

COMPLEMENTOS MATEMÁTICOS PARA LA INGENIERÍA INDUSTRIAL
Septiembre. Modelo A

INSTRUCCIONES: Lea atentamente los enunciados. Conteste a las preguntas cortas exclusivamente en el espacio disponible a continuación del enunciado (se sugiere hacerlo en folio aparte y luego pasarlo). Desarrolle la solución a los ejercicios 5 y 6 en otra hoja de examen, en el espacio que necesite. Justifique las respuestas.

PREGUNTAS CORTAS

1. (1 punto) Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ la función definida por

$$f(x, y) = (|x| + y, e^{xy})$$

Estudie si f tiene derivadas parciales en el punto $(0,0)$ y determínelas si existen.

Solución:

2. (1 punto) Sea la curva definida por

$$\mathbf{x}(t) = (\cos t, e^t t^2)$$

si $\mathbf{x} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$. Estudie en qué puntos es regular.

Solución:

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a background of a light blue and orange gradient with a subtle, abstract shape behind it.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$$\mathbf{x}(t) = (r \cos t, r \sin t).$$

Solución:

4. (1 punto) Sea, para $t \in \mathbb{R}$,

$$\{\mathbf{x}(\lambda, t)\}_{\lambda \in [a, b]}$$

una familia de curvas dadas en ecuaciones paramétricas. Defina su envolvente.

Solución:

EJERCICIOS

5. Sea C la curva de Bézier cuyo polígono de control es $(0, 1, 1)$, $(1, 0, 0)$, $(0, -1, 0)$.
- (1 punto) Escriba su ecuación $\mathbf{x}(t)$, para $t \in [0, 1]$.
 - (1 punto) Determine el triedro de Frenet de esta curva en el punto $\mathbf{x}(0)$.
 - (1 punto) Determine la ecuación del plano rectificante en el punto $\mathbf{x}(0)$
6. Sea S la parte de la esfera de centro $(0, 0, 0)$ y radio 1 parametrizada por

The logo for Cartagena99 features the word 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$$\psi_0 = 0, \psi_1 = \frac{\pi}{2} \text{ y } \psi_0 = 0, \theta_1 = \frac{\pi}{2}.$$

- d) (0.75 puntos) A partir del valor anterior, razone cuál es el área de la esfera.

Curvas

Curvas en el plano no parametrizada por la longitud de arco:

$$k(t) = \det \left(\frac{d\mathbf{x}}{dt}, \left(\frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2} \right) \right) \frac{1}{\|d\mathbf{x}/dt\|^3}.$$

Curva en el plano definida por ecuaciones implícitas:

$$k(x, y) = \frac{(-f_y, f_x) H(f) (-f_y, f_x)^t}{\|\nabla f\|^3}.$$

Curvas en el espacio:

$$k(t) = \frac{\|\mathbf{x}'(t) \times \mathbf{x}''(t)\|}{\|\mathbf{x}'(t)\|^3},$$
$$\tau(t) = -\frac{\det(\mathbf{x}'(t), \mathbf{x}''(t), \mathbf{x}'''(t))}{\|\mathbf{x}'(t) \times \mathbf{x}''(t)\|^2}.$$

Superficies

Formas fundamentales:

$$E = \mathbf{x}_u \cdot \mathbf{x}_u, \quad F = \mathbf{x}_u \cdot \mathbf{x}_v, \quad G = \mathbf{x}_v \cdot \mathbf{x}_v.$$
$$e = \mathbf{N} \cdot \mathbf{x}_{uu}, \quad f = \mathbf{N} \cdot \mathbf{x}_{uv}, \quad g = \mathbf{N} \cdot \mathbf{x}_{vv}.$$

Curvaturas:

$$K = \frac{eg - f^2}{EG - F^2},$$
$$H = \frac{Eg - 2Ff + Ge}{2(EG - F^2)}.$$

Ecuación de las curvaturas principales:

$$k^2 (EG - F^2) - (Eg - 2Ff + Ge)k - f^2 + eg = 0.$$

Ecuación diferencial de las líneas de curvatura:

$$(eF - fE)(du)^2 + (eG - gE)dudv + (fG - gF)(dv)^2 = 0.$$

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70