Universidad Rey Juan Carlos

Grado en Ingeniería en Sistemas Audiovisuales y Multimedia

Tema 1. Electrostática
El campo magnético

Fernando Poza Saura

Electrostática. El campo magnético. $\vec{H}$

- Introducción
- Campo magnético
- Ley de Ámpere
- Teorema de Stokes
- Densidad de flujo magnético
- Condiciones de continuidad del campo magnético
- Energía almacenada por el campo magnético

Electrostática. El campo magnético. H

La **Ley de Biot y Savart** establece que un diferencial de **campo magnético** dH producido en un **punto** P por un diferencial de corriente Idl es proporcional al producto de Idl por el seno del **ángulo** α formado por el elemento de carga y la línea que une el punto P con diferencial de corriente e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre P y el elemento

$$dH = \frac{Idl\,\mathrm{sen}\,(\alpha)}{4\pi R^2}$$

Unidades: A/m

Aprovechando la definición del producto vectorial.

$$d\vec{H} = \frac{Id\vec{l}\times\hat{r}}{} = \frac{Id\vec{l}\times\vec{R}}{}$$

En donde R es el vector que va de la posición del diferencial de corriente al

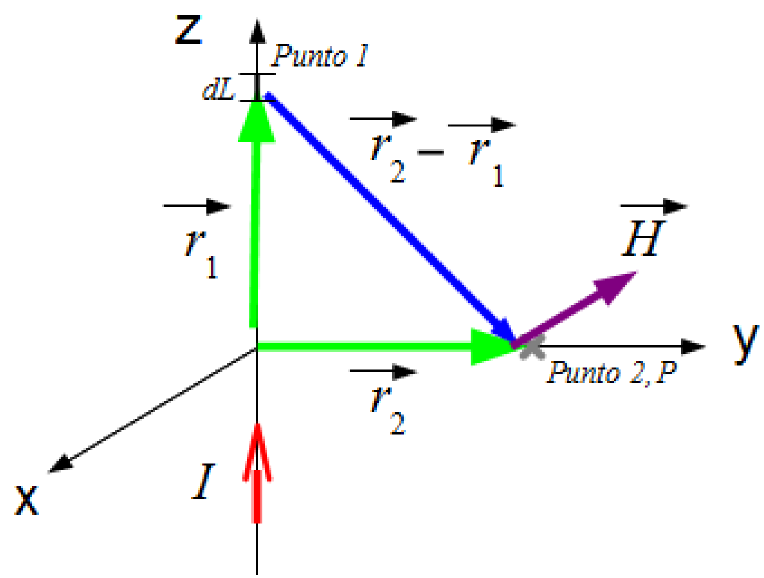
Electrostática. Campo magnético. $\vec{H}$

Se expresa el vector R con respecto a un sistema cartesiano. Sea el P1 el punto del diferencial de corriente y P2 el punto del campo.

$$R = \left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right| \qquad \hat{r} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right|}$$

$$d\vec{H} = \frac{1}{4\pi\left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right|^2}\left(I\ d\vec{L} \times \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right|}\right)$$

$$\boxed{\vec{H} = \int_L \frac{1}{4\pi R^3}\left(Id\vec{L} \times \vec{r}_{12}\right)}$$

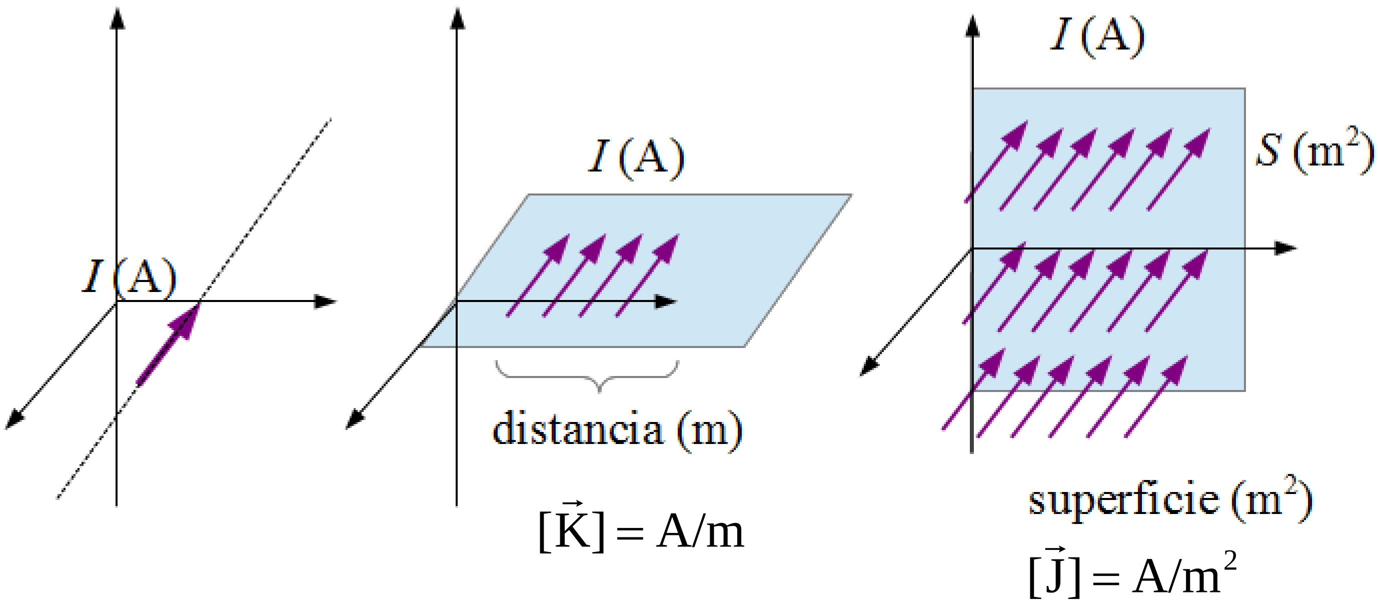


•Dirección de H: perpendicular al plano formado por el vector r_2-r_1 y el de corriente.

•Sentido: regla de la mano derecha en el

Electrostática. Campo magnético. $\vec{H}$

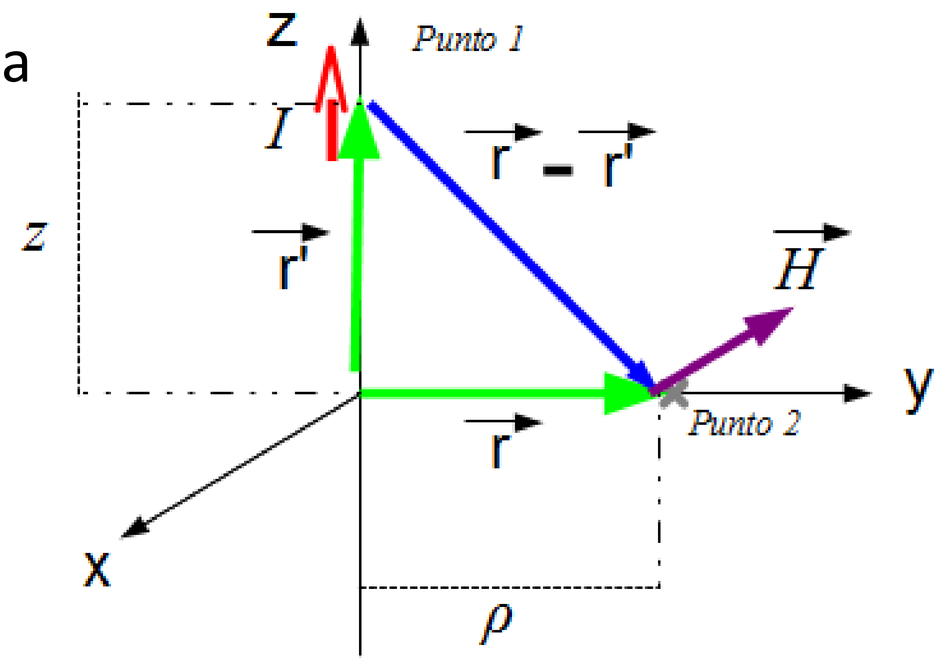
Además de en una línea, la corriente se puede distirbuir a lo largo de un plano o un volúmen. Superficiales K (A/m). Volumétricas J (A/m^2) de corriente.



$$I d\vec{L} \equiv \vec{K} dS \equiv \vec{J} dv$$

Electrostática. Campo magnético. $\vec{H}$

Campo magnético creado por una línea infinita de corriente



$$\vec{R}_{12} = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1| = \rho\hat{\rho} - z\hat{z}$$

$$\hat{R}_{12} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}|} = \frac{\rho\hat{\rho} - z\hat{z}}{\sqrt{\rho^2 + z^2}}$$

En este caso: $I d\vec{l} = I dz\hat{z}$

$$d\vec{H} = \frac{I dz\hat{z} \times (\rho\hat{\rho} - z\hat{z})}{4\pi(\rho^2 + z^2)^{3/2}} \Rightarrow \vec{H} = \frac{I}{4\pi}\int_{z=-\infty}^{\infty} \frac{dz\hat{z} \times (\rho\hat{\rho} - z\hat{z})}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{I\rho\hat{\phi}}{4\pi}\int_{z=-\infty}^{\infty} \frac{dz}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}}$$

Electrostática. Campo magnético. $\vec{H}$

- **Ley de Ampére**

$$\boxed{\oint \vec{H} \cdot d\vec{L} = \mathrm{I}}$$

La circulación del campo magnético a lo largo de una curva cerrada es igual a la corriente que atraviesa esa curva.

Recalculamos el campo magnético generado por una linea infinita de corriente:

Por simetría el campo solo tiene componente en φ

$$\vec{H} = H_\phi \hat{\phi} \qquad d\vec{L} = dL\,\hat{\phi} = \rho d\phi\,\hat{\phi}$$

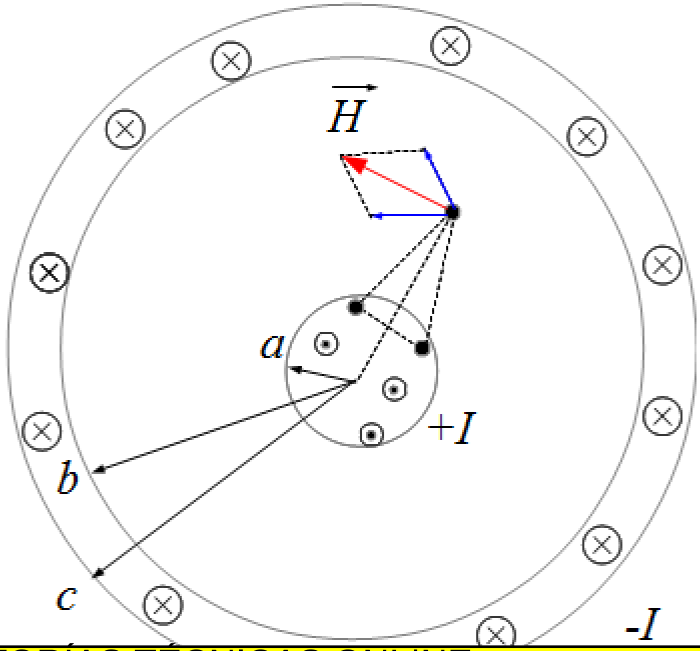
$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{L} = \oint H_\phi\,\rho d\phi = \int_0^{2\pi} H_\phi \rho d\phi = 2\pi\rho H_\phi$$

Esta integral debe ser igual a la corriente encerrada por la curva, es decir, I

Electrostática. Campo magnético. $\vec{H}$

Cálculo de H en el caso de un cable coaxial muy largo. Por ambos conductores (interior y exterior) circula la misma corriente pero en sentidos contrarios. Se calcula en las tres regiones definidas por las dimensiones a, b y c: $\rho<a$; $a<\rho<b$; $b<\rho<c$; $\rho>c$

•Consideramos la corriente en el conductior interior como formada por hilos de corriente muy finos y agrupados.
•El campo es la agregación de los diferenciales de campo causados por cada hilo, que es igual al calculado en la diapositiva anterior:
•Por simetría, el campo solo tiene componente en φ
•En cada región elegimos como curva de Ampère una circunferencia concéntrica con el eje del cable de radio adecuado a cada región. En cada punto de ésta, el campo tiene el mismo módulo.



Electrostática. Campo magnético. $\vec{\mathrm{H}}$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{L} = I_{encerrada}$$

$$\oint_C H_\phi \hat{\phi} \cdot dL\hat{\phi} = H_\phi \oint_C dL = H_\phi 2\pi\rho = I_{encerrada}$$

La corriente encerrada en cada región depende del valor de ρ

• Para $\rho<a$: Si para todo el conductor la corriente I está asociada a la superficie πa^2 , para un radio ρ<a:

$$\left.\begin{aligned} I &\propto \pi a^2 \\ I' &\propto \pi\rho^2 \end{aligned}\right\} \quad I' = I\frac{\rho^2}{a^2}$$

•Para $b<\rho<c$: el razonamiento es el mismo:

$$I \propto \pi(c^2 - b^2)$$

Electrostática. Campo magnético. $\vec{H}$

•Región 1: $\rho < a.$ $\quad I_{encerrada} = I\dfrac{\rho^2}{a^2} \Rightarrow \vec{H} = \dfrac{I\rho}{2\pi a^2}\hat{\varphi}$

•Región 2: $a < \rho < b.$ $\quad I_{encerrada} = I \Rightarrow \vec{H} = \dfrac{I}{2\pi\rho}\hat{\varphi}$

•Región 3: $b < \rho < c.$ $\quad I_{encerrada} = I\dfrac{\rho^2 - b^2}{c^2 - b^2} \Rightarrow \vec{H} = \dfrac{I}{2\pi\rho}\dfrac{c^2 - \rho^2}{c^2 - b^2}\hat{\varphi}$

•Región 1: $\rho > c.$ $\quad I_{encerrada} = 0 \Rightarrow \vec{H} = 0$

Electrostática. Campo magnético. $\vec{H}$

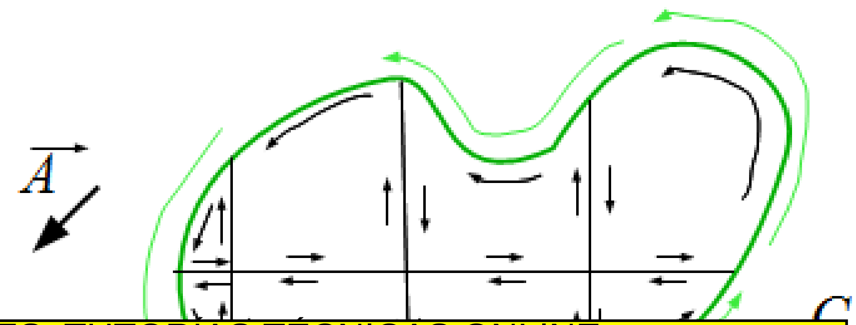
Teorema de Stokes

Cualquier campo vectorial bien definido, independientemente de su naturaleza cumple la siguiente relación:

$$\oint_L \vec{A} \cdot d\vec{L} = \int_S \left(\nabla \times \vec{A}\right) d\vec{S}$$

Indica que la circulación de un campo a lo largo de una curva es igual al rotacional del mismo campo dentro de una superficie. La línea de circulación tiene que ser una frontera para la superficie. En el caso del campo magnético

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{L} = I \Rightarrow \int_S \left(\nabla \times \vec{H}\right) d\vec{S} = I$$



$$\text{Como: } \oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = I$$

Electrostática. Campo magnético. $\vec{H}$

Comparación entre campo eléctrico y campo magnético

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q / \varepsilon_0 \qquad \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{L} = I$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_V (\nabla \cdot \vec{E}) dS \qquad \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{L} = \int_S \left(\nabla \times \vec{H}\right) \cdot d\vec{S}$$

$$\int_V \rho_V dV = Q \qquad \int_S \vec{J}_V d\vec{S} = I$$

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho_V}{}} \qquad \boxed{\nabla \times \vec{H} = \vec{J}}$$

Electrostática. Campo magnético. $\vec{H}$

Densidad de flujo magnético. Campo $\vec{B}$

$$\boxed{\vec{B} = \mu_0 \vec{H}}$$

Wb/m^2 óTesla

Permeabilidad. $\mu_0 \equiv 4\pi.10^{-7}$ H/m en el vacío

Tipo material	µ	Comportamiento
Paramagnéticos	≈1	No manifiestan efectos magnéticos.
Ferromagnéticos	>>1	Son sensibles a B. Son atraidos por imanes. Hierro, Níquel,etc
diamagnéticos	<<1	Repelen el campo magnético. Efecto débil. Ej. cobre.

Ej. Madera: μ_r = 0'999999; Aluminio: μ_r=1'00000065

Electrostática. Campo magnético. $\vec{H}$

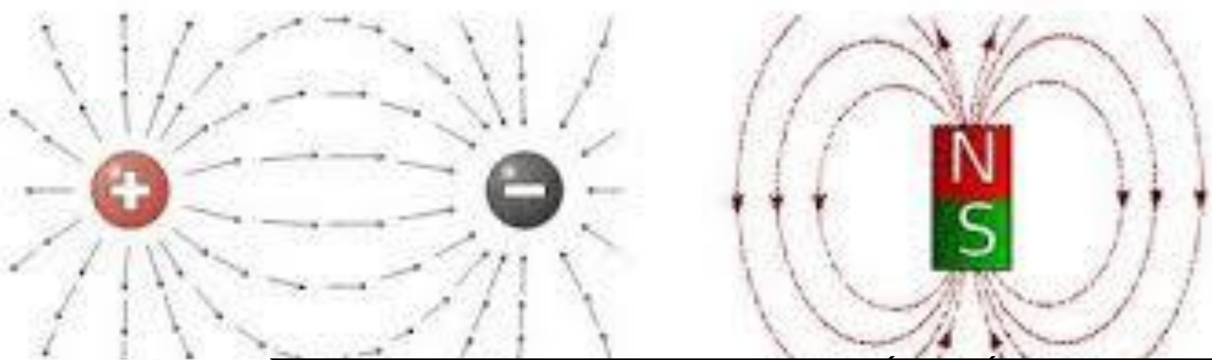
Comparación con el caso eléctrico:

• en ambos casos los vectores sirven para independizarse del material en que existen el campo correspondiente.

•Ambos campos están relacionados con las fuentes de campo.

$$\phi = \oint_S \vec{D}\cdot d\overline{S} = Q \qquad \boxed{\phi = \oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0}$$

•En el caso del campo magnético este flujo es siempre cero.



Electrostática. Campo magnético. H

Condiciones de contorno del campo magnético

Partimos de las ecuaciones del campo que dan la circulación del campo *H* y el flujo de *B*

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{L} = I$$

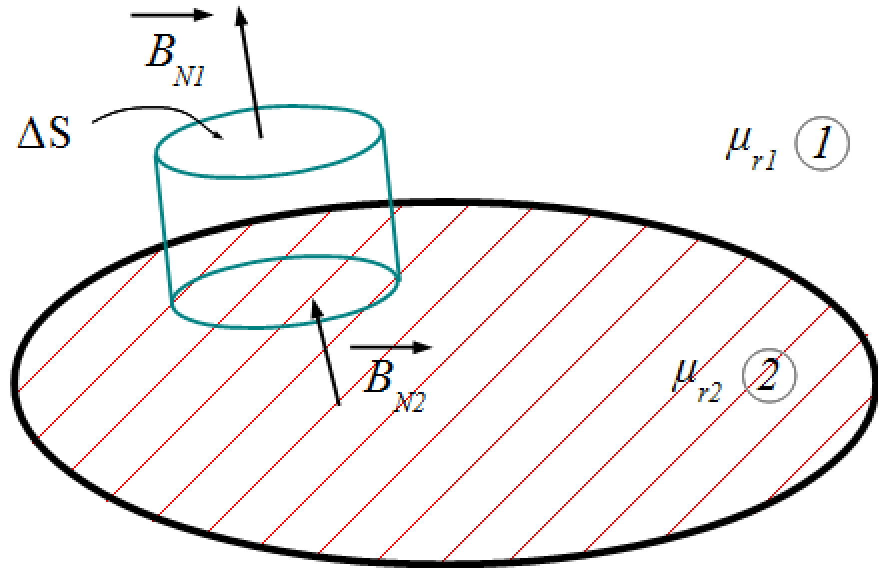
Para analizar las componentes tangenciales de H.

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$$

Para analizar las componentes normales de B.

Las normales de H y las tangenciales de B se obtienen mediante la relación que que liga a B con H

Componentes normales de *B*



Componentes normales de *B* se calculan con el flujo a través de una superficie cilíndrica.

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = B_{N1}\Delta S - B_{N2}\Delta S = 0$$

Como la superficie de las tapas ΔS son iguales:

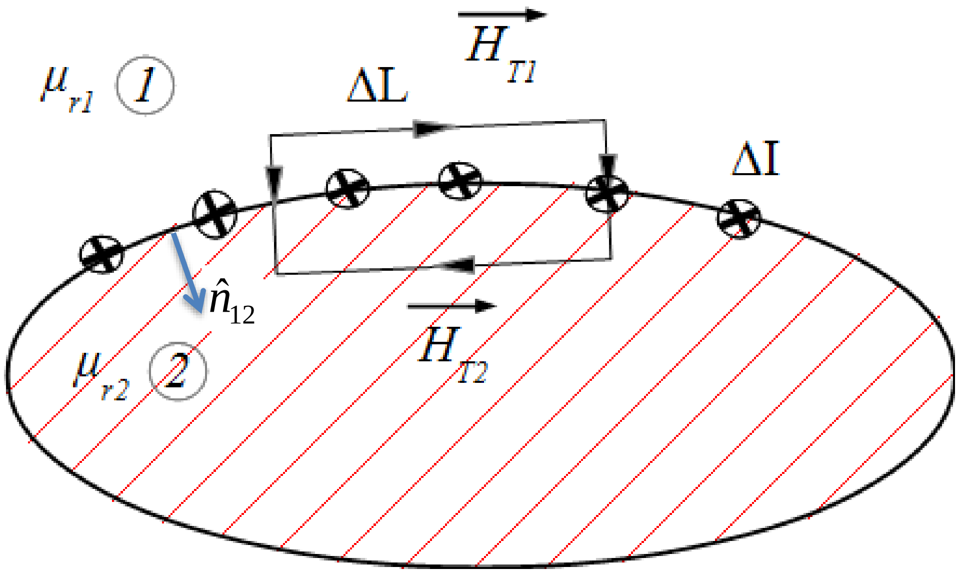
$$\boxed{B_{N1} = B_{N2}}$$

$$H_{N2} = \frac{\mu_{r1}}{} H_{N1}$$

Electrostática. Campo magnético. H

Componentes tangenciales de *H*

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{L} = I$$



Componentes tangenciales de *H se* calculan con la circulación circulación de H en la curva cerrada que cubra los dos medios.

$$\boxed{(\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \times \hat{n}_{12} = \vec{K}}$$

$$H_{T1}\Delta L + 0 - H_{T2}\Delta L + 0 = K\Delta L$$

Electrostática. Campo magnético. H

Energía almacenada por el campo magnético

Por similitud con el caso del campo eléctrico, se llega a la expresión para la energía almacenada en un volumen V en el que exista un campo magnético, B o H

$$W_E = \frac{1}{2}\int_V \left(\vec{D}\cdot\vec{E}\right)dV \qquad\qquad W_H = \frac{1}{2}\int_V \left(\vec{B}\cdot\vec{H}\right)dV$$