

# Tema 1: Señales y Sistemas

Esta presentación es una adaptación del contenido proporcionado por el profesor Jesús Bescós Cano



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Índice

1. Introducción
2. Transformaciones de la variable independiente
3. Señales básicas: Impulso unidad y escalón unidad
4. Periodicidad
5. Simetrías ante la inversión
6. Señales exponenciales y sinusoidales
7. Sistemas

**Cartagena99**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# 1

# Introducción

1. Introducción
2. Transformaciones de la variable independiente
3. Señales básicas: Impulso unidad y escalón unidad
4. Periodicidad
5. Simetrías ante la inversión
6. Señales exponenciales y sinusoidales

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

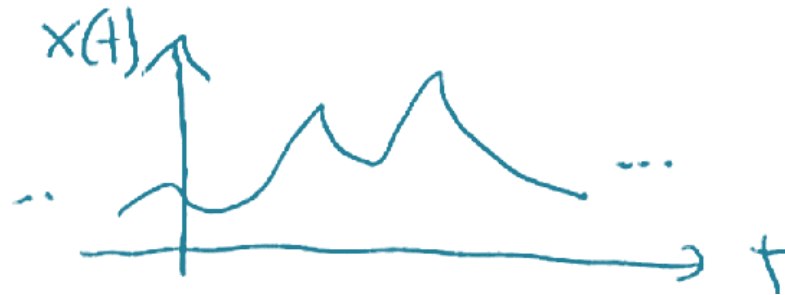
# 1. Introducción

Las señales se clasifican en:

- Señales de variable independiente **continua**,  $t$ :

$$x(t), t \in \mathbb{R}$$

↓  
Números Reales



“Señales de tiempo continuo”  
“Señales continuas”

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

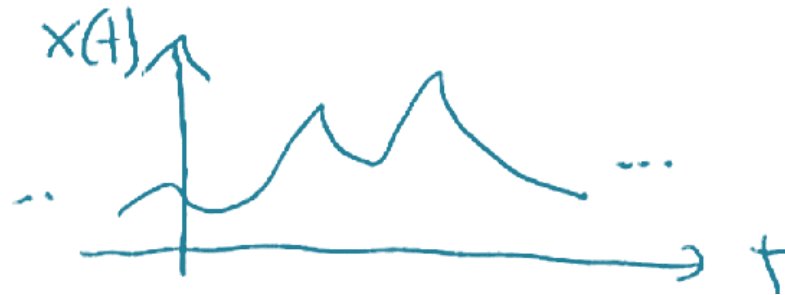
# 1. Introducción

Las señales se clasifican en:

- Señales de variable independiente **continua**,  $t$ :

$$x(t), t \in \mathbb{R}$$

↓  
Números Reales



“Señales de tiempo continuo”  
“Señales continuas”

- Señales de variable independiente **discreta**,  $n$ :

$$x[n], n \in \mathbb{Z}$$



“Señales de tiempo discreto”

**Cartagena99**

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# 1. Introducción

Energía y potencia de una señal:

- En un intervalo **finito**:

Continua,  $x(t)$  →

Energía (E)

$$E = \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt$$

Potencia (P)

$$P = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt$$

→  $P = E / T$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# 1. Introducción

Energía y potencia de una señal:

- En un intervalo **finito**:

Continua,  $x(t)$  →

Discreta,  $x[n]$  →

Energía (E)

$$E = \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt$$

$$E = \sum_{n=n_1}^{n_2} |x[n]|^2$$

Potencia (P)

$$P = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt$$

$$P = \frac{1}{n_2 - n_1 + 1} \sum_{n=n_1}^{n_2} |x[n]|^2$$

→  $P = E / T$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# 1. Introducción

Energía y potencia de una señal:

- En un intervalo **finito**:

Continua,  $x(t)$  →

$$E = \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt$$

Potencia (P)

$$P = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt$$

→  $P = E / T$

Discreta,  $x[n]$  →

$$E = \sum_{n=n_1}^{n_2} |x[n]|^2$$

$$P = \frac{1}{n_2 - n_1 + 1} \sum_{n=n_1}^{n_2} |x[n]|^2$$

- En un intervalo **infinito**:

Continua,  $x(t)$  →

$$E_{\infty} = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt$$

$$P_{\infty} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

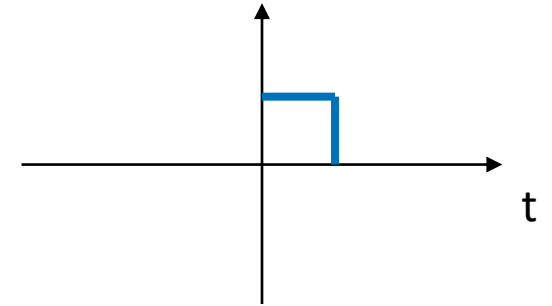
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



# 1. Introducción

Clasificación de las señales de acuerdo a estos conceptos:

1)  $E_{\infty} < \infty \rightarrow P_{\infty} = 0 \rightarrow$  Señales que sólo toman valor en un intervalo



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

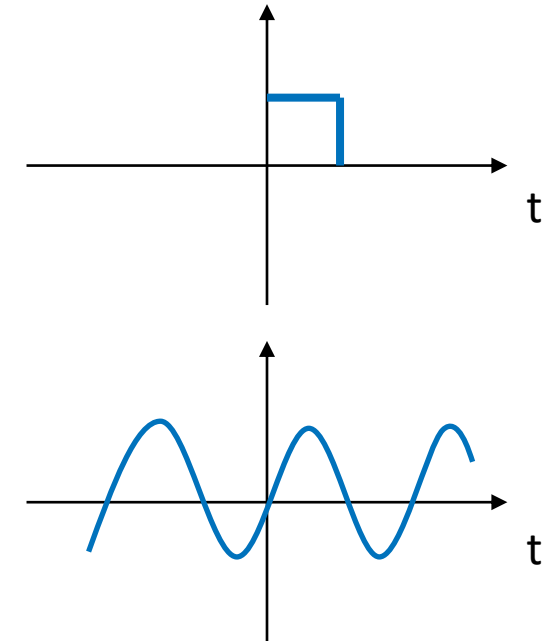
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# 1. Introducción

Clasificación de las señales de acuerdo a estos conceptos:

1)  $E_{\infty} < \infty \rightarrow P_{\infty} = 0 \rightarrow$  Señales que sólo toman valor en un intervalo

2)  $E_{\infty} = \infty ; P_{\infty} < \infty \rightarrow$  Señales constantes, periódicas, etc.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

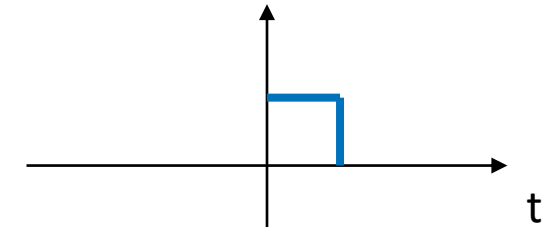
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

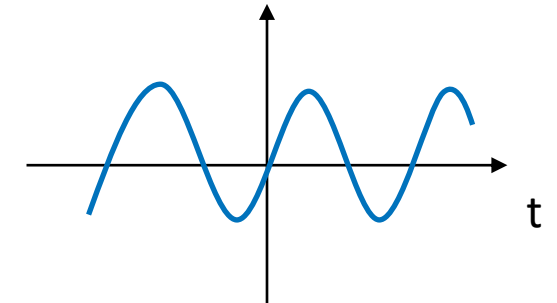
# 1. Introducción

Clasificación de las señales de acuerdo a estos conceptos:

1)  $E_{\infty} < \infty \rightarrow P_{\infty} = 0 \rightarrow$  Señales que sólo toman valor en un intervalo



2)  $E_{\infty} = \infty ; P_{\infty} < \infty \rightarrow$  Señales constantes, periódicas, etc.



3)  $E_{\infty} = \infty ; P_{\infty} = \infty \rightarrow$  Funciones lineales de t, n, etc.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

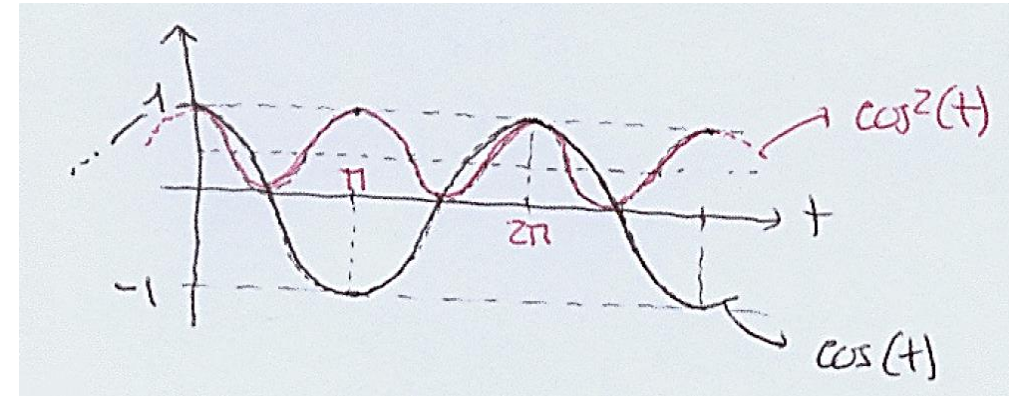
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Problema 1.3.c)

Obtener  $E_{\infty}$  y  $P_{\infty}$  de la señal  $x(t) = \cos(t)$ :  $\longrightarrow$

Representación gráfica



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

• A. V. Oppenheim, A. S. Willsky, S. H. Nawab, "Signals and Systems", 2ª Ed, Prentice-Hall 1996.

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al

Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 13 de julio de 2002.

Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Prentice-Hall Hispanoamericana 1998.

BiDALab-UAM

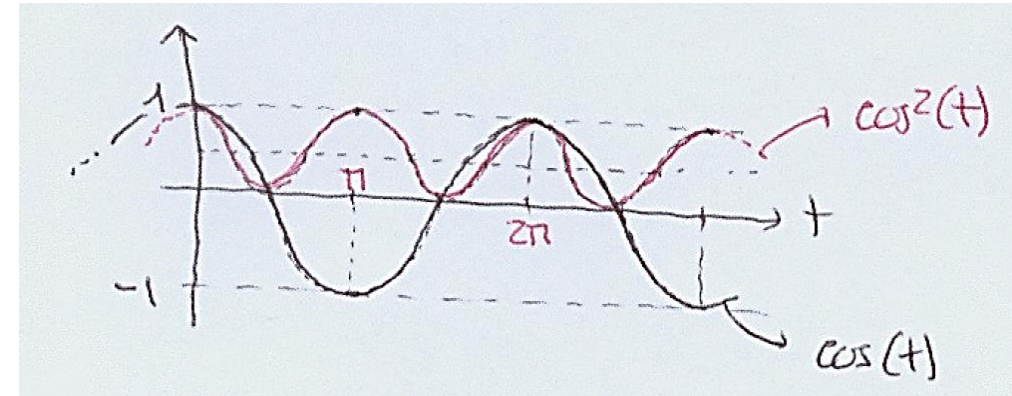
## Problema 1.3.c)

Obtener  $E_{\infty}$  y  $P_{\infty}$  de la señal  $x(t) = \cos(t)$ :  $\longrightarrow$

Energía:

$$E_{\infty} = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} \cos^2(t) dt = \infty$$

Representación gráfica



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Problema 1.3.c)

Obtener  $E_{\infty}$  y  $P_{\infty}$  de la señal  $x(t) = \cos(t)$ :  $\longrightarrow$

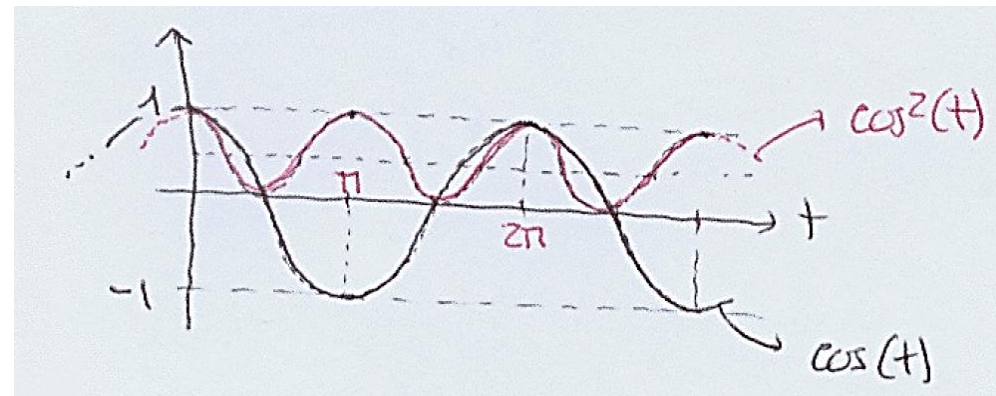
Energía:

$$E_{\infty} = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} \cos^2(t) dt = \infty$$

Potencia:

$$P_{\infty} = P_T = \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{e^{it} + e^{-it}}{2} \right)^2 dt =$$

Representación gráfica



Recordatorio

$$\sin(x) = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

$$\cos(x) = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$$

Al ser una señal periódica, calculamos la potencia en un periodo

# Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Problema 1.3.c)

Obtener  $E_{\infty}$  y  $P_{\infty}$  de la señal  $x(t) = \cos(t)$ :  $\longrightarrow$

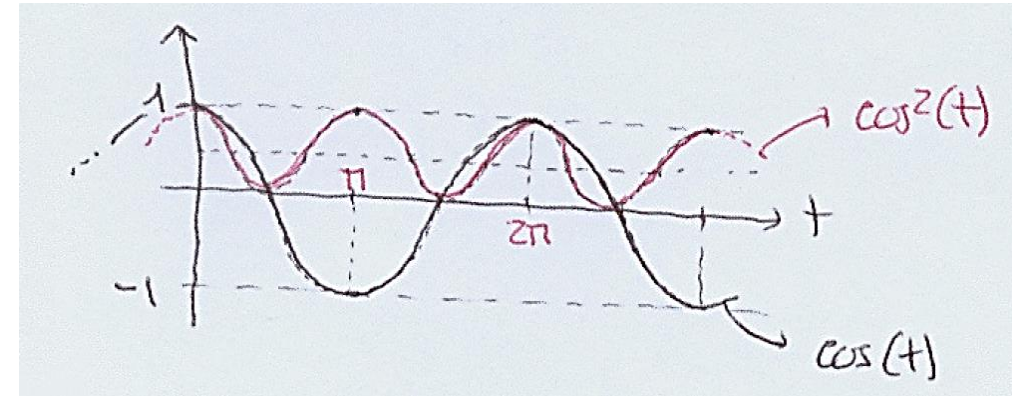
Energía:

$$E_{\infty} = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} \cos^2(t) dt = \infty$$

Potencia:

$$P_{\infty} = P_T = \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{e^{it} + e^{-it}}{2} \right)^2 dt = \frac{1}{4T} \int_0^T (e^{i2t} + e^{-i2t} + 2) dt =$$

Representación gráfica



Recordatorio

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99



# Problema 1.3.c)

Obtener  $E_\infty$  y  $P_\infty$  de la señal  $x(t) = \cos(t)$ :  $\longrightarrow$

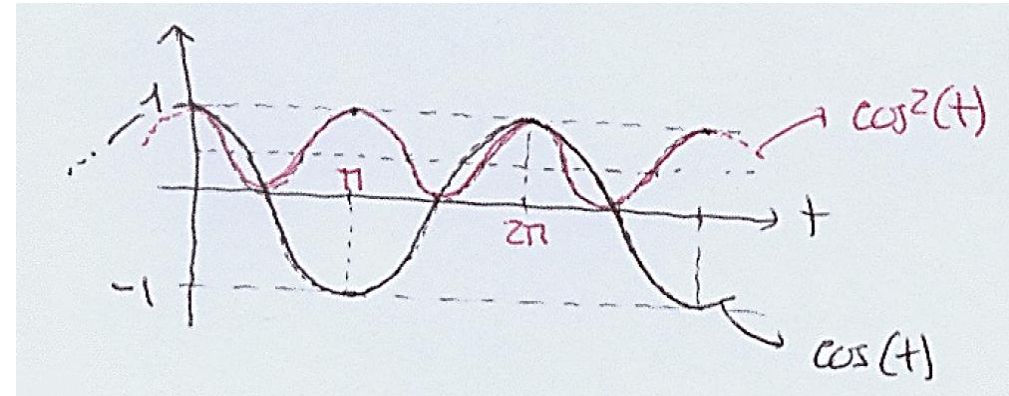
Energía:

$$E_\infty = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} \cos^2(t) dt = \infty$$

Potencia:

$$P_\infty = P_T = \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{e^{it} + e^{-it}}{2} \right)^2 dt = \frac{1}{4T} \int_0^T (e^{i2t} + e^{-i2t} + 2) dt =$$

Representación gráfica



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



## Problema 1.3.c)

Obtener  $E_{\infty}$  y  $P_{\infty}$  de la señal  $x(t) = \cos(t)$ :  $\longrightarrow$

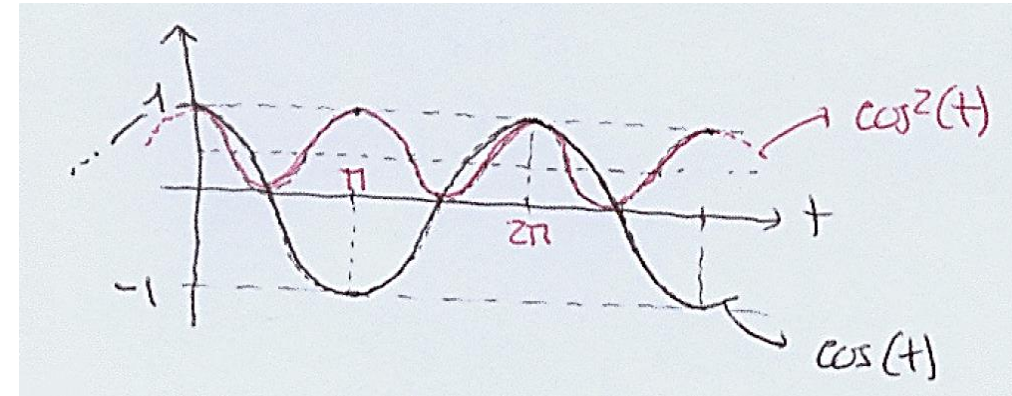
Energía:

$$E_{\infty} = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} \cos^2(t) dt = \infty$$

Potencia:

$$P_{\infty} = P_T = \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{e^{it} + e^{-it}}{2} \right)^2 dt = \frac{1}{4T} \int_0^T (e^{i2t} + e^{-i2t} + 2) dt = \frac{1}{2}$$

Representación gráfica



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

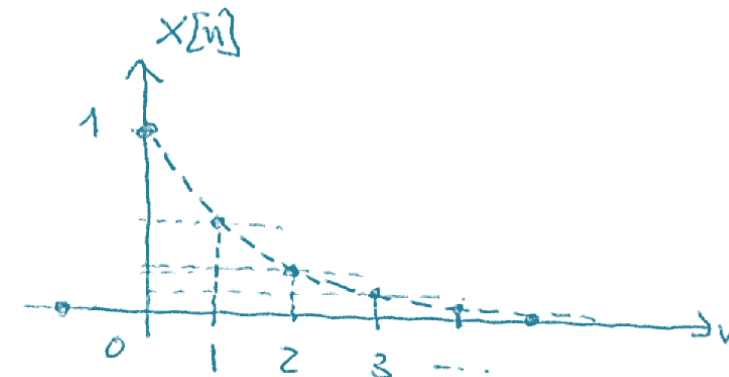
---  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Problema 1.3.d)

Obtener  $E_{\infty}$  y  $P_{\infty}$  de la señal

$$x[n] = \begin{cases} (1/2)^n & , n \geq 0 \\ 0 & , n < 0 \end{cases}$$

Representación gráfica



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

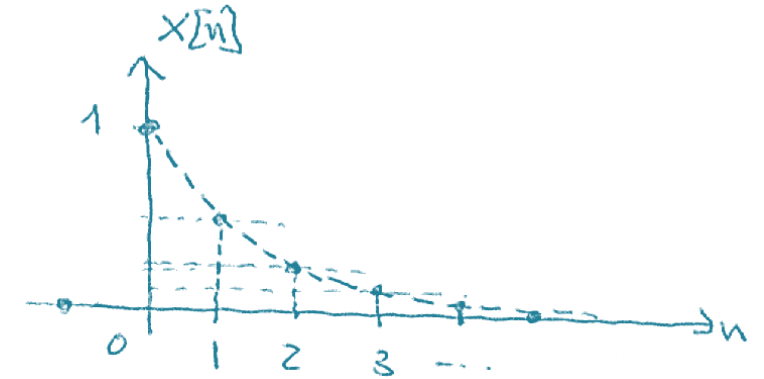
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Problema 1.3.d)

Obtener  $E_\infty$  y  $P_\infty$  de la señal

$$x[n] = \begin{cases} (1/2)^n & , n \geq 0 \\ 0 & , n < 0 \end{cases}$$

Representación gráfica



Energía:

$$E_\infty = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{2n} =$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

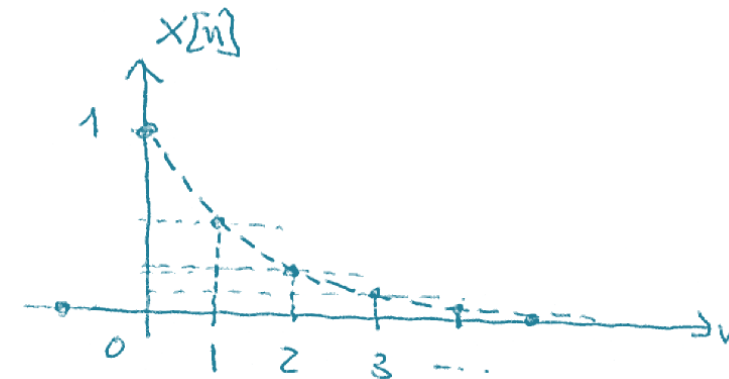
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Problema 1.3.d)

Obtener  $E_\infty$  y  $P_\infty$  de la señal

$$x[n] = \begin{cases} (1/2)^n, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

Representación gráfica



Energía:

$$E_\infty = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 = \sum_{n=0}^{\infty} (1/2)^{2n} =$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (1/4)^n$$

Recordatorio

$$\sum_{i=m}^{n-1} a^i = \frac{a^m - a^n}{1 - a}$$

# Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

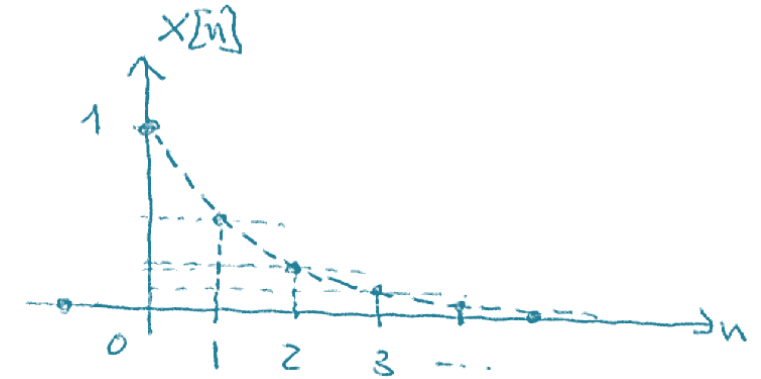
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Problema 1.3.d)

Representación gráfica

Obtener  $E_{\infty}$  y  $P_{\infty}$  de la señal

$$x[n] = \begin{cases} (1/2)^n, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$



Energía:

$$E_{\infty} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{2n} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n = \frac{1-0}{1-1/4} = \frac{4}{3}$$

Recordatorio

$$\sum_{i=m}^{n-1} a^i = \frac{a^m - a^n}{1-a}$$

# Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

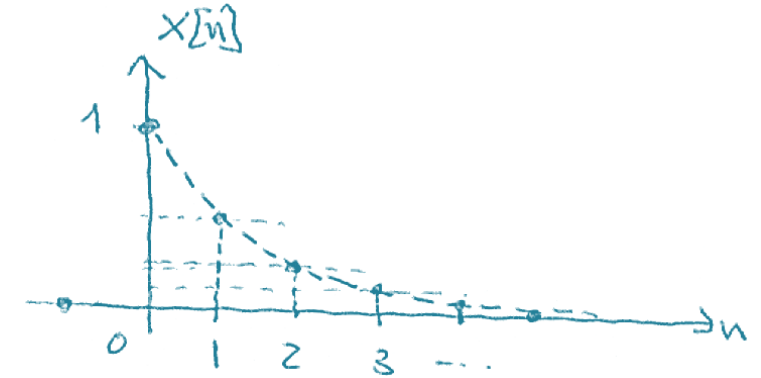
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Problema 1.3.d)

Representación gráfica

Obtener  $E_{\infty}$  y  $P_{\infty}$  de la señal

$$x[n] = \begin{cases} (1/2)^n, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$



Energía:

$$E_{\infty} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{2n} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n = \frac{1-0}{1-1/4} = \frac{4}{3}$$

Potencia:

$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{E_{\infty}}{2N+1}$   
**Cartagena99**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# 2

## Transformaciones de la variable independiente

1. Introducción
2. Transformaciones de la variable independiente
3. Señales básicas: Impulso unidad y escalón unidad
4. Periodicidad
5. Simetrías ante la inversión
6. Señales exponenciales y sinusoidales

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## 2. Transformaciones de la variable independiente

Desplazamiento:

$$x(t) \longrightarrow y(t) = x(t-t_0) \quad \begin{array}{l} \nearrow t_0 > 0 \Rightarrow \text{SEÑAL RETRASADA} \\ \searrow t_0 < 0 \Rightarrow \text{SEÑAL ADELANTADA} \end{array}$$

$t_0 \in \mathbb{R}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



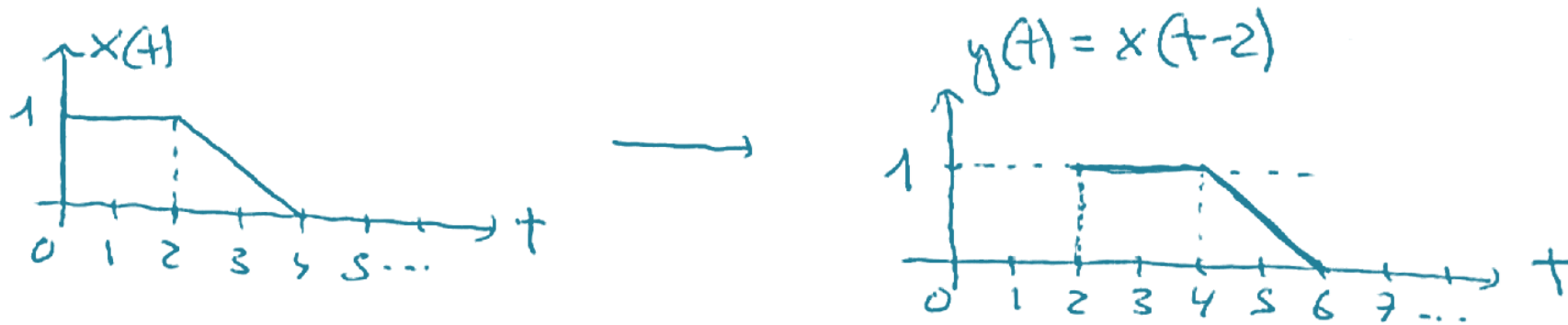
## 2. Transformaciones de la variable independiente

Desplazamiento:

$$x(t) \longrightarrow y(t) = x(t - t_0) \quad \begin{cases} t_0 > 0 \Rightarrow \text{SEÑAL RETRASADA} \\ t_0 < 0 \Rightarrow \text{SEÑAL ADELANTADA} \end{cases}$$

$t_0 \in \mathbb{R}$

- Gráficamente:



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 2. Transformaciones de la variable independiente

Desplazamiento:

$$x(t) \longrightarrow y(t) = x(t-t_0) \begin{cases} t_0 > 0 \Rightarrow \text{SEÑAL RETRASADA} \\ t_0 < 0 \Rightarrow \text{SEÑAL ADELANTADA} \end{cases}$$

$t_0 \in \mathbb{R}$

- Analíticamente:

$$t \longrightarrow (t-t_0) \quad x(t) = \frac{t+2}{2t+1} e^{-t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y(t) = x(t-t_0) = \frac{(t-t_0)+2}{2(t-t_0)+1} e^{-(t-t_0)}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



## 2. Transformaciones de la variable independiente

Inversión:

$$x(t) \longrightarrow y(t) = x(-t)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## 2. Transformaciones de la variable independiente

Inversión:

$$x(t) \longrightarrow y(t) = x(-t)$$

- Gráficamente:



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 2. Transformaciones de la variable independiente

Inversión:

$$x(t) \longrightarrow y(t) = x(-t)$$

- Analíticamente:

$$t \longrightarrow (-t) : x(t) = \frac{t+2}{2t+1} e^{-t} \Rightarrow y(t) = x(-t) = \frac{-t+2}{-2t+1} e^t$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 2. Transformaciones de la variable independiente

Inversión:

$$x(t) \longrightarrow y(t) = x(-t)$$

- Analíticamente:

$$t \longrightarrow (-t) : x(t) = \frac{t+2}{2t+1} e^{-t} \Rightarrow y(t) = x(-t) = \frac{-t+2}{-2t+1} e^t$$

$$x[n] \longrightarrow y[n] = x[-n], \text{ IGUAL QUE EN TIEMPO CONTINUO}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 2. Transformaciones de la variable independiente

Escalado (t):

$$x(t) \longrightarrow y(t) = x(\alpha t)$$

$\alpha \in \mathbb{R}$

$|\alpha| > 1 \Rightarrow$  SEÑAL COMPRIMIDA  
 $|\alpha| < 1 \Rightarrow$  SEÑAL EXPANDIDA  
 $\alpha < 0 \Rightarrow$  ADEMÁS, SEÑAL INVERTIDA

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



## 2. Transformaciones de la variable independiente

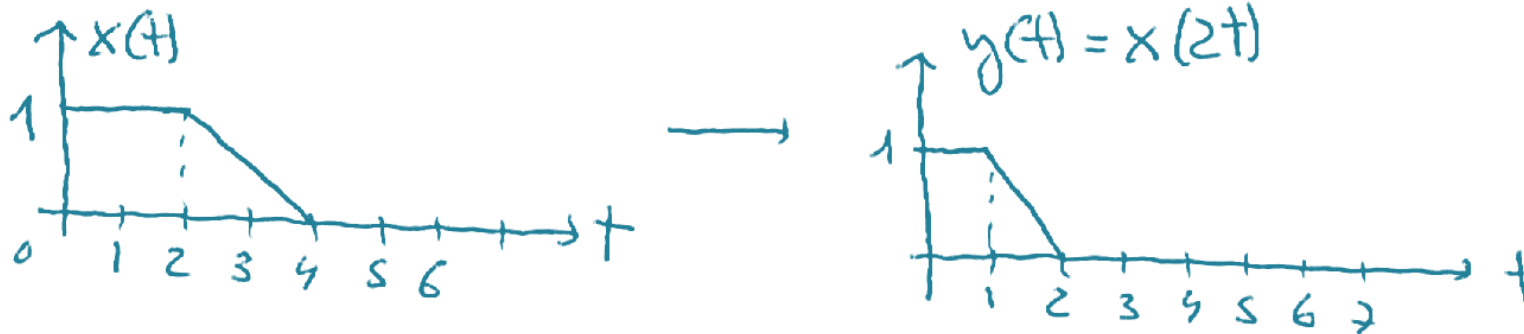
Escalado (t):

$$x(t) \longrightarrow y(t) = x(\alpha t)$$

$\alpha \in \mathbb{R}$

$|\alpha| > 1 \Rightarrow$  SEÑAL COMPRIMIDA  
 $|\alpha| < 1 \Rightarrow$  SEÑAL EXPANDIDA  
 $\alpha < 0 \Rightarrow$  ADEMAS, SEÑAL INVERTIDA

- Gráficamente:



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 2. Transformaciones de la variable independiente

Escalado (t):

$$x(t) \longrightarrow y(t) = x(\alpha t) \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

$\alpha > 1 \Rightarrow$  SEÑAL COMPRIMIDA  
 $|\alpha| < 1 \Rightarrow$  SEÑAL EXPANDIDA  
 $\alpha < 0 \Rightarrow$  ADEMAS, SEÑAL INVERTIDA

- Analíticamente:

$$t \longrightarrow (\alpha t) : x(t) = \frac{t+2}{2t+1} e^{-t} \Rightarrow y(t) = x(\alpha t) = \frac{\alpha t+2}{2\alpha t+1} e^{-\alpha t}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 2. Transformaciones de la variable independiente

Escalado (n):

$$x[n] \longrightarrow y[n] = x[\alpha n]$$

LA OPERACIÓN SOLO ESTA DEFINIDA SI  $\alpha \in \mathbb{Z} \Rightarrow |\alpha| \geq 2$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

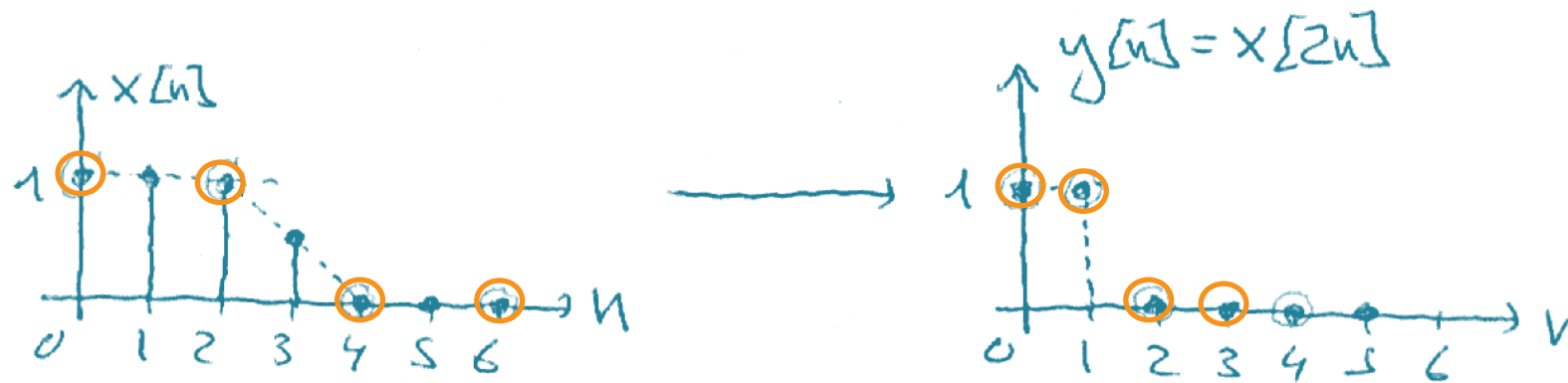
## 2. Transformaciones de la variable independiente

Escalado (n):

$$x[n] \longrightarrow y[n] = x[\alpha n]$$

LA OPERACIÓN SOLO ESTA DEFINIDA SI  $\alpha \in \mathbb{Z} \Rightarrow |\alpha| \geq 2$

- Gráficamente:



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 2. Transformaciones de la variable independiente

Escalado (n):

$$x[n] \longrightarrow y[n] = x[\alpha n]$$

LA OPERACIÓN SOLO ESTA DEFINIDA SI  $\alpha \in \mathbb{Z} \Rightarrow |\alpha| \geq 2$

- Gráficamente:

Si  $\alpha \notin \mathbb{Z}$ :

$$y[n] = x[n/2]$$

$$x[9] = x[9/2] = 2$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 2. Transformaciones de la variable independiente

Transformación Afín:

$$x(t) \longrightarrow y(t) = x(\alpha t - t_0), \quad \alpha, t_0 \in \mathbb{R}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 2. Transformaciones de la variable independiente

Transformación Afín:

$$x(t) \longrightarrow y(t) = x(\alpha t - t_0), \quad \alpha, t_0 \in \mathbb{R}$$

- Analíticamente:

$$x(t) = \frac{t+2}{2t+1} e^{-t} \Rightarrow t \longrightarrow (\alpha t - t_0)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

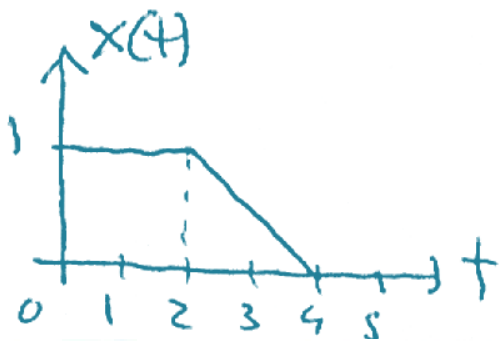
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 2. Transformaciones de la variable independiente

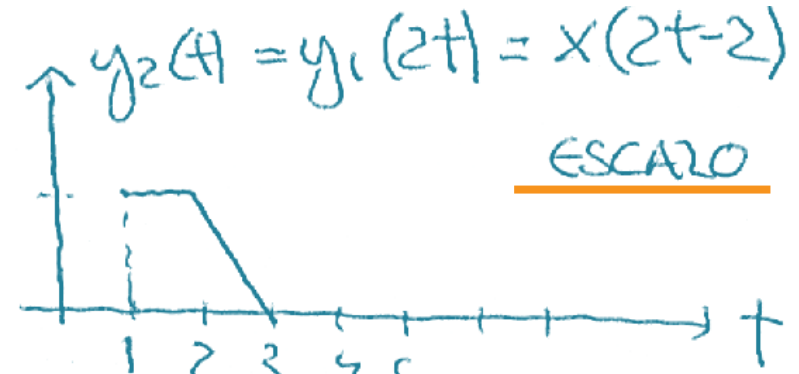
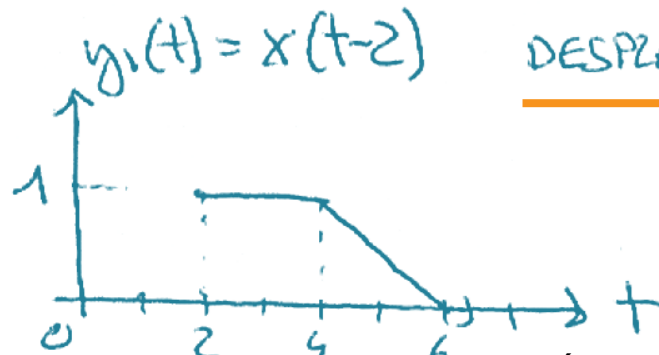
Transformación Afín:

$$x(t) \longrightarrow y(t) = x(\alpha t - t_0), \quad \alpha, t_0 \in \mathbb{R}$$

- Gráficamente:



$$\begin{matrix} \alpha=2 \\ \longrightarrow \\ t_0=2 \end{matrix}$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

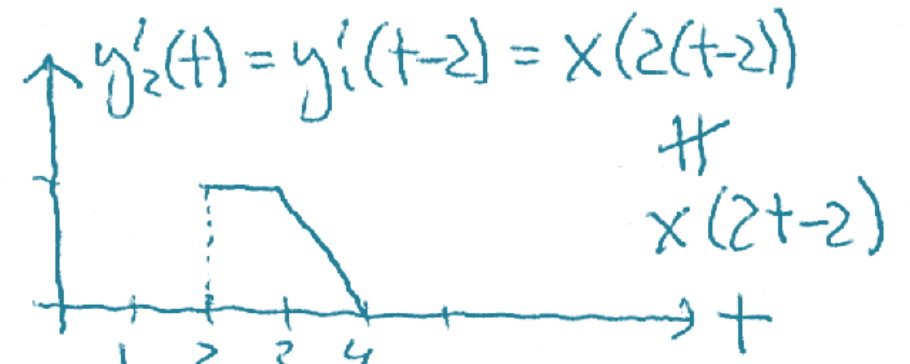
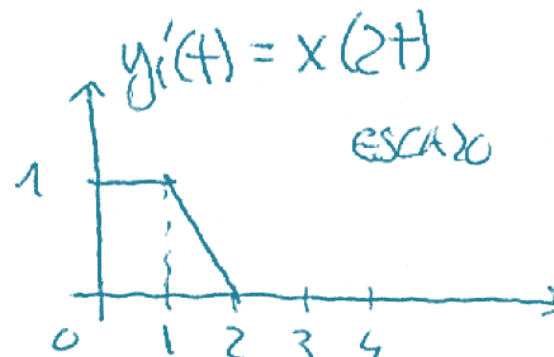
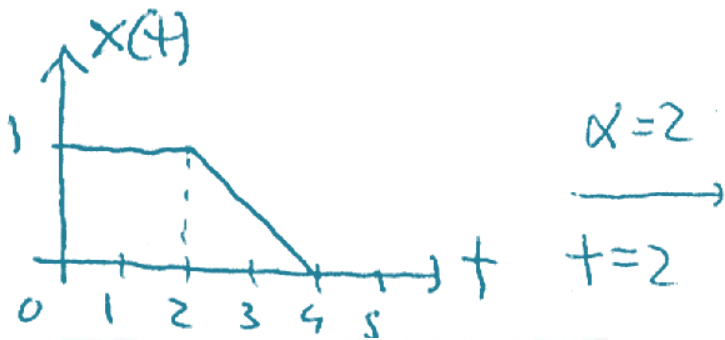


## 2. Transformaciones de la variable independiente

Transformación Afín:

$$x(t) \longrightarrow y(t) = x(\alpha t - t_0), \quad \alpha, t_0 \in \mathbb{R}$$

- Gráficamente:



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# 3

## Señales básicas: Impulso unidad y escalón unidad

1. Introducción
2. Transformaciones de la variable independiente
3. Señales básicas: Impulso unidad y escalón unidad
4. Periodicidad
5. Simetrías ante la inversión
6. Señales exponenciales y sinusoidales

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

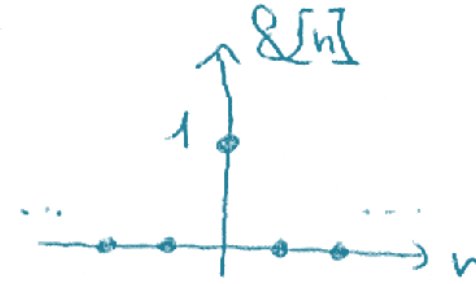
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

### 3. Señales básicas: Impulso unidad y escalón unidad

a) Tiempo discreto:

- Definiciones:

$$\delta[n] = \begin{cases} 0, & n \neq 0 \\ 1, & n = 0 \end{cases}$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

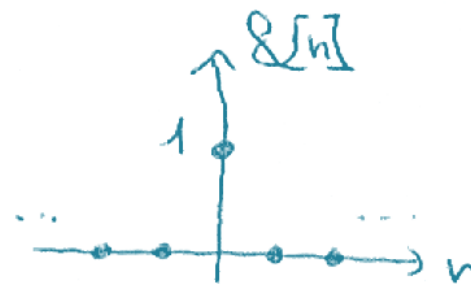
### 3. Señales básicas: Impulso unidad y escalón unidad

a) Tiempo discreto:

- Definiciones:

$$\delta[n] = \begin{cases} 0, & n \neq 0 \\ 1, & n = 0 \end{cases}$$

$$u[n] = \begin{cases} 0, & n < 0 \\ 1, & n \geq 0 \end{cases}$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

### 3. Señales básicas: Impulso unidad y escalón unidad

a) Tiempo discreto:

- Definiciones:

$$\delta[n] = \begin{cases} 0, & n \neq 0 \\ 1, & n = 0 \end{cases}$$



$$u[n] = \begin{cases} 0, & n < 0 \\ 1, & n \geq 0 \end{cases}$$



- Relaciones:

$$\delta[n] = u[n] - u[n-1] \rightarrow \text{PRIMERA DIFERENCIA DE } u[n]$$

$$u[n] = \sum_{m=-\infty}^n \delta[m] \rightarrow \text{SUMA ACUMULADA}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

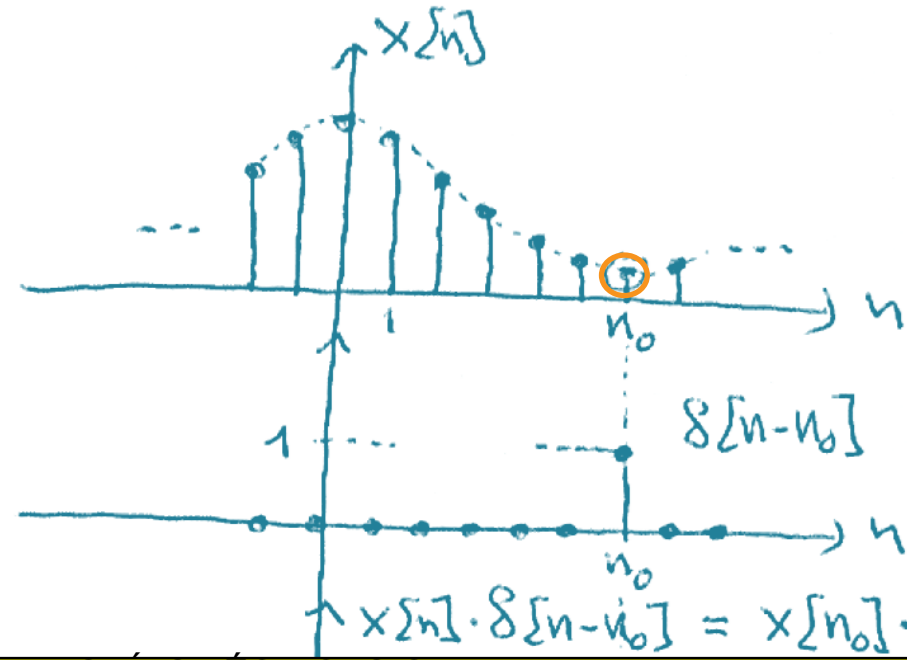
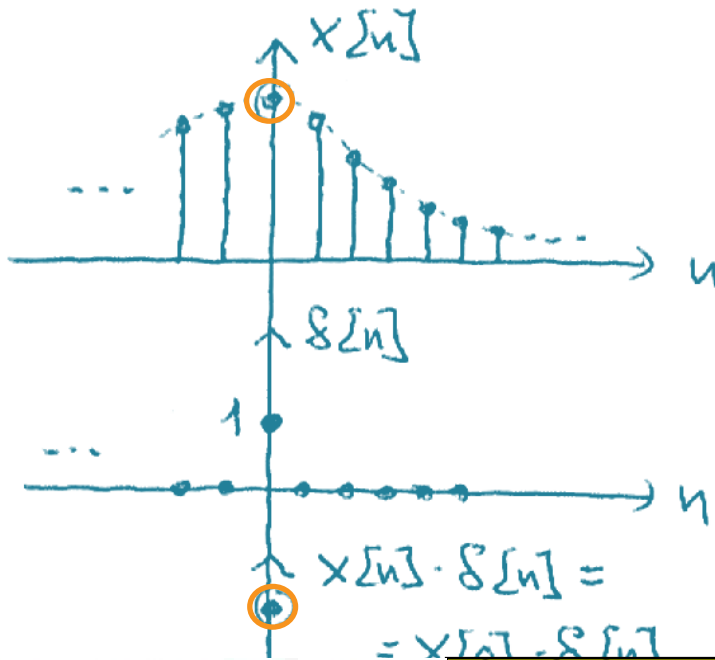
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$m = n - k$

# 3. Señales básicas: Impulso unidad y escalón unidad

a) Tiempo discreto:

- Propiedad de selección de  $\delta[n]$ :



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

nos permite seleccionar determinados valores de nuestra señal

## Problema 1.12

Dado 
$$x[n] = 1 - \sum_{k=3}^{\infty} \delta[n-1-k] = u[Mn - n_0]$$

calcular los valores de  $M$  y  $n_0$  para que se cumpla la igualdad.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

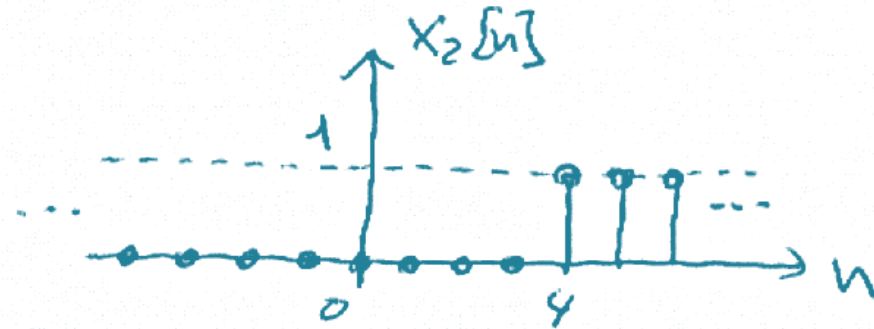
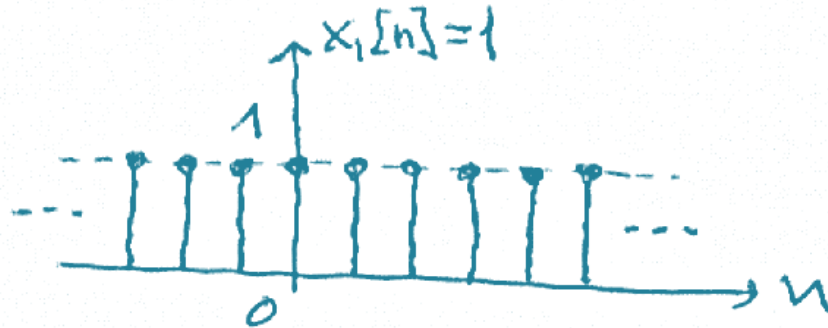
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Problema 1.12

Dado  $x[n] = \underbrace{1}_{x1} \cdot \underbrace{\sum_{k=3}^{\infty} \delta[n-l-k]}_{x2} = u[Mn - n_0]$

calcular los valores de  $M$  y  $n_0$  para que se cumpla la igualdad.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

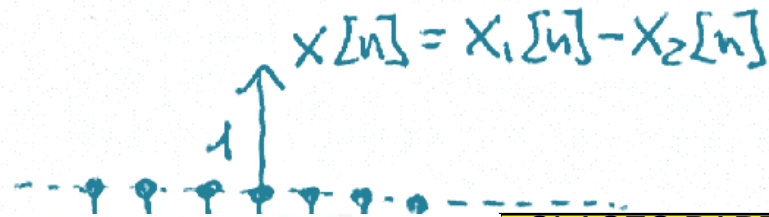
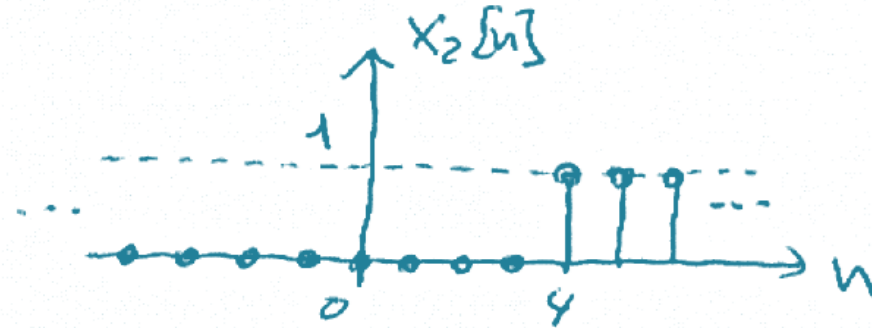
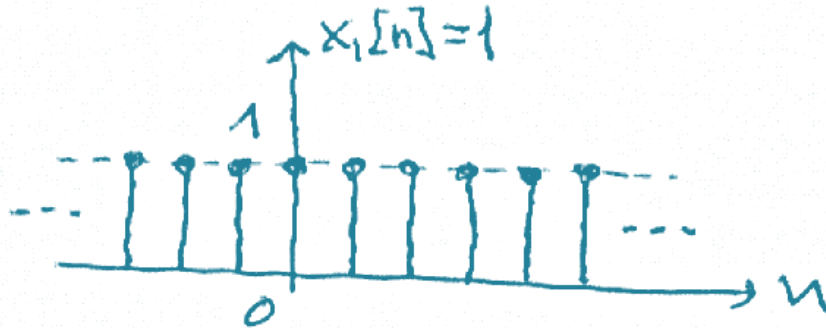


# Problema 1.12

Dado

$$x[n] = \underbrace{1}_{x1} \cdot \underbrace{\sum_{k=3}^{\infty} \delta[n-l-k]}_{x2} = u[Mn - n_0]$$

calcular los valores de  $M$  y  $n_0$  para que se cumpla la igualdad.



$M = -1$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

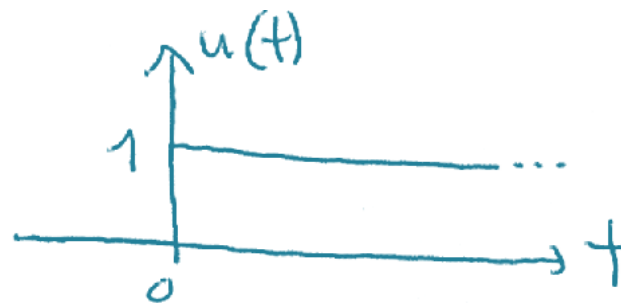
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

### 3. Señales básicas: Impulso unidad y escalón unidad

b) Tiempo continuo:

- Definiciones:

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$



POR ANALOGÍA  
CASO DISCRETO

$$g(t) = \frac{du(t)}{dt} = \delta(t) \rightarrow \text{NO DERIVABLE}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

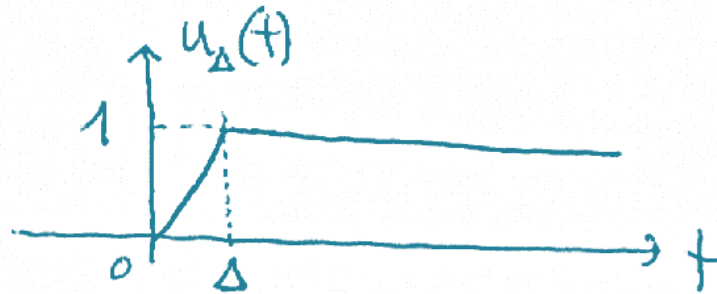
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# 3. Señales básicas: Impulso unidad y escalón unidad

b) Tiempo continuo:

- Definiciones:

VERSION DERIVABLE DE  $u(t)$  :



$$u(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} u_{\Delta}(t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \delta(t) = \frac{du(t)}{dt} = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{du_{\Delta}(t)}{dt} = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \delta_{\Delta}(t), \text{ siempró:}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

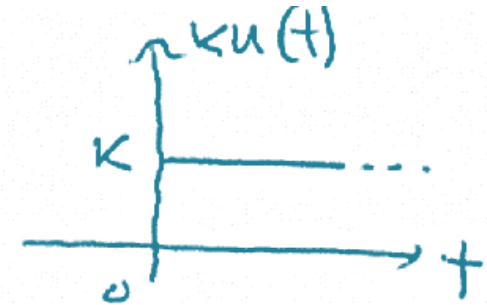
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

### 3. Señales básicas: Impulso unidad y escalón unidad

b) Tiempo continuo:

- Relaciones:

$$s(t) = \frac{du(t)}{dt} \Rightarrow ks(t) = \frac{dku(t)}{dt}$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

### 3. Señales básicas: Impulso unidad y escalón unidad

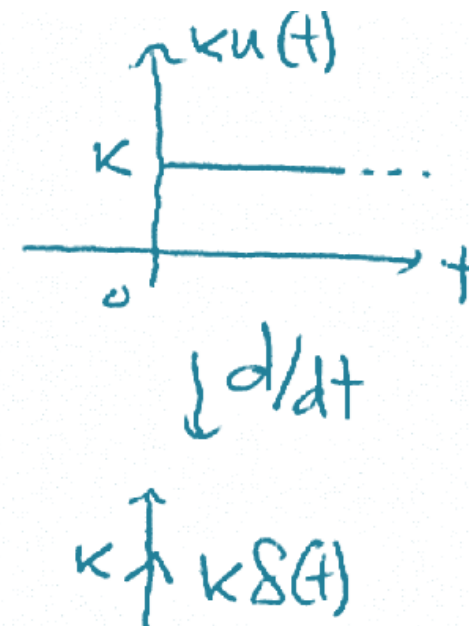
b) Tiempo continuo:

- Relaciones:

$$s(t) = \frac{du(t)}{dt} \Rightarrow ks(t) = \frac{dku(t)}{dt}$$

$$u(t) = \int_{-\infty}^t s(\tau) d\tau = \int_0^{\infty} s(t-\sigma) d\sigma$$

$\uparrow$   
 $\tau = t - \sigma$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

### 3. Señales básicas: Impulso unidad y escalón unidad

b) Tiempo continuo:

- Propiedad de selección de  $\delta(t)$ :

$$x(t) \cdot \delta(t) = x(0) \delta(t) \quad , \quad x(t) \cdot \delta(t-t_0) = x(t_0) \delta(t-t_0)$$

Nos permite seleccionar determinados valores de nuestra señal

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Problema 1.13

Dado  $x(t) = \delta(t+2) - \delta(t-2)$ ,  $y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$ , calcular la  $E_{\infty}$  de la señal  $y(t)$ .

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

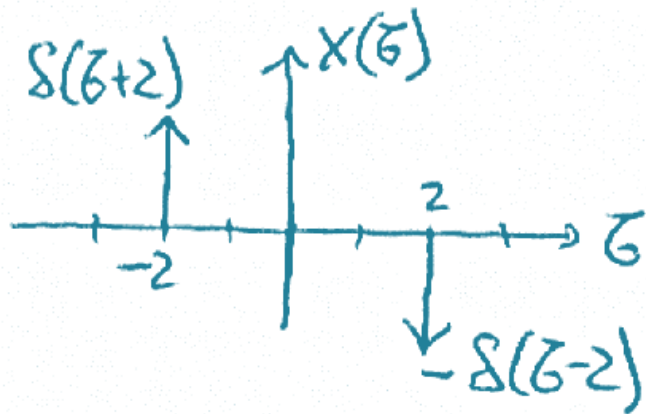
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Problema 1.13

Dado  $x(t) = \delta(t+2) - \delta(t-2)$ ,  $y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$ , calcular la  $E_{\infty}$  de la señal  $y(t)$ .

- Obtención de  $y(t)$  gráficamente:



$$\rightarrow y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau = \begin{cases} 0, & t < -2 \\ 1, & -2 \leq t < 2 \\ 0, & t \geq 2 \end{cases}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



# Problema 1.13

Dado  $x(t) = \delta(t+2) - \delta(t-2)$ ,  $y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$ , calcular la  $E_{\infty}$  de la señal  $y(t)$ .

- Obtención de  $y(t)$  analíticamente:

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^t \delta(\tau+2) d\tau - \int_{-\infty}^t \delta(\tau-2) d\tau =$$

$\uparrow$   
 $\sigma_1 = \tau+2$   
 $\sigma_2 = \tau-2$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Problema 1.13

Dado  $x(t) = \delta(t+2) - \delta(t-2)$ ,  $y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$ , calcular la  $E_{\infty}$  de la señal  $y(t)$ .

- Obtención de  $y(t)$  analíticamente:

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^t \delta(\tau+2) d\tau - \int_{-\infty}^t \delta(\tau-2) d\tau =$$

$\uparrow$   
 $\sigma_1 = \tau+2$   
 $\sigma_2 = \tau-2$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

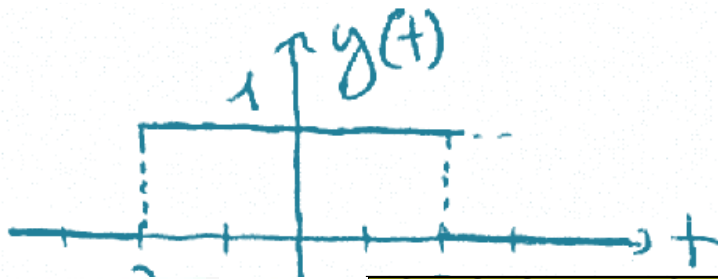
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Problema 1.13

Dado  $x(t) = \delta(t+2) - \delta(t-2)$ ,  $y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$ , calcular la  $E_{\infty}$  de la señal  $y(t)$ .

- Obtención de  $E_{\infty}$ :

$$y(t) = \underline{u(t+2) - u(t-2)}$$



$$E_{\infty} = \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt = \int_{-2}^2 dt = \underline{\underline{4}}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# 4

## Periodicidad

1. Introducción
2. Transformaciones de la variable independiente
3. Señales básicas: Impulso unidad y escalón unidad
4. Periodicidad
5. Simetrías ante la inversión
6. Señales exponenciales y sinusoidales

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## 4. Periodicidad

a) Señales de tiempo continuo:

$$x(t) \text{ PERIÓDICA} \Leftrightarrow \underbrace{x(t) = x(t+T)}_{\Downarrow}, \forall t \in \mathbb{R}, T \in \mathbb{R}^+ (\text{PERIODO})$$
$$x(t) = x(t+mT), m \in \mathbb{Z}^+ : \text{si } x(t) \text{ ES PERIÓDICA DE PERIODO } T, \text{ TAMBIÉN LO ES DE PERIODO } 2T, 3T, \dots$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 4. Periodicidad

a) Señales de tiempo continuo:

$$x(t) \text{ PERIÓDICA} \Leftrightarrow \underbrace{x(t) = x(t+T)}, \forall t \in \mathbb{R}, T \in \mathbb{R}^+ \text{ (PERIODO)}$$

⇓

$$x(t) = x(t+mT), m \in \mathbb{Z}^+ : \text{ si } x(t)$$

ES PERIÓDICA DE PERIODO  $T$ , TAMBIÉN LO ES DE PERIODO  $2T, 3T, \dots$

PERIODO FUNDAMENTAL,  $T_0$  : MÍNIMO VALOR POSITIVO PARA EL

QUE SE VERIFICA  $x(t) = x(t+T_0), \forall t \in \mathbb{R}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# 5

## Simetrías ante la inversión

1. Introducción
2. Transformaciones de la variable independiente
3. Señales básicas: Impulso unidad y escalón unidad
4. Periodicidad
5. Simetrías ante la inversión
6. Señales exponenciales y sinusoidales

Cartagena99

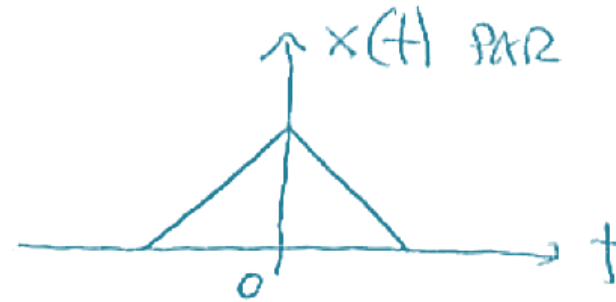
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

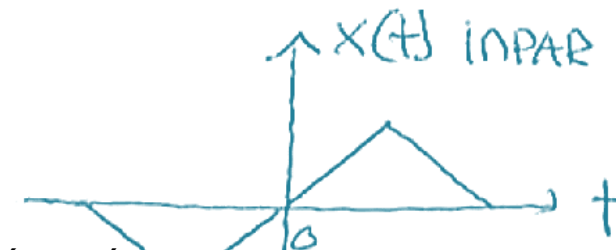
## 5. Simetrías ante la inversión

- $x(t)$  PAR  $\longleftrightarrow x(t) = x(-t)$



Simetría respecto del eje  $t=0$

- $x(t)$  IMPAR  $\longleftrightarrow x(t) = -x(-t)$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



## 5. Simetrías ante la inversión

Toda señal se puede descomponer en suma de dos señales, una par y otra impar:

$$\text{DADA } x(t), \text{ SEA } x_e(t) = \frac{1}{2} \{ x(t) + x(-t) \}, \quad x_e(t) = x_e(-t) \Rightarrow \text{PAR}$$

$$\text{SEA } x_o(t) = \frac{1}{2} \{ x(t) - x(-t) \}, \quad x_o(t) = -x_o(-t) \Rightarrow \text{INPAR}$$

---

$$x_e(t) + x_o(t) = x(t)$$

Señal par

Señal impar

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Problema 1.7.a)

Obtener la señal par de la siguiente señal:

$$x[n] = u[n] - u[n-4]$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Problema 1.7.a)

Obtener la señal par de la siguiente señal:

$$x[n] = u[n] - u[n-4]$$

$$x_e[n] = \frac{1}{2} \left\{ x[n] + x[-n] \right\} = \frac{1}{2} \left\{ u[n] - u[n-4] + \overbrace{u[-n] - u[-n-4]}^{x[-n]} \right\}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

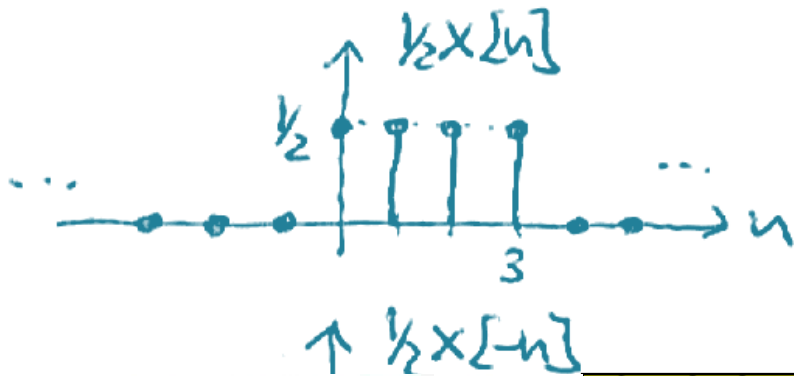
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Problema 1.7.a)

Obtener la señal par de la siguiente señal:

$$x[n] = u[n] - u[n-4]$$

$$x_e[n] = \frac{1}{2} \{ x[n] + x[-n] \} = \frac{1}{2} \{ u[n] - u[n-4] + \overbrace{u[-n] - u[-n-4]}^{x[-n]} \}$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Problema 1.7.c)

Obtener la señal par de la siguiente señal:

$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot u[n-3]$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Problema 1.7.c)

Obtener la señal par de la siguiente señal:

$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot u[n-3]$$

$$x_e[n] = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n-3] + \underbrace{\left(\frac{1}{2}\right)^{-n} \cdot u[-n-3]}_{x[-n]} \right\}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

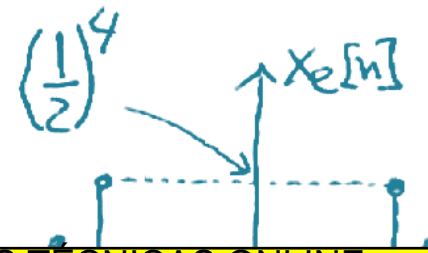
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Problema 1.7.c)

Obtener la señal par de la siguiente señal:

$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot u[n-3]$$

$$x_e[n] = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n-3] + \underbrace{\left(\frac{1}{2}\right)^{-n} \cdot u[-n-3]}_{x[-n]} \right\}$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# 6

## Señales exponenciales y sinusoidales

1. Introducción
2. Transformaciones de la variable independiente
3. Señales básicas: Impulso unidad y escalón unidad
4. Periodicidad
5. Simetrías ante la inversión
6. Señales exponenciales y sinusoidales

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

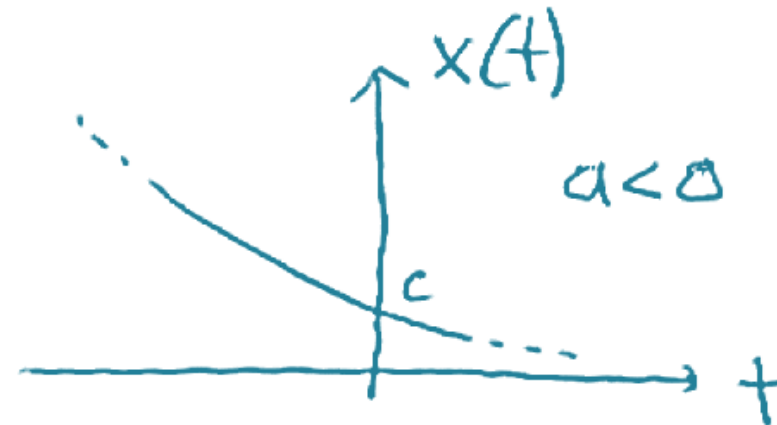
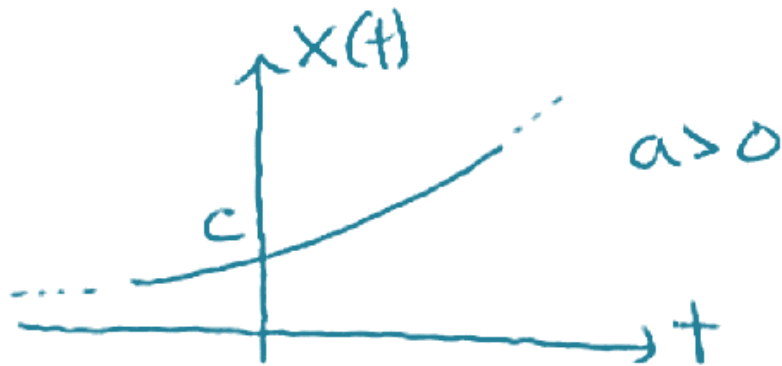
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



## 6. Señales exponenciales y sinusoidales

a) Señales de tiempo continuo:  $\longrightarrow x(t) = ce^{at}$ ,  $c, a \in \mathbb{C}$

- Exponencial real:  $\longrightarrow c, a \in \mathbb{R}$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 6. Señales exponenciales y sinusoidales

a) Señales de tiempo continuo:  $\longrightarrow x(t) = ce^{at}, c, a \in \mathbb{C}$

- Exponencial compleja pura:  $\longrightarrow a = j\omega_0, \omega_0 \in \mathbb{R}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 6. Señales exponenciales y sinusoidales

a) Señales de tiempo continuo:  $\longrightarrow x(t) = ce^{at}$ ,  $c, a \in \mathbb{C}$

- Exponencial compleja pura:  $\longrightarrow a = j\omega_0$ ,  $\omega_0 \in \mathbb{R}$

- Periodicidad:

$$\text{¿ } \exists T \in \mathbb{R} / x(t) = x(t+T) \quad \forall t \in \mathbb{R} \text{?}$$

$$x(t) = e^{j\omega_0 t} = e^{j\omega_0(t+T)} \Leftrightarrow e^{j\omega_0 T} = 1 \Rightarrow$$

Recordatorio

$$e^{j\omega_0 t} \cdot e^{j\omega_0 T}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 6. Señales exponenciales y sinusoidales

a) Señales de tiempo continuo:  $\longrightarrow x(t) = ce^{at}$ ,  $c, a \in \mathbb{C}$

- Exponencial compleja pura:  $\longrightarrow a = j\omega_0$ ,  $\omega_0 \in \mathbb{R}$

- Periodicidad:

$$\text{¿ } \exists T \in \mathbb{R} / x(t) = x(t+T) \quad \forall t \in \mathbb{R} \text{?}$$

$$x(t) = e^{j\omega_0 t} = e^{j\omega_0(t+T)} \Leftrightarrow e^{j\omega_0 T} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega_0 T = 2k\pi \Rightarrow T = \frac{2k\pi}{\omega_0} \Rightarrow \text{Periódica, } T_0 = \frac{2\pi}{|\omega_0|} :$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

FRECUENCIA FUNDAMENTAL

## 6. Señales exponenciales y sinusoidales

a) Señales de tiempo continuo:  $\longrightarrow x(t) = ce^{at}$ ,  $c, a \in \mathbb{C}$

- Exponenciales complejas armónicamente relacionadas:
  - Familia o conjunto de exponenciales complejas periódicas que comparten un mismo periodo  $T_0$ :

$$\begin{aligned} \phi(t) = e^{j\omega t} \text{ periódica } T_0 &\Rightarrow e^{j\omega t} = e^{j\omega(t+T_0)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow e^{j\omega T_0} = 1 \Rightarrow \omega T_0 = 2k\pi \Rightarrow \omega = \frac{2k\pi}{T_0} = k\omega_0 \end{aligned}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# 6. Señales exponenciales y sinusoidales

a) Señales de tiempo continuo:  $\longrightarrow x(t) = ce^{at}, c, a \in \mathbb{C}$

- Exponenciales complejas armónicamente relacionadas:
  - Familia o conjunto de exponenciales complejas periódicas que comparten un mismo periodo  $T_0$ :

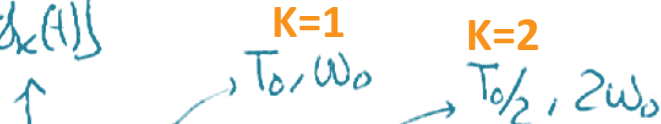
$$\phi(t) = e^{j\omega t} \text{ periódica } T_0 \Rightarrow e^{j\omega t} = e^{j\omega(t+T_0)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e^{j\omega T_0} = 1 \Rightarrow \omega T_0 = 2k\pi \Rightarrow \omega = \frac{2k\pi}{T_0} = k\omega_0$$

En consecuencia:

$$\left\{ \phi_k(t) = e^{jk\frac{2\pi}{T_0}t} = e^{jk\omega_0 t}, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$\text{Im}[\phi_k(t)]$



$\infty$  FUNCIONES

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Problema 1.10

Obtener el periodo fundamental ( $T_0$ ) de la señal:  $x(t) = 2\cos(10t+1) - \text{sen}(4t-1)$  , ¿ $T_0$ ?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Problema 1.10

Obtener el periodo fundamental ( $T_0$ ) de la señal:  $x(t) = 2\cos(10t+1) - \text{sen}(4t-1)$  , ¿ $T_0$ ?

$$\Rightarrow x(t) = x(t+T_0), \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow \begin{cases} 2\cos(10t+1) = 2\cos(10(t+T_0)+1) \Rightarrow \\ \text{sen}(4t-1) = \text{sen}(4(t+T_0)-1) \Rightarrow \end{cases}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



# Problema 1.10

Obtener el periodo fundamental ( $T_0$ ) de la señal:  $x(t) = 2\cos(10t+1) - \text{sen}(4t-1)$  , ¿ $T_0$ ?

$$\Rightarrow x(t) = x(t+T_0), \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2\cos(10t+1) = 2\cos(10(t+T_0)+1) \Rightarrow \\ \text{sen}(4t-1) = \text{sen}(4(t+T_0)-1) \Rightarrow \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow 10t+10T_0 = 10t+2k_1\pi \Rightarrow T_0 = k_1 \cdot 2\pi/10 \\ \Rightarrow 4(t+T_0) = 4t+2k_2\pi \Rightarrow T_0 = k_2 \cdot 2\pi/4 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Problema 1.10

Obtener el periodo fundamental ( $T_0$ ) de la señal:  $x(t) = 2\cos(10t+1) - \sin(4t-1)$ , ¿ $T_0$ ?

$$\Rightarrow x(t) = x(t+T_0), \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow \begin{cases} 2\cos(10t+1) = 2\cos(10(t+T_0)+1) \Rightarrow \\ \sin(4t-1) = \sin(4(t+T_0)-1) \Rightarrow \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow 10t+10T_0 = 10t+2k_1\pi \Rightarrow T_0 = k_1 \cdot 2\pi/10 \\ \Rightarrow 4(t+T_0) = 4t+2k_2\pi \Rightarrow T_0 = k_2 \cdot 2\pi/4 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

Por lo tanto,  $\exists k_1, k_2 \in \mathbb{Z} / x(t) = x(t+T_0)$ ,

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Observación: si  $k_1, k_2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow x(t)$  NO PERIÓDICA...

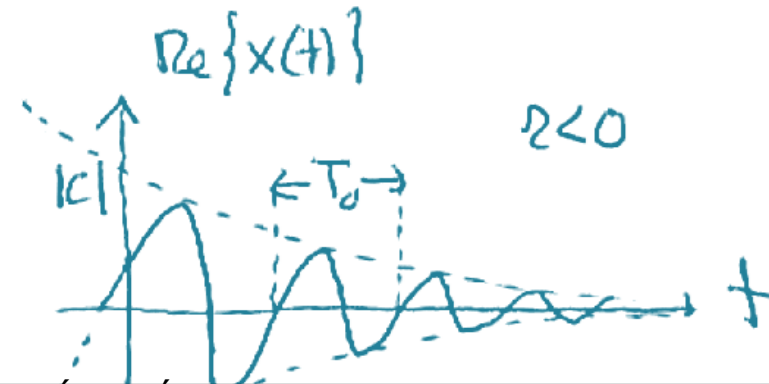
## 6. Señales exponenciales y sinusoidales

a) Señales de tiempo continuo:  $\longrightarrow x(t) = ce^{at}$ ,  $c, a \in \mathbb{C}$

- Caso general:

$$x(t) = ce^{at}, \begin{cases} c = |c|e^{j\theta} \\ a = \sigma + j\omega_0 \end{cases} \Rightarrow x(t) = |c|e^{\sigma t} \cdot e^{j\omega_0 t} =$$

$$= \underbrace{|c|e^{\sigma t}}_{\downarrow} \cdot \underbrace{e^{j(\omega_0 t + \theta)}}_{\text{EXPONENCIAL COMPLEJA}}$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 6. Señales exponenciales y sinusoidales

a) Señales de tiempo discreto:  $\longrightarrow X[n] = C \cdot \alpha^n = C e^{\beta n} \quad (\alpha = e^{\beta})$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 6. Señales exponenciales y sinusoidales

a) Señales de tiempo discreto:  $\longrightarrow X[n] = C \cdot \alpha^n = C e^{\beta n} \quad (\alpha = e^\beta)$

- Exponencial real:  $\longrightarrow C, \alpha$  REALES

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 6. Señales exponenciales y sinusoidales

a) Señales de tiempo discreto:  $\longrightarrow X[n] = C \cdot \alpha^n = C e^{\beta n} \quad (\alpha = e^\beta)$

- Exponencial real:  $\longrightarrow C, \alpha$  REALES



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 6. Señales exponenciales y sinusoidales

a) Señales de tiempo discreto:  $\longrightarrow X[n] = C \cdot \alpha^n = C e^{\beta n} \quad (\alpha = e^\beta)$

- Exponencial compleja pura:  $\longrightarrow \beta = j\omega_0, \omega_0 \in \mathbb{R}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 6. Señales exponenciales y sinusoidales

a) Señales de tiempo discreto:  $\longrightarrow x[n] = C \cdot \alpha^n = C e^{\beta n} \quad (\alpha = e^\beta)$

- Exponencial compleja pura:  $\longrightarrow \beta = j\omega_0, \omega_0 \in \mathbb{R}$

- Interpretación del parámetro  $\omega_0$  (pulsación fundamental):

$$\text{DADA } x[n] = e^{j\omega_0 n}, \text{ LA SEÑAL } x'[n] = e^{j \frac{(\omega_0 + 2\pi)n}{\omega_0'}} =$$

$$= e^{j\omega_0 n} \cdot e^{j2\pi n} = x[n]$$

$\rightarrow$  TODAS LAS SEÑALES CON PULSACIONES  $\omega_0 \pm 2k\pi$  SON IDENTICAS  $\Rightarrow$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



## 6. Señales exponenciales y sinusoidales

a) Señales de tiempo discreto:  $\longrightarrow x[n] = C \cdot \alpha^n = C e^{\beta n} \quad (\alpha = e^\beta)$

• Exponencial compleja pura:  $\longrightarrow \beta = j\omega_0, \omega_0 \in \mathbb{R}$

• El ritmo de oscilación de  $x[n]$  depende de  $\omega_0$ :

$\left. \begin{array}{l} \cdot \text{AUMENTA PARA } 0 < \omega_0 < \pi \\ \cdot \text{DISMINUYE PARA } \pi < \omega_0 < 2\pi \end{array} \right\} \Rightarrow$

ALTAS FRECUENCIAS:  $\pm\pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi \dots$   
BASAS FRECUENCIAS:  $0, \pm 2\pi, \pm 4\pi \dots$

$$e^{j\pi n} = (-1)^n$$

$$e^{j2\pi n} = (1)^n$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 6. Señales exponenciales y sinusoidales

a) Señales de tiempo discreto:  $\longrightarrow x[n] = C \cdot \alpha^n = C e^{\beta n} \quad (\alpha = e^\beta)$

- Exponencial compleja pura:  $\longrightarrow \beta = j\omega_0, \omega_0 \in \mathbb{R}$

- Periodicidad:

$$\dot{?} \exists N \in \mathbb{Z}^+ / x[n] = x[n+N] \quad \forall n \in \mathbb{Z} ?$$

$$x[n] = e^{j\omega_0 n} = e^{j\omega_0 (n+N)} \Leftrightarrow e^{j\omega_0 N} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \omega_0 N = 2k\pi \Leftrightarrow \omega_0 = \frac{2k\pi}{N} \quad \text{PERIÓDICA SOLO SI}$$

**Cartagena99**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 6. Señales exponenciales y sinusoidales

a) Señales de tiempo discreto:  $\longrightarrow X[n] = C \cdot \alpha^n = C e^{\beta n} \quad (\alpha = e^\beta)$

• Exponencial compleja pura:  $\longrightarrow \beta = j\omega_0, \omega_0 \in \mathbb{R}$

• Periodo fundamental y pulsación fundamental:

PERIÓDICA  $\Rightarrow \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{K}{N} = \dots = \frac{K_0}{N_0}$   $\leftarrow$  MÍNIMOS VALORES ENTEROS QUE VERIFICAN LA CONDICIÓN

$\leftarrow$  PERIODO FUNDAMENTAL

PULSACIÓN FUNDAMENTAL:  $\omega_{0f} = \frac{2\pi}{N_0} \neq \omega_0$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# 6. Señales exponenciales y sinusoidales

a) Señales de tiempo discreto:  $\longrightarrow X[n] = C \cdot \alpha^n = C e^{\beta n} \quad (\alpha = e^\beta)$

- Exponencial compleja pura:  $\longrightarrow \beta = j\omega_0, \omega_0 \in \mathbb{R}$

- Periodo fundamental y pulsación fundamental:

PERIÓDICA  $\Rightarrow \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{K}{N} = \dots = \frac{K_0}{N_0}$   $\leftarrow$  MÍNIMOS VALORES ENTEROS QUE VERIFICAN LA CONDICIÓN

$\circlearrowleft$  PERIODO FUNDAMENTAL

PULSACIÓN FUNDAMENTAL:  $\omega_{0f} = \frac{2\pi}{N_0} \neq \omega_0$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Problema 1.11

Obtener el periodo fundamental (NO) de la señal:

$$x[n] = 1 + e^{i\frac{4\pi}{7}n} - e^{i\frac{2\pi}{5}n}, \quad \text{¿NO?}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Problema 1.11

Obtener el periodo fundamental ( $N_0$ ) de la señal:

$$x[n] = 1 + e^{j\frac{4\pi}{7}n} - e^{j\frac{2\pi}{5}n}, \quad ? N_0?$$

$x_3[n] = e^{j\omega_{03}n}, \quad \frac{\omega_{03}}{2\pi} = \frac{1}{5} \Rightarrow N_{03} = 5$

$x_2[n] = e^{j\omega_{02}n}, \quad \frac{\omega_{02}}{2\pi} = \frac{2}{7} \Rightarrow N_{02} = 7$

$x_1[n] = cte \Rightarrow \text{NO AFECTA A LA PERIODICIDAD}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Problema 1.11

Obtener el periodo fundamental ( $N_0$ ) de la señal:

$$x[n] = 1 + e^{j\frac{4\pi}{7}n} - e^{j\frac{2\pi}{5}n}, \quad ? N_0?$$

$$x_3[n] = e^{j\omega_{03}n}, \quad \frac{\omega_{03}}{2\pi} = \frac{1}{5} \Rightarrow N_{03} = 5$$

$$x_2[n] = e^{j\omega_{02}n}, \quad \frac{\omega_{02}}{2\pi} = \frac{2}{7} \Rightarrow N_{02} = 7$$

$x_1[n] = cte \Rightarrow$  NO AFECTA A LA PERIODICIDAD

$$N_0 = k_2 \cdot N_{02} = k_3 \cdot N_{03}, \quad k_2, k_3 \in \mathbb{Z}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$k_2 \quad N_{02} \quad 7$

# Problema 1.11

Obtener el periodo fundamental (NO) de la señal:

$$x[n] = 1 + e^{j\frac{4\pi}{7}n} - e^{j\frac{2\pi}{5}n}, \quad ? N_0?$$

$$x_3[n] = e^{j\omega_{03}n}, \quad \frac{\omega_{03}}{2\pi} = \frac{1}{5} \Rightarrow N_{03} = 5$$

$$x_2[n] = e^{j\omega_{02}n}, \quad \frac{\omega_{02}}{2\pi} = \frac{2}{7} \Rightarrow N_{02} = 7$$

$x_1[n] = cte \Rightarrow$  NO AFECTA A LA PERIODICIDAD

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



## 6. Señales exponenciales y sinusoidales

a) Señales de tiempo discreto:  $\longrightarrow X[n] = C \cdot \alpha^n = C e^{\beta n} \quad (\alpha = e^\beta)$

- Exponenciales complejas armónicamente relacionadas:
  - Familia o conjunto de exponenciales complejas periódicas que comparten un mismo periodo  $N_0$ :

$$\begin{aligned} \phi[n] = e^{j\omega n} \text{ PERIÓDICA } N_0 &\Rightarrow e^{j\omega n} = e^{j\omega(n+N_0)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow e^{j\omega N_0} = 1 \Rightarrow \omega N_0 = 2k\pi \Rightarrow \omega = \frac{2k\pi}{N_0} = k\omega_f \end{aligned}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 6. Señales exponenciales y sinusoidales

a) Señales de tiempo discreto:  $\longrightarrow X[n] = C \cdot \alpha^n = C e^{\beta n} \quad (\alpha = e^\beta)$

- Exponenciales complejas armónicamente relacionadas:
  - Familia o conjunto de exponenciales complejas periódicas que comparten un mismo periodo  $N_0$ :

En concreto:

$$\{ \phi_k[n] = e^{j k \frac{2\pi}{N_0} n}, k \in \mathbb{Z} \} \rightarrow \text{¿ } \infty \text{ funciones?}$$

$$\phi_{k+N_0}[n] = e^{j(k+N_0) \frac{2\pi}{N_0} n} = e^{j k \frac{2\pi}{N_0} n} \cdot e^{j 2\pi n} = \phi_k[n] \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  No funciones distintas

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Sistemas

7

1. Introducción
2. Transformaciones de la variable independiente
3. Señales básicas: Impulso unidad y escalón unidad
4. Periodicidad
5. Simetrías ante la inversión
6. Señales exponenciales y sinusoidales

Cartagena99

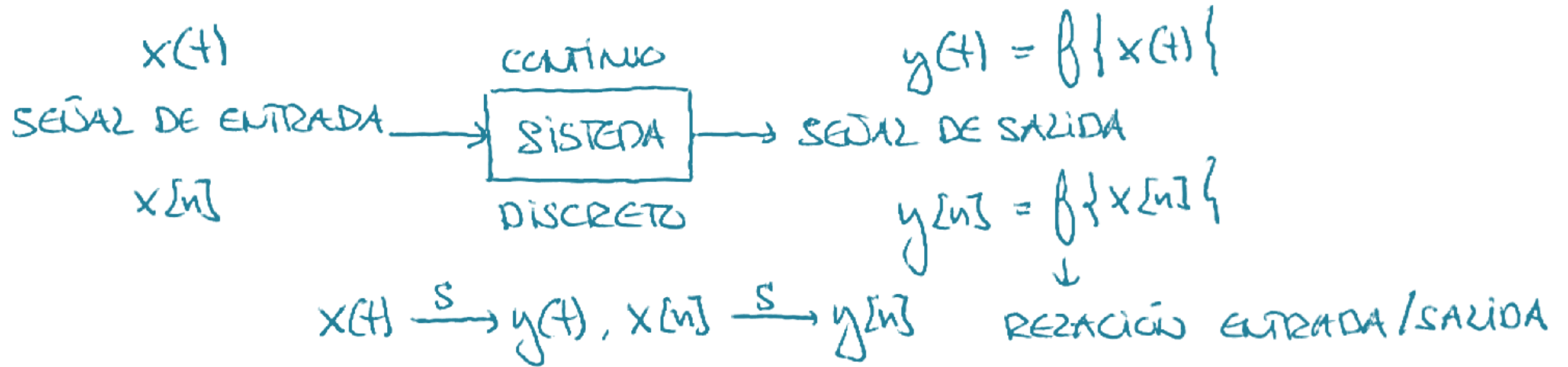
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# 7. Sistemas

Definición y notación:



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# 7. Sistemas

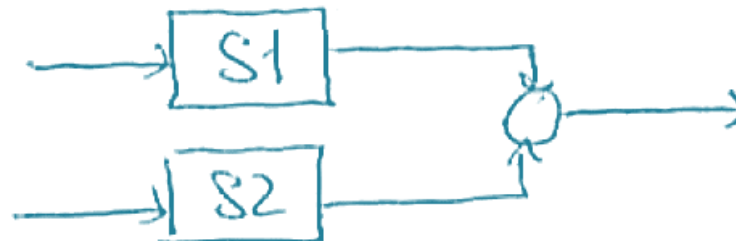
Interconexión:

- Conexión en **cascada**:



Por ejemplo, sistemas de comunicaciones como telefonía

- Conexión en **paralelo**:



Por ejemplo, sistemas de inteligencia artificial basados en la fusión de características

- Conexión con **realimentación**:

Por ejemplo, sistemas de

# Cartagena99

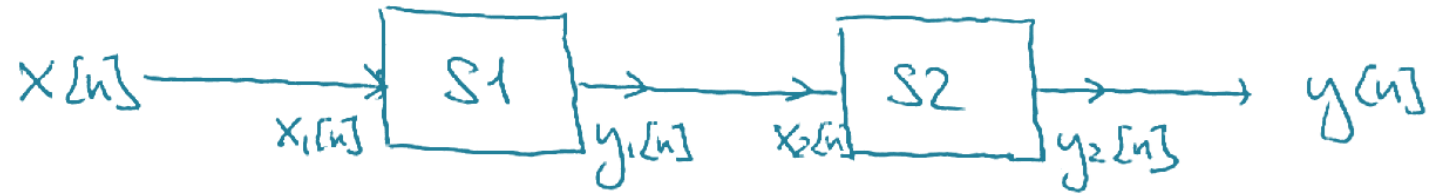
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Problema 1.15

Dado el siguiente sistema:

a) Calcular la señal a la salida  $y[n]$



$$S_1 : y_1[n] = 2x_1[n] + 4x_1[n-1]$$

$$S_2 : y_2[n] = x_2[n-2] + \frac{1}{2}x_2[n-3]$$

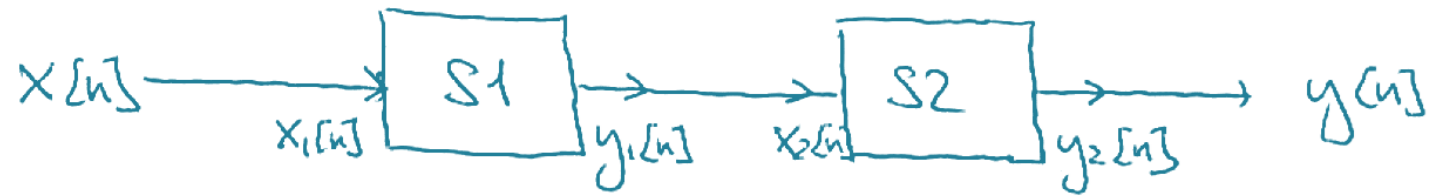
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Problema 1.15



Dado el siguiente sistema:

a) Calcular la señal a la salida  $y[n]$

$$S_1 : y_1[n] = 2x_1[n] + 4x_1[n-1]$$

$$S_2 : y_2[n] = x_2[n-2] + \frac{1}{2}x_2[n-3]$$

$$x_1[n] = x[n] \Rightarrow y_1[n] = 2x[n] + 4x[n-1]$$
$$x_2[n] = y_1[n] \Rightarrow y_2[n] = y[n] = y_1[n-2] + \frac{1}{2}y_1[n-3] \Rightarrow$$

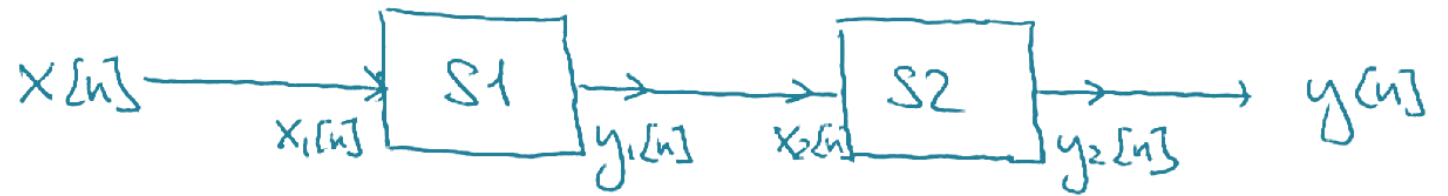
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Problema 1.15



Dado el siguiente sistema:

a) Calcular la señal a la salida  $y[n]$

$$S_1 : y_1[n] = 2x_1[n] + 4x_1[n-1]$$

$$S_2 : y_2[n] = x_2[n-2] + \frac{1}{2}x_2[n-3]$$

$$x_1[n] = x[n] \Rightarrow y_1[n] = 2x[n] + 4x[n-1]$$
$$x_2[n] = y_1[n] \Rightarrow y_2[n] = y[n] = y_1[n-2] + \frac{1}{2}y_1[n-3] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y[n] = \underbrace{2x[n-2] + 4x[n-3]}_{y_1[n-2]} + \underbrace{x[n-3] + 2x[n-4]}_{\frac{1}{2}y_1[n-3]} \Rightarrow$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

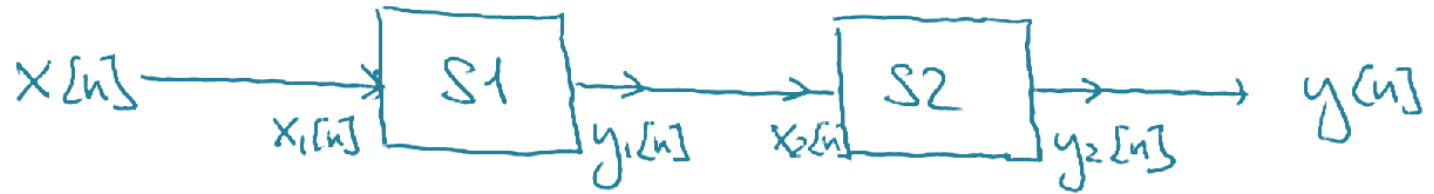
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



## Problema 1.15

Dado el siguiente sistema:

b) Si intercambio S1 por S2?



$$S_1 : y_1[n] = 2x_1[n] + 4x_1[n-1]$$

$$S_2 : y_2[n] = x_2[n-2] + \frac{1}{2}x_2[n-3]$$

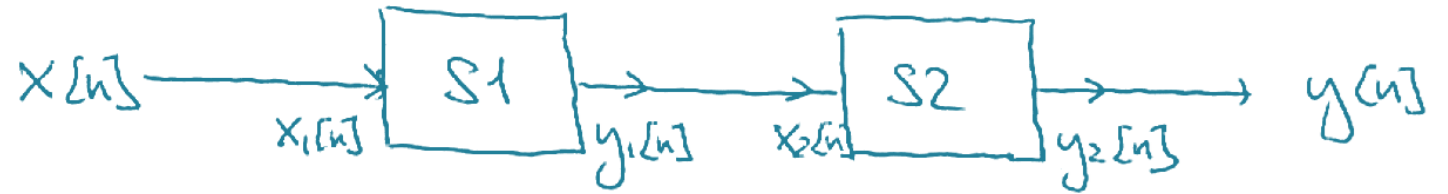
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Problema 1.15



Dado el siguiente sistema:

b) Si intercambio S1 por S2?

$$S_1 : y_1[n] = 2x_1[n] + 4x_1[n-1]$$

$$S_2 : y_2[n] = x_2[n-2] + \frac{1}{2}x_2[n-3]$$

$$x_2[n] = x[n] \Rightarrow y_2[n] = x[n-2] + \frac{1}{2}x[n-3]$$

$$x_1[n] = y_2[n] \Rightarrow y_1[n] = y[n] = 2y_2[n] + 4y_2[n-1] \Rightarrow$$

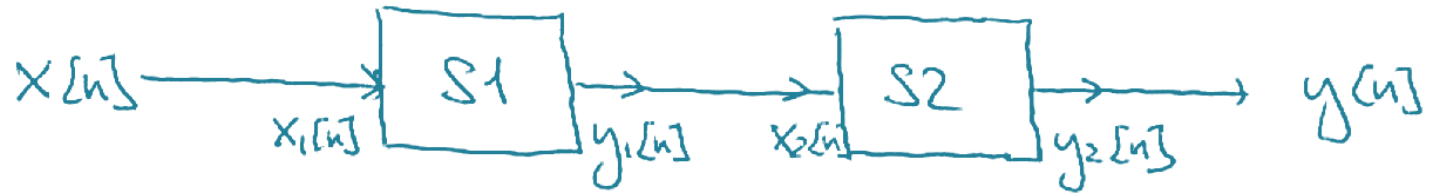
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Problema 1.15



Dado el siguiente sistema:

b) Si intercambio S1 por S2?

$$S_1 : y_1[n] = 2x_1[n] + 4x_1[n-1]$$

$$S_2 : y_2[n] = x_2[n-2] + \frac{1}{2}x_2[n-3]$$

$$x_2[n] = x[n] \Rightarrow y_2[n] = x[n-2] + \frac{1}{2}x[n-3]$$

$$x_1[n] = y_2[n] \Rightarrow y_1[n] = y[n] = 2y_2[n] + 4y_2[n-1] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y[n] = 2x[n-2] + 5x[n-3] + 2x[n-4]$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

ESTOS SISTEMAS NO ALTERA EL RESULTADO

# 7. Sistemas

Propiedades:

- **Memoria:** la salida en un “instante” dado depende de la entrada en un “instante” distinto. Es decir, tiene un mecanismo de “almacenaje” o memoria.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, dark green font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue and orange gradient background that resembles a stylized wave or a banner.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

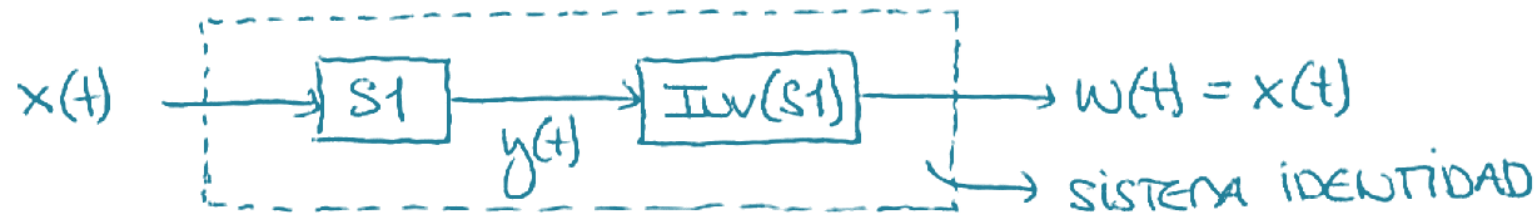
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# 7. Sistemas

Propiedades:

- **Memoria:** la salida en un “instante” dado depende de la entrada en un “instante” distinto. Es decir, tiene un mecanismo de “almacenaje” o memoria.
- **Invertible:** entradas distintas dan lugar siempre a salidas distintas.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

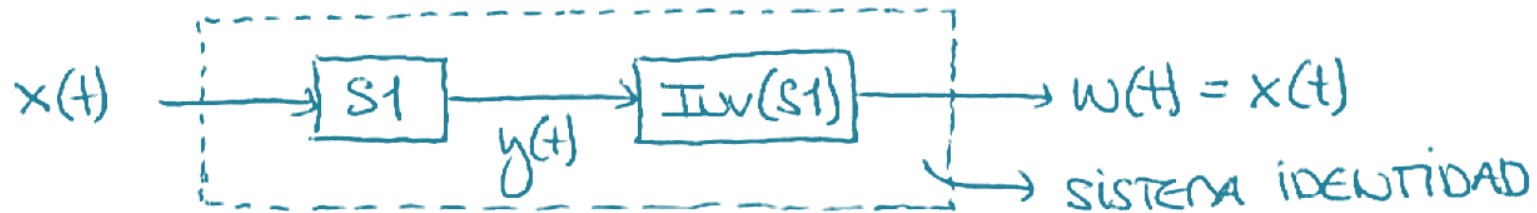
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# 7. Sistemas

Propiedades:

- **Memoria:** la salida en un “instante” dado depende de la entrada en un “instante” distinto. Es decir, tiene un mecanismo de “almacenaje” o memoria.
- **Invertible:** entradas distintas dan lugar siempre a salidas distintas.



- **Causal:** la salida en un “instante” dado depende de la entrada en ese mismo “instante” o en

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# 7. Sistemas

Propiedades:

- Estable: si la entrada está acotada, la salida también:

$$|x(t)| \leq B, \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow |y(t)| \leq B', \forall t \in \mathbb{R}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# 7. Sistemas

Propiedades:

- Invariante:** un desplazamiento de la entrada da lugar al mismo desplazamiento de la salida.

DADO  $x(t) \rightarrow \boxed{S} \rightarrow y(t)$  DEFINIDO POR  $y(t) = f\{x(t)\}$ .

a) DADA  $x'(t) = x(t-t_0)$ , OBTENER  $y'(t) = f\{x'(t)\}$   
ENTRADA DESPLAZADA                      RESPUESTA A UNA ENTRADA DESPLAZADA

b) OBTENER LA EXPRESIÓN DE  $y(t-t_0)$ :

$y(t-t_0) = f\{x(t-t_0)\} \rightarrow$  CAMBIAR 't' POR 't-t\_0'

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



# 7. Sistemas

Propiedades:

- **Lineal:** se tiene que cumplir que sea **aditivo y proporcional (homogéneo):**

a) ADITIVO:

$$\begin{array}{ccc} x_1[n] & \xrightarrow{S} & y_1[n] \\ x_2[n] & \xrightarrow{S} & y_2[n] \\ \hline x'[n] = x_1[n] + x_2[n] & \xrightarrow{S} & y'[n] = f\{x'[n]\} = y_1[n] + y_2[n] \end{array}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# 7. Sistemas

Propiedades:

- **Lineal:** se tiene que cumplir que sea **aditivo y proporcional (homogéneo):**

a) ADITIVO:

$$\begin{array}{ccc} x_1[n] & \xrightarrow{s} & y_1[n] \\ x_2[n] & \xrightarrow{s} & y_2[n] \end{array}$$

$$\underline{x'[n] = x_1[n] + x_2[n]} \xrightarrow{s} y'[n] = f\{x'[n]\} = y_1[n] + y_2[n]$$

b) Homogéneo:

$$x[n] \xrightarrow{s} y[n]$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Problema 1.16

Dado el siguiente sistema:

$$y[n] = x[n] \cdot x[n-2]$$

a) ¿Tiene memoria?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Problema 1.16

Dado el siguiente sistema:

$$y[n] = x[n] \cdot x[n-2]$$

a) ¿Tiene memoria?

- Si, la salida  $y[n]$  depende de la entrada en instantes de tiempo distintos,  $x[n-2]$ .

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Problema 1.16

Dado el siguiente sistema:

$$y[n] = x[n] \cdot x[n-2]$$

b) Dada la siguiente señal de entrada

$$x[n] = A \cdot \delta[n]$$

Calcular la señal a la salida  $y[n]$ .

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Problema 1.16

Dado el siguiente sistema:

$$y[n] = x[n] \cdot x[n-2]$$

b) Dada la siguiente señal de entrada

$$x[n] = A \cdot \delta[n]$$

Calcular la señal a la salida  $y[n]$ .

$$y[n] = A\delta[n] \cdot A\delta[n-2] = A^2 \cdot \underbrace{\delta[n] \cdot \delta[n-2]}_{=0, \forall n \in \mathbb{Z}} = 0$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Problema 1.16

Dado el siguiente sistema:

$$y[n] = x[n] \cdot x[n-2]$$

c) ¿Es invertible?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Problema 1.16

Dado el siguiente sistema:

$$y[n] = x[n] \cdot x[n-2]$$

c) ¿Es invertible?

- No, hay infinitas entradas

$$x[n] = A \cdot \delta[n]$$

que dan lugar a la misma señal de salida ( $y[n] = 0$ ).

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



## Problema 1.30

Dado el siguiente sistema:

$$y[n] = \begin{cases} x[n-1] & , n \geq 1 \\ 0 & , n = 0 \\ x[n] & , n \leq -1 \end{cases}$$

a) ¿Es **invertible**? En caso afirmativo, ¿**sistema inverso**?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

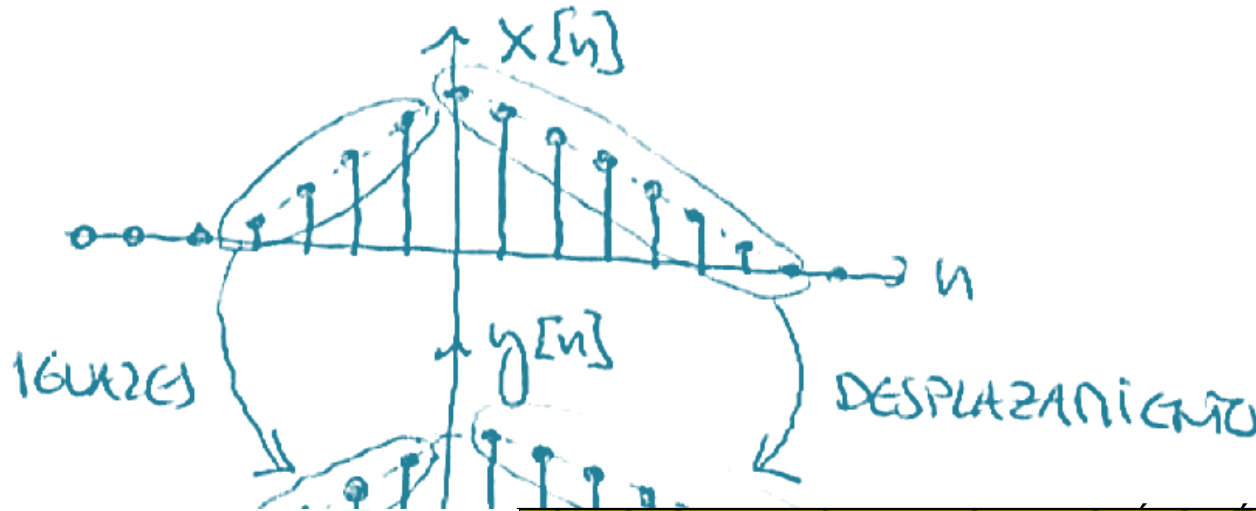
# Problema 1.30

Dado el siguiente sistema:

$$y[n] = \begin{cases} x[n-1] & , n \geq 1 \\ 0 & , n = 0 \\ x[n] & , n \leq -1 \end{cases}$$

a) ¿Es invertible? En caso afirmativo, ¿sistema inverso?

Ej:



# Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

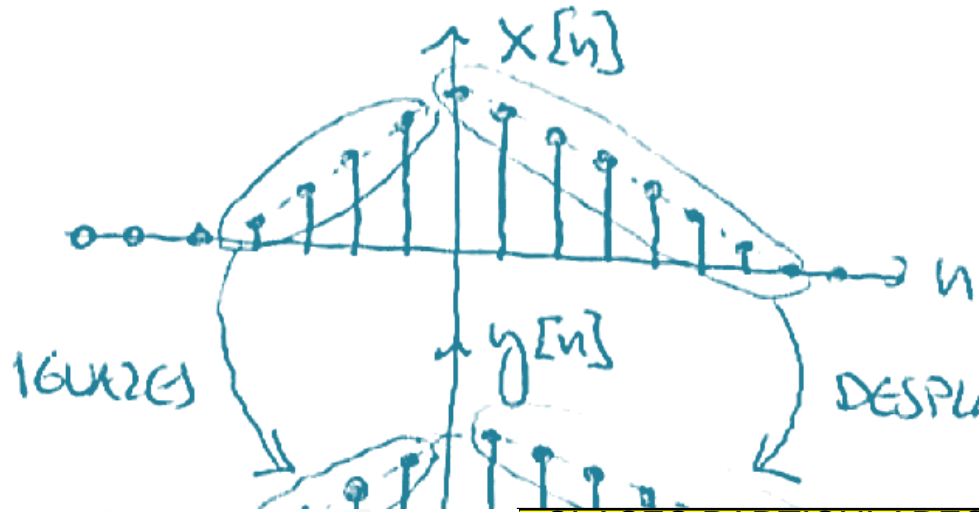
# Problema 1.30

Dado el siguiente sistema:

$$y[n] = \begin{cases} x[n-1] & , n \geq 1 \\ 0 & , n = 0 \\ x[n] & , n \leq -1 \end{cases}$$

a) ¿Es invertible? En caso afirmativo, ¿sistema inverso?

Ej:



OBSERVACIÓN: TODOS LOS VALORES DE LA ENTRADA ESTÁN EN LA SALIDA, SEA CUAL SEA LA ENTRADA  $\Rightarrow$  ENTRADAS DISTINTAS DAN SIEMPRE LUGAR A SALIDAS

# Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

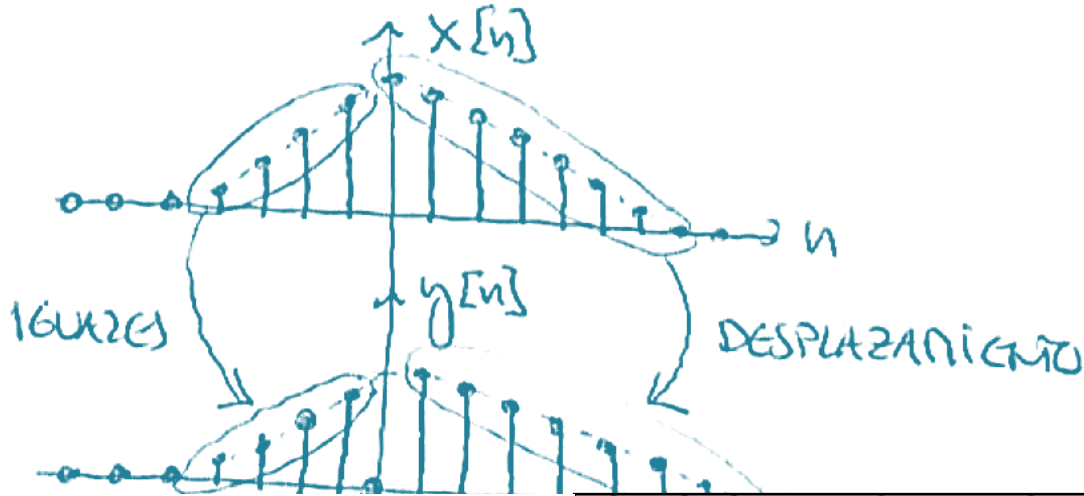
# Problema 1.30

Dado el siguiente sistema:

$$y[n] = \begin{cases} x[n-1] & , n \geq 1 \\ 0 & , n = 0 \\ x[n] & , n \leq -1 \end{cases}$$

a) ¿Es invertible? En caso afirmativo, ¿sistema inverso?

Ej:



Sistema Inverso



# Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Problema 1.30

Dado el siguiente sistema:

$$y[n] = \begin{cases} x[n-1] & , n \geq 1 \\ 0 & , n = 0 \\ x[n] & , n \leq -1 \end{cases}$$

a) ¿Es invertible? En caso afirmativo, ¿sistema inverso?

**Sistema Inverso**

$$w[n] = \begin{cases} y[n+1] & , n \geq 0 \\ y[n] & , n \leq -1 \end{cases}$$



**Cartagena99**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Problema 1.27.c)

Dado el siguiente sistema:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(z) dz$$

a) ¿Memoria?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Problema 1.27.c)

Dado el siguiente sistema:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(\tau) d\tau$$

a) ¿Memoria?

- Si, la señal de salida  $y(t)$  depende de valores de la entrada desde  $-\infty$  hasta  $2t$ .

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Problema 1.27.c)

Dado el siguiente sistema:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(z) dz$$

b) ¿Invariante?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



## Problema 1.27.c)

Dado el siguiente sistema:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(\tau) d\tau$$

b) ¿Invariante?

$$a) x'(t) = x(t-t_0) \Rightarrow y'(t) = \int_{-\infty}^{2t} x'(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{2t} x(\tau-t_0) d\tau$$

$$b) y(t-t_0) = \int_{-\infty}^{2(t-t_0)} x(\tau) d\tau$$

$$c) \text{ ¿ } y(t-t_0) = y'(t) ? : y'(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(\tau-t_0) d\tau = \int_{-\infty}^{2t-t_0} x(\sigma) d\sigma \neq y(t-t_0) \Rightarrow$$

**Cartagena99**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Problema 1.27.c)

Dado el siguiente sistema:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(z) dz$$

c) ¿Lineal?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Problema 1.27.c)

Dado el siguiente sistema:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(\tau) d\tau$$

c) ¿Lineal?

a) ADITIVIDAD :

$$x_1(t) \longrightarrow y_1(t) = \int_{-\infty}^{2t} x_1(\tau) d\tau$$

$$x_2(t) \longrightarrow y_2(t) = \int_{-\infty}^{2t} x_2(\tau) d\tau$$

LINEALIDAD

$$x'(t) = x_1(t) + x_2(t) \longrightarrow y'(t) = \int_{-\infty}^{2t} x'(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{2t} \{x_1(\tau) + x_2(\tau)\} d\tau =$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Problema 1.27.c)

Dado el siguiente sistema:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(z) dz$$

c) ¿Lineal?

b) HOMOGENEIDAD:

$$\begin{array}{l} x(t) \longrightarrow y(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(z) dz \\ x'(t) = kx(t) \longrightarrow y'(t) = \int_{-\infty}^{2t} x'(z) dz = \int_{-\infty}^{2t} kx(z) dz = \end{array}$$

LINEALIDAD ↓

# Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Problema 1.27.c)

Dado el siguiente sistema:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(z) dz$$

c) ¿Lineal?

b) HOMOGENEIDAD:

$$\begin{array}{l} x(t) \longrightarrow y(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(z) dz \\ x'(t) = kx(t) \longrightarrow y'(t) = \int_{-\infty}^{2t} x'(z) dz = \int_{-\infty}^{2t} kx(z) dz = \end{array}$$

LINEALIDAD ]  
↓  
ADITIVO

# Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Problema 1.27.c)

Dado el siguiente sistema:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(\tau) d\tau$$

d) ¿Causal?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Problema 1.27.c)

Dado el siguiente sistema:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(\tau) d\tau$$

d) ¿Causal?

- La señal de salida  $y(t)$  depende de valores de entrada en el intervalo  $(-\infty, 2t)$ . Por lo tanto, si  $t > 0$ , la salida  $y(t)$  depende de valores futuros hasta  $2t$ , es decir, posteriores a  $t$ . Resumen, el sistema es **no causal**.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Problema 1.27.c)

Dado el siguiente sistema:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(\tau) d\tau$$

e) ¿Estable?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



## Problema 1.27.c)

Dado el siguiente sistema:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(\tau) d\tau$$

e) ¿Estable?

$$\begin{aligned} |x(t)| \leq B, \forall t \in \mathbb{R} &\Rightarrow \\ \Rightarrow |y(t)| = \left| \int_{-\infty}^{2t} x(\tau) d\tau \right| &\leq \int_{-\infty}^{2t} |x(\tau)| d\tau \leq \int_{-\infty}^{2t} B d\tau = \infty \Rightarrow \end{aligned}$$

$\nexists$  COTA  
 $\downarrow$

**Cartagena99**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Problema 1.27.f)

Dado el siguiente sistema:

$$y(t) = x(t/3)$$

a) ¿Memoria?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Problema 1.27.f)

Dado el siguiente sistema:

$$y(t) = x(t/3)$$

a) ¿Memoria?

$$Ej: y(10) = x(\downarrow 10/3) \neq 10 \Rightarrow \boxed{\text{con memoria}}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Problema 1.27.f)

Dado el siguiente sistema:

$$y(t) = x(t/3)$$

b) ¿Invariante?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Problema 1.27.f)

Dado el siguiente sistema:

$$y(t) = x(t/3)$$

b) ¿Invariante?

$$a) x'(t) = x(t-t_0) \Rightarrow y'(t) = x'(t/3) = x'(t/3 - t_0)$$

$$b) y(t-t_0) = x((t-t_0)/3)$$

$$c) y'(t) \neq y(t-t_0) \Rightarrow \boxed{\text{NO INVARIANTE}}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Problema 1.27.f)

Dado el siguiente sistema:

$$y(t) = x(t/3)$$

c) ¿Lineal?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Problema 1.27.f)

Dado el siguiente sistema:

$$y(t) = x(t/3)$$

c) ¿Lineal?

a) ADITIVIDAD:

$$\begin{array}{l} x_1(t) \longrightarrow y_1(t) = x_1(t/3) \\ x_2(t) \longrightarrow y_2(t) = x_2(t/3) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \hline x'(t) = x_1(t) + x_2(t) \longrightarrow y'(t) = x'(t/3) = x_1(t/3) + x_2(t/3) = \\ = y_1(t) + y_2(t) \Rightarrow \end{array}$$

ADITIVO

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Problema 1.27.f)

Dado el siguiente sistema:

$$y(t) = x(t/3)$$

c) ¿Lineal?

a) ADITIVIDAD :

$$\begin{array}{l} x_1(t) \longrightarrow y_1(t) = x_1(t/3) \\ x_2(t) \longrightarrow y_2(t) = x_2(t/3) \end{array}$$

$$\begin{aligned} x'(t) = x_1(t) + x_2(t) &\longrightarrow y'(t) = x'(t/3) = x_1(t/3) + x_2(t/3) = \\ &= y_1(t) + y_2(t) \Rightarrow \end{aligned}$$

ADITIVO

b) Homogeneos :

$$x(t) \longrightarrow y(t) = x(t/3)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



## Problema 1.27.f)

Dado el siguiente sistema:

$$y(t) = x(t/3)$$

d) ¿Causal?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Problema 1.27.f)

Dado el siguiente sistema:

$$y(t) = x(t/3)$$

d) ¿Causal?

$$E_1: y(-9) = x(-3)$$

↓  
POSTERIOR A -9 ⇒ NO CAUSAL

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Problema 1.27.f)

Dado el siguiente sistema:

$$y(t) = x(t/3)$$

e) ¿Estable?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Problema 1.27.f)

Dado el siguiente sistema:

$$y(t) = x(t/3)$$

e) ¿Estable?

$$|x(t)| \leq B, \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow |y(t)| = |x(t/3)| \leq B, \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow \boxed{\text{ESTABLE}}$$

LA OPERACIÓN  
NO AFECTA A LA  
AMPLITUD

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Tema 1: Señales y Sistemas

Esta presentación es una adaptación del contenido proporcionado por el profesor Jesús Bescos Cano



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70