

Resolución Básica

Curso 2014-2015

Mari Carmen Suárez de Figueroa Baonza
mcsuarez@fi.upm.es



POLITÉCNICA

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

...

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

enidos

roducción

regla de resolución

método de resolución de Robinson

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

ucción (I)

mos que $\{l \vee s$ (*llueve o hace sol*), $\neg l$ (*no llueve*), $\neg s$ (*no hace sol*) $\}$ define la fórmula $(l \vee s) \wedge \neg l \wedge \neg s$

l	s	$l \vee s$	$\neg l$	$\neg s$	$(l \vee s) \wedge \neg l \wedge \neg s$
V	V	V	F	F	F
V	F	V	F	V	F
F	V	V	V	F	F
F	F	F	V	V	F

Insatisfacible

Si también podemos demostrar que $T[l \vee s, \neg l, \neg s] \vdash s \wedge \neg s$

premise

premise

cut 1,2

premise

$l \wedge 3,4$

Por tanto, de una fórmula insatisfacible hemos llegado a derivar una contradicción

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

ucción (II)

general: Plantear un método de obtención de nuevas reglas deducidas del conjunto original, de forma que si consigue deducir un literal y su negación puede decirse que el conjunto original es insatisfacible

basado en el lema de la contradicción: Una fórmula F es satisfacible sii a partir de ella se puede deducir una contradicción ($T[F] \vdash P \wedge \neg P$)

$\vdash P \wedge \neg P$ sii $\models F \rightarrow P \wedge \neg P$ (teorema de la deducción)

definición: $\models F \rightarrow P \wedge \neg P$ sii en toda interpretación i o bien $i(F) = F$ o bien $i(F) = V$ y $i(P \wedge \neg P) = V$

o $i(P \wedge \neg P) = F$ para toda i , por tanto $\models F \rightarrow P \wedge \neg P$ sii en toda interpretación i , $i(F) = F$

$\rightarrow P \wedge \neg P$ sii F es insatisfacible

$\vdash P \wedge \neg P$ sii F es insatisfacible (silogismo 1,4)

Regla de Resolución (I)

Principio de resolución: Proporciona un método sistemático para realizar demostraciones a partir de cláusulas

La deducción de nuevas fórmulas está basada en la **regla de resolución básica:**

basada en la regla de corte: $A \vee B, \neg A \vee C \Rightarrow B \vee C$

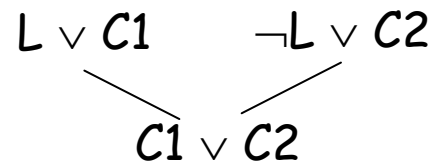
Dadas dos cláusulas $L \vee C1$ y $\neg L \vee C2$ (L es un literal) puede deducirse una nueva cláusula $C1 \vee C2$, llamada **resolvente**

$$\begin{array}{ccc} L \vee C1 & & \neg L \vee C2 \\ & \diagdown & \diagup \\ & C1 \vee C2 & \end{array}$$

Regla de Resolución (II)

Definición: Sean $C1$ y $C2$ cláusulas. Supongamos que el literal $L \in C1$ y su complementario $Lc \in C2$. Se denomina resolvente de $C1$ y $C2$ respecto a L a la cláusula a :

$$R(C1, C2) = (C1 - \{L\}) \cup (C2 - \{Lc\})$$



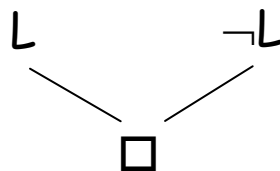
La aplicación sucesiva de la regla de resolución permite obtener una contradicción cuando el conjunto original es insatisfacible

Una contradicción se obtiene cuando se deducen dos cláusulas atómicas (literales aislados) L y $\neg L$

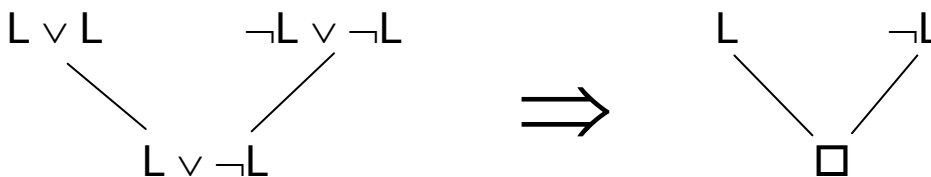
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Regla de Resolución (III)

Aplicación de la regla sobre L y $\neg L$ genera la llamada **cláusula vacía (\square)**



Para asegurarnos deducir la cláusula vacía siempre que el conjunto sea insatisfacible, necesitamos tener en cuenta la potencia ($L \vee L \Rightarrow L$)



Regla de Resolución (IV)

Ejemplo: $S = \{ p \vee q, \neg p \vee r, \neg q \vee r, \neg r, p \vee t \}$

q

$\vee r$

$\vee r$

t

$$(C1, C2) = q \vee r = C6$$

$$(C3, C4) = \neg q = C7$$

$$(C7, C6) = r = C8$$

$$(C8, C4) = \square$$

Regla de Resolución (V)

de resolución básica extendida:

dos cláusulas $L \vee \dots \vee L \vee C1$ y $\neg L \vee \dots \vee \neg L \vee C2$ (L es un literal)
de deducirse una cláusula $C1 \vee C2$

Aplicación de esta regla extendida se denomina **paso de resolución** sobre L con resolvente $C1 \vee C2$

...

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Método de Resolución de Robinson (I)

Este método se basa en la aplicación sucesiva de la regla de resolución básica (extendida), definiendo lo que se conoce también como procedimiento de saturación

Procedimiento de saturación: Sea C un conjunto de cláusulas

$$S_0 = C \text{ y } n = 0$$

Si $\square \in S_n \rightarrow C$ es insatisfacible

Construir $S_{n+1} = \{\text{resolventes de } C_1 \text{ y } C_2 / C_1 \in (S_0 \cup \dots \cup S_n), C_2 \in S_n\}$

Si $S_{n+1} = \emptyset$ o $S_{n+1} \subset S_0 \cup \dots \cup S_n \rightarrow C$ es satisfacible

Incrementar $n = n+1$ y repetir desde 2)

Este procedimiento genera **todos y sólo** los resolventes posibles a partir de un conjunto de cláusulas

Procedimiento de Saturación (I)

de 1) y 2)	22) $\neg P \vee Q$	de 2) y 9)	31) $\neg P$	de 4) y 5)
de 1) y 3)	23) $\neg P \vee Q$	de 2) y 10)	32) $\neg Q$	de 4) y 6)
de 1) y 4)	24) $\neg P$	de 2) y 12)	33) $\neg P \vee \neg Q$	de 4) y 7)
de 1) y 4)	25) P	de 3) y 5)	34) $\neg P \vee \neg Q$	de 4) y 8)
de 2) y 3)	26) $P \vee \neg Q$	de 3) y 7)	35) $\neg P \vee \neg Q$	de 4) y 9)
de 2) y 3)	27) $P \vee \neg Q$	de 3) y 8)	36) $\neg P \vee \neg Q$	de 4) y 10)
de 2) y 4)	28) $P \vee \neg Q$	de 3) y 9)	37) Q	de 5) y 7)
de 3) y 4)	29) $P \vee \neg Q$	de 3) y 10)	38) Q	de 5) y 9)
de 1) y 7)	30) $\neg Q$	de 3) y 11)	39) \square	de 5) y 12)
de 1) y 8)				
de 1) y 9)				
de 1) y 10)				
de 1) y 11)				
de 1) y 12)				
de 2) y 6)				
de 2) y 7)				
de 2) y 8)				

C es insatisfacible

Alcance de Saturación (II): Ejemplo

- | | | | |
|------------|----|-----------------|------------|
| $S_0 = C:$ | 1) | $P \vee Q$ | |
| | 2) | $\neg P \vee R$ | |
| | 3) | $R \vee \neg Q$ | |
| | 4) | P | |
| $S_1:$ | 5) | $Q \vee R$ | de 1) y 2) |
| | 6) | $P \vee R$ | de 1) y 3) |
| | 7) | R | de 2) y 4) |
| $S_2:$ | 8) | R | de 2) y 6) |
| | 9) | R | de 3) y 5) |

Como $S_2 \subset S_1$ y no es posible por tanto deducir \square entonces C es **satisfacible**

$\neg p, C_2: p \vee q, C_3: p \vee \neg q\}$

1 con $C_2: q$

1 con $C_3: \neg q$

2 con $C_3: p \vee p$

$C_5: \neg q, C_6: p \vee p\}$

está \square , por tanto redefinimos $C = C \cup R$ y buscamos nuevos resolventes:

1 con $C_4: NO$

resuelve C_2 con $C_4: NO$

1 con $C_5: NO$

resuelve C_2 con $C_5: p$

1 con $C_6: p$

resuelve C_2 con $C_6: NO$

3 con $C_4: p$

resuelve C_4 con $C_5: \square$

3 con $C_5: NO$

resuelve C_4 con $C_6: NO$

3 con $C_6: NO$

5 con $C_6: NO$

$\square\}$

$\square \rightarrow C$ es insatisfacible

Método de Resolución de Robinson (II)

En la práctica, la aplicación de sucesivos pasos de resolución se puede representar en forma de árbol (**árbol de resolución**):

El árbol de resolución es un árbol binario invertido (cada dos nodos tienen un 'hijo' común)

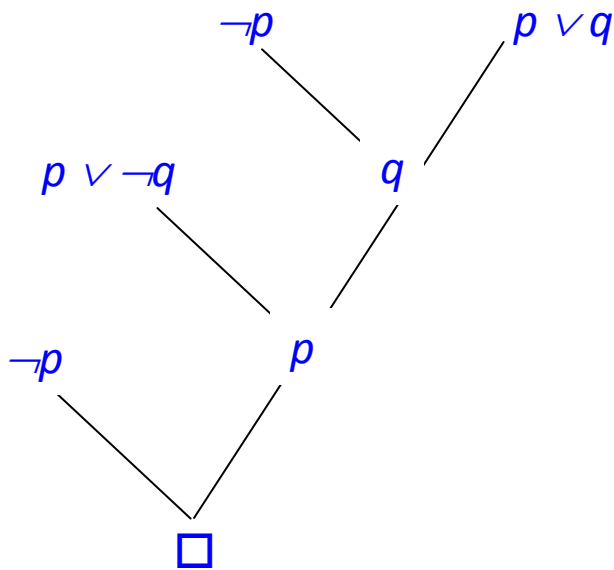
Cada nodo representa una cláusula

Cada nodo hijo de otros dos nodos es el resolvente de las cláusulas correspondientes

En un árbol de resolución sólo se representan los pasos necesarios para llegar a \square

Método de Resolución de Robinson (III)

Conjunto de cláusulas: $\{\neg p, p \vee q, p \vee \neg q\}$



Puede deducirse por resolución la cláusula vacía, por lo que el conjunto de cláusulas es **insatisfacible**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Método de Resolución de Robinson (IV)

Método de resolución es correcto

Por la aplicación sucesiva de la regla de resolución deducimos \square , entonces el conjunto inicial de cláusulas es insatisfacible

Método de resolución es completo

Si el conjunto inicial es insatisfacible, entonces podemos asegurar que la aplicación sucesiva de la regla de resolución llegaremos a producir la cláusula vacía

Un conjunto de cláusulas es insatisfacible sii se puede deducir \square a partir de él por resolución

Se puede definir un nuevo sistema de deducción basado en la regla de resolución. Este sistema tendría una única regla y por tanto sería mucho más simple que otros sistemas de deducción formales que utilizan más reglas de deducción (por ejemplo, deducción natural)

Aplicar el método de resolución

$\{p, q \vee \neg p \vee \neg t, t \vee s, \neg s, \neg q\}$

$C_1:$	p	
$C_2:$	$q \vee \neg p \vee \neg t$	
$C_3:$	$t \vee s$	
$C_4:$	$\neg s$	
$C_5:$	$\neg q$	
$C_6:$	t	(C_3, C_4)
$C_7:$	$q \vee \neg t$	(C_1, C_2)
$C_8:$	q	(C_6, C_7)
$C_9:$	\square	(C_5, C_8)

El sistema es insatisfacible

ejercicios (II)

Aplicar el método de resolución

al conjunto de cláusulas $\{p, q \vee \neg p \vee \neg t, t \vee s, \neg s\}$

p	1ª iteración	$C_5: q \vee \neg t$	(C_1, C_2)
$q \vee \neg p \vee \neg t$		$C_6: q \vee \neg p \vee s$	(C_2, C_3)
$t \vee s$		$C_7: t$	(C_3, C_4)
$\neg s$	2ª iteración	$C_8: q \vee s$	(C_3, C_5)
...		$C_9: q$	(C_5, C_7)
		$C_{10}: q \vee \neg p$	(C_4, C_6)
	3ª iteración	(nada más)	

cada parte de la derivación corresponde a una iteración del bucle

ya que no se han representado los resolventes repetidos

al no poder hallar la cláusula vacía y ni generar más resolventes se demuestra la satisfacibilidad de S

ejercicios (III)

Mostrar mediante resolución básica si el siguiente conjunto de clausular es insatisfacible:

C1: $\neg p \vee \neg q \vee r$, C2: $q \vee \neg r$, C3: $q \vee t$, C4: $p \vee s$, C5: $\neg s$, C6: $\neg r$, C7:

R1: $\neg p \vee \neg q$ C1, C6

R2: $\neg p \vee t$ R1, C3

R3: $\neg p$ R2, C7

R4: s R3, C4

R5: \square R4, C5

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Ejercicios (IV)

Mostrar que la siguiente estructura deductiva es correcta usando el método de Resolución:

$$[s \wedge (r \rightarrow t), \neg r \rightarrow (p \rightarrow q), t \rightarrow \neg r] \vdash \neg s \wedge \neg (\neg q \wedge p)$$

- - -

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Resolución Básica

Curso 2014-2015

Mari Carmen Suárez de Figueroa Baonza
mcsuarez@fi.upm.es



POLITÉCNICA

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

...

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70