, serif font with a drop shadow, followed by '99' in a larger, bold, blue font. The text is set against a light blue background with a white starburst effect behind the '99'.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70