1. Sea $\{ x_n \}_{n \in Z^+}$ la *sucesión de números reales* definida, para todo $n \in Z^+$, mediante

$$x_{2n-1} = 2n - 1,$$

$$x_{2n} = 0.$$

Estudiar si $\{ x_n \}_{n \in Z^+}$ es *convergente* en el espacio topológico:

a) (R, T_{CF}), siendo $T_{CF} = \{ \varnothing, R \} \cup \{ A \subset R \mid R - A \text{ es finito} \}$.

b) (R, T_{CN}), siendo $T_{CN} = \{ \varnothing, R \} \cup \{ B \subset R \mid R - B \text{ es numerable} \}$.

c) (R, T), siendo $T = \{ \varnothing, R \} \cup \{ (a, \rightarrow) \mid a \in R \}$.

En caso afirmativo, *determinar* el conjunto de todos los *puntos que son límite de la sucesión* dada, en el espacio topológico correspondiente.

Justifique sus respuestas.

2. Sean

$$(X_1, T_1) = (X_2, T_2) = (R, T_u),$$

consideremos el *producto topológico*

$$(R \times R, T_P) = (X_1, T_1) \times (X_2, T_2),$$

y el *subespacio topológico* (X, T) de $(R \times R, T_P)$ definido mediante

$$X = \{ (x, y) \in R \times R \mid (y = 0) \text{ o } (y = 1) \},$$

$T = (T_P)_X$, topología de X relativa de la topología producto T_P de $R \times R$.

Estudiar si:

a) (X, T) es de *Hausdorff*.

b) (X, T) cumple el *Segundo Axioma de Numerabilidad*.

c) (X, T) es *compacto*.

d) (X, T) es *conexo*, y si (X, T) es *conexo por caminos*.

Justifique sus respuestas.

3. Sean R el conjunto de los números reales, T_u la *topología usual* de R, $T(B)$ la *topología cuya base* es

$$B = \{ [a, b) \mid a, b \in R, a < b \}.$$

Estudiar si el espacio topológico (R, T_u) es *homeomorfo* al espacio topológico $(R, T(B))$.

Justifique sus respuestas.