

1.1.21. Problemas

Curvas



1.1.21. Problemas

1.1.21. 1-a)

Obtener parametrizaciones de las siguientes curvas de nivel:

$$C_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 - x^2 = 1\}$$



1.1.21. Problemas

1.1.21. 1-b

Obtener parametrizaciones de las siguientes curvas de nivel:

$$C_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1\}$$



1.1.21. 2-a

Encontrar curvas de nivel para las siguientes curvas parametrizadas:

$$\gamma_1(t) = (\cos(t)^2, \sin(t)^2)$$



1.1.21. 2-b

Encontrar curvas de nivel para las siguientes curvas parametrizadas:

$$\gamma_2(t) = (e^t, t^2)$$



1.1.21. 3-a

Calcular los vectores velocidad, aceleración y el vector tangente, en cada uno de los siguientes casos:

$$\gamma_1(t) = (\cos(t)^2, \sin(t)^2), \quad t \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

Indicar si alguna de ellas tiene velocidad constante.



1.1.21. 3-b

Calcular los vectores velocidad, aceleración y el vector tangente, en cada uno de los siguientes casos:

$$\gamma_2(t) = (e^t, t^2)$$

Indicar si alguna de ellas tiene velocidad constante.



1.1.21. 4

Calcular la longitud de arco de la catenaria $\alpha(t) = (t, \cosh(t))$, empezando en $t = 0$. El nombre de esta curva es debido a que tiene la forma de una cadena pesada, suspendida por sus extremos.



1.1.21. 5-a

Estudiar si las siguientes curvas tienen velocidad unitaria

$$\gamma_1(t) = \left(\frac{1}{3}(1+t)^{3/2}, \frac{1}{3}(1-t)^{3/2}, \frac{t}{\sqrt{2}} \right)$$



1.1.21. 5-b

Estudiar si las siguientes curvas tienen velocidad unitaria

$$\gamma_2(t) = \left(\frac{4}{5} \cos(t), 1 - \sin(t), -\frac{3}{5} \cos(t) \right)$$



1.1.21. 6

Parametrizar la curva $y = f(x)$ para $x \in [a, b]$, siendo $f \in \mathcal{C}^2$ y demostrar que su longitud viene dada por la fórmula tradicional:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$$

