

1º/ TEORÍA

$$2º/a) \sigma^2 = (135)(246)$$

$$\sigma^{-2} = (\sigma^2)^{-1} = (135)^{-1}(246)^{-1} = (153)(264)$$

$$\tau^{-1} = (15)$$

$$\alpha = \sigma^{-2} \cdot \tau^{-1} = (153)(264)(15) =$$

$$= (153)(\cancel{15})(264) = (13)(264)$$

$$\text{ord}(\alpha) = \text{mcm}(2,3) = 6$$

$\alpha = (13)(24)(26) \Rightarrow \alpha$ es impar.

b) Elegimos $\beta = (12)$

$$\beta^{-1}\sigma\beta = (12)(123456)(12) = (134562) \notin \langle \sigma \rangle$$

luego $\langle \sigma \rangle$ no es normal en S_6

$$|D_6| = 12, |\langle \sigma \rangle| = 6 \Rightarrow [D_6 : \langle \sigma \rangle] = 2 \Rightarrow \text{TEORÍA}$$

$\langle \sigma \rangle$ es normal en D_6 .

$$3º/ a) R_8 = \left\{ e^{i \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{8}} / n \in \{0,1,2,3,4,5,6,7\} \right\}$$

b) R_8 es isomorfo a \mathbb{Z}_8

$$R_8 \longrightarrow \mathbb{Z}_8$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

$$\langle 0 \rangle = \{0\}$$

1, 3, 5, 7 tienen orden 8, ya que ~~están~~ son ~~primos~~ relativamente primos con 8. Luego

$$\langle 1 \rangle = \langle 3 \rangle = \langle 5 \rangle = \langle 7 \rangle = \mathbb{Z}_8$$

2 tiene orden 4, porque $\text{mcm}(2, 8) = 2$

$$\langle 2 \rangle = \{2, 4, 6, 0\} = \langle 6 \rangle = K$$

↑
6 tiene orden 4, porque $\text{mcm}(6, 8) = 2$

$$\langle 4 \rangle = \{4, 0\} = H$$

Hay 4 subgrupos cíclicos de \mathbb{Z}_8 . \Rightarrow

\Rightarrow Hay 4 subgrupos cíclicos en \mathbb{R}_8 :

$$\otimes \langle e^0 \rangle = \langle 1 \rangle$$

$$\otimes \mathbb{R}_8$$

$$\otimes K = \langle e^{i2\pi \cdot \frac{2}{8}} \rangle$$

$$\otimes H = \langle e^{i2\pi \cdot \frac{4}{8}} \rangle$$

c) Todos los subgrupos son ~~cíclicos~~ normales porque \mathbb{R}_8 es abeliano.

$$4\% \text{ a.) } \mathbb{Z}_8^* = \{1, 3, 5, 7\}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$\Rightarrow \mathbb{Z}_8$ no es cíclico

~~FALSO~~

$$b) \mathbb{Z}_{10}^* = \{1, 3, 7, 9\}$$

$$3^2 = 9 \neq 0 \Rightarrow \text{orden}(3) \neq 2 \Rightarrow \text{orden}(3) = 4$$

$$\Rightarrow \mathbb{Z}_{10}^* = \langle 3 \rangle \Rightarrow \mathbb{Z}_{10}^* \text{ cíclico } \underline{\text{VERDADERO}}$$

$$c) \underline{\text{FALSO}} \quad A = D_5, \quad |D_5| = 10$$

D_5 no tiene elementos de orden 10

(solo giros y simetrías)

orden máximo = 5.

$$d) \underline{\text{VERDADERO}}$$

Sabemos por teoría que $\text{ord}(g) \mid \text{ord}(G) = n$

$$\Rightarrow g^n = e \Rightarrow g^{2n} = e \Rightarrow g^{2n+1} = g^{2n} \cdot g = e \cdot g = g$$

$$e) \underline{\text{FALSO}}$$

$$\left| \frac{D_4}{\langle \sigma \rangle} \right| = \frac{|D_4|}{|\langle \sigma \rangle|} = \frac{8}{4} = 2$$

$$|\mathbb{Z}_4| = 4$$

No pueden ser isomorfos.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70