Grado: Ingeniería Electrónica de Comunicaciones
Asignatura: Control de Sistemas
Profesor: Jesús Chacón Sombría
Eva Besada Portas
Curso: 2020/21

Práctica 6
Modelado y Simulación en Variables de Estado

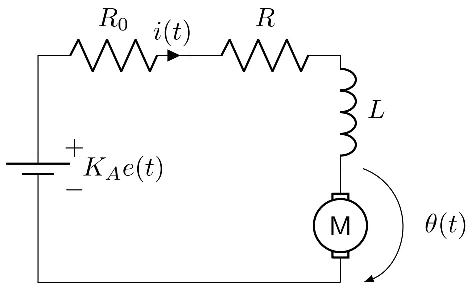
Objetivos

El objetivo principal de esta práctica es modelar, analizar y simular en su representación en variables de estado, mediante los conceptos/herramientas presentados en el Tema 6, el comportamiento de un sistema dinámico continuo.

Además, también deberá realizar conversiones entre diferentes tipos de modelos y comprobar el comportamiento equivalente del sistema en las diferentes representaciones.

Modelado y simulación en el espacio de estados

El sistema que se desea modelar está formado por un motor de corriente continua y su sistema de alimentación representado en la siguiente figura.



Para modelarlos, podemos considerar que está compuesto por dos partes:

- Una parte eléctrica formada por un variador que recibe un voltaje de entrada $e(t)$ y devuelve un voltaje amplificado $K_Ae(t)$, y un amplificador con una resistencia interna R_0. La parte eléctrica del motor (bobinado), por la que circula la intensidad $i(t)$, viene representada por una autoinductancia L y una resistencia R. Por último, podemos considerar que la caída de tensión debida al giro del motor es proporcional a la velocidad angular con la que gira el rotor: $\dot{\theta}$. La contante de proporcionalidad a depende de las características del motor. Si sumamos todas las caídas de tensión en el circuito:

$$L\frac{di(t)}{dt} + (R + R_0)i(t) + a\frac{d\theta(t)}{dt} = K_A e(t) \qquad (1)$$

- La parte mecánica la podemos asociar al momento de inercia del rotor, J, a la resistencia al giro ofrecida por el rozamiento, que consideraremos proporcional a la velocidad angular, a través de un coeficiente de rozamiento viscoso μ. El par ejercido por el motor, es proporcional a la intensidad que circula por el bobinado. La constante de proporcionalidad vuelve a ser la constante del motor a. Por útimo, podemos suponer que la carga que mueve el motor ejerce un par T_L:

$$J\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + \mu\frac{d\theta(t)}{dt} = ai(t) - T_L(t) \qquad (2)$$

Durante las simulaciones, se considerará que los parámetros del modelo toman los valores $K_A = 2$, $R = 1$, $R_0 = 9$, $L = 2$, $a = 4$, $J = 2$, $\nu = 1$.

Las tareas que los alumnos deben realizar en este bloque son:

Tarea 1: Describir el sistema completo mediante unas ecuaciones en variables de estado en las que $x_1(t) = \theta(t)$, $x_2(t) = \dot{\theta}(t)$, $x_3 = i(t)$. El sistema deberá tener como entradas el voltaje suministrado al variador $e(t)$ y el par de carga $T_L(t)$. Las variables de salida deberán ser la posición angular θ y velocidad $\dot{\theta}$ del motor.

Tarea 2: Analizar la estabilidad del sistema a partir de su representación en variables de estado (i.e. a partir del estudio de los autovalores de la matriz de transición de estados $\boldsymbol{A}$)

Tarea 3: Estudiar la evolución del sistema ante entradas nula ($e(t) = 0$ y $T_L(t) = 0$) para los conjuntos de condiciones iniciales recogidas en las filas de la siguiente tabla. Comparar y comentar, teniendo en cuenta el significado físico de cada estado, los resultados observados.

	$\theta(0)$	$\dot{\theta}(0)$	$i(0)$
Caso 1	0	0	0
Caso 2	10	0	0
Caso 3	-5	3	0
Caso 4	0	0	10
Caso 5	0	-3	2

Tarea 4: Simular el comportamiento del sistema cuando a partir de alguna de las condiciones iniciales no nulas de la tabla se le aplica una entrada escalón de magnitud 5 al voltaje $e(t)$ a un par de carga $T_L(t)$ de 2 unidades. ¿ Qué sucede si aumentamos o disminuimos la carga del motor ?

Tarea 5: Simular el comportamiento del sistema cuando a partir de alguna de las condiciones iniciales de la tabla se le aplica una entrada sinusoidal al voltaje $e(t)$ a un motor sin par de carga. ¿ Qué ocurre a diferentes frecuencias del sistema ?

Conversión entre representaciones

Simplificar el modelo en variables de estado, suponiendo que el par de carga es nulo ($T_L(t) = 0$) y que la única salida del sistema es la posición angular del motor $\theta(t)$. Con esta nueva representación en variables de estado:

Tarea 6: Obtener la función de transferencia del sistema $G(s)$ a partir de las matrices de la última representación en variables de estado, empleando para este fin cálculo simbólico y la función de conversión de Matlab. Comparar los resultados que se obtienen.

Tarea 7: Comprobar que los polos de la función de transferencia obtenida coinciden con los autovalores de la matriz $\boldsymbol{A}$ del último sistema descrito en variables de estado. Simular el comportamiento del sistema representado mediante la matriz de transferencia ante la entrada escalón de magnitud 5 en $e(t)$. Comparar el resultado obtenido con el resultado que se obtiene con la representación en variables de estado, ante las mismas entradas y las condiciones iniciales nulas.

Tarea 8: Obtener, a partir de la función de transferencia, las representaciones en variables de estado controlable y observable, y la que proporciona directamente Matlab. Simular el comportamiento de ambas representaciones ante las condiciones iniciales del quinto caso de la tarea 1. Comparar los resultados de las tres representaciones y la original, y explicar que sucede.

Tarea 9: Construir en Simulink un modelo gráfico explícito del sistema de la representación en variables de estado obtenida al inicio de esta sección. Obtener la respuesta para una entrada escalón de magnitud 5 en $e(t)$ y la última de las condiciones iniciales de la tabla. Analizar y explicar los resultados que se observan, de acuerdo con el sistema físico que se está estudiando.

Tarea 10: Construir en Simulink el modelo gráfico matricial del sistema de la representación en variables de estado original. Obtener la respuesta para una entrada escalón de magnitud 5 y la última de las condiciones iniciales de la tabla. Comparar los resultados obtenidos con el caso anterior.

Tarea 11: Simular el comportamiento del sistema mediante el integrador numérico (ode45). Observar el comportamiento para alguna de las condiciones iniciales de la tabla y una entrada que durante los 10 primeros segundos es un escalón nulo, durante los 20 segundos siguientes es una sinusoide de frecuencia 0.2 Hz y durante los últimos 5 segundos es una rampa de pendiente -5