

1. En (\mathbb{R}^3, T_u^3) , se considera el subconjunto

$$X = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 1, y \geq 0, z \in \mathbb{R} \}.$$

Estudiar si el espacio topológico $(X, (T_u^3)_X)$ es *contractible*.

Justifique sus respuestas.

2. Sea G el subgrupo del grupo aditivo de los números racionales $(\mathbb{Q}, +)$ engendrado por el conjunto

$$S = \left\{ \frac{1}{18}, \frac{1}{48} \right\}.$$

Se pide:

a) Determinar el *número de Betti* y los *coeficientes de torsión* de G .

b) Escribir G en su *forma canónica normal*, dada por el *Teorema de Estructura de Grupos Abelianos de Tipo Finito*.

c) Determinar un *conjunto mínimo de generadores* de G .

Justifique sus respuestas.

3. En (\mathbb{R}^2, T_u^2) , sean

$$C = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x + 2)^2 + y^2 \leq 1 \},$$

$$D = \{ (x, 0) \mid x \in \mathbb{R}, -1 \leq x \leq 1 \},$$

$$E = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x - 2)^2 + y^2 = 1 \},$$

$$X = C \cup D \cup E.$$

a) *Triangular* X , es decir, obtener un complejo simplicial geométrico orientado K tal que

$(X, (T_u^2)_X)$ sea *homeomorfo* al poliedro geométrico $(|K|, (T_u^2)|K|)$.

b) *Determinar los grupos de homología simplicial* $H_1(K)$ y $H_2(K)$.

c) *Estudiar si el espacio topológico* $(X, (T_u^2)_X)$ es *contractible*.

Justifique sus respuestas.

Nota 1: Cada problema se calificará sobre 10 puntos y después se calculará la media aritmética de las tres calificaciones así obtenidas.

Nota 2: Material autorizado: Ninguno.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, teal-colored font. The '99' is significantly larger and more prominent than the word 'Cartagena'. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70