

1. Sea  $R$  el conjunto de todos los números reales.

Consideremos en  $R$  las dos topologías:

$$T_{CF} = \{R, \emptyset\} \cup \{M \subset R \mid R - M \text{ es finito}\},$$

$$T_{CN} = \{R, \emptyset\} \cup \{A \subset R \mid R - A \text{ es numerable}\},$$

es decir, la topología de los complementos finitos y la topología de los complementos numerables.

Sea  $\{x_n\}_{n \in \mathbb{Z}^+}$  la sucesión de números reales definida, para todo  $n \in \mathbb{Z}^+$ , mediante

$$x_{2n} = 1,$$

$$x_{2n-1} = 2.$$

Estudiar si la sucesión  $\{x_n\}_{n \in \mathbb{Z}^+}$  es convergente en  $(R, T_{CF})$ .

Estudiar si la sucesión  $\{x_n\}_{n \in \mathbb{Z}^+}$  es convergente en  $(R, T_{CN})$ .

Justifique razonadamente las respuestas.

2. Sea  $R$  el conjunto de los números reales,  $T_u$  la topología usual de  $R$ ,

$T_D = \{M \mid M \subset R\}$  la topología discreta de  $R$ ,  $T_I = \{R, \emptyset\}$  la topología trivial o indiscreta de  $R$ .

Estudiar la conexión y la conexión por caminos de cada uno de los espacios topológicos productos siguientes:

$$(R, T_u) \times (R, T_D), (R, T_u) \times (R, T_I), (R, T_D) \times (R, T_I).$$

Justifique razonadamente las respuestas.

3. Sean  $\mathbb{Z}^+$  el conjunto de todos los números enteros positivos,  $p, q \in \mathbb{R} - \mathbb{Z}^+$ , con  $p \neq q$ ,  $X = \mathbb{Z}^+ \cup \{p\} \cup \{q\}$ , subconjunto de  $\mathbb{R}$ ,

$$T = \{A \subset X \mid A \subset \mathbb{Z}^+\} \cup \{A \subset X \mid p \in A \text{ y } X - A \text{ es finito}\} \cup \{A \subset X \mid q \in A \text{ y } X - A \text{ es finito}\}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99