

12. ECUACIONES ESCALARES NO AUTÓNOMAS: MÉTODOS CLÁSICOS DE INTEGRACIÓN

Separables

101.– Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales:

1. $t^2 \dot{x} = 1$
2. $\dot{x} = \frac{x^3}{t^2}$
3. $dx = e^{3t+2x} dt$
4. $(4x + xt^2)\dot{x} = 2t + tx^2$
5. $tx\dot{x} \ln t = (x + 1)^2$.

102.– Resolver los siguientes problemas de valor inicial:

1. $\text{sen } t(e^{-x} + 1) + (1 + \cos t)\dot{x} = 0, \quad x(0) = 0$
2. $x\dot{x} = 4t\sqrt{x^2 + 1}, \quad x(0) = 1$
3. $\dot{x} = 4(t^2 + 1), \quad x(0) = 3$
4. $t^2 dx + (tx - x)dt = 0, \quad x(-1) = -1$.

Exactas

103.– Determinar si las siguientes ecuaciones diferenciales son exactas, y si lo son, resolverlas.

1. $5t + 4x + (4t - 8x^3)\dot{x} = 0$
2. $(2x - \frac{1}{t} + \cos 3t)\dot{x} + \frac{x}{t^2} - 4t^3 + 3x \text{sen } 3t = 0$
3. $x \ln x - e^{-tx} + (\frac{1}{x} + t \ln x)\dot{x} = 0$
4. $(x^3 - x^2 \text{sen } t - t)dt + (3tx^2 + 2x \cos t)dx = 0$
5. $(e^x + 2tx \cosh t)\dot{x} + tx^2 \sinh t + x^2 \cosh t = 0$
6. $\frac{1}{t} + \frac{1}{t^2} - \frac{x}{t^2 + x^2} + (xe^x + \frac{t}{t^2 + x^2})\dot{x} = 0$.

104.– Resolver el siguiente problema de valor inicial:

$$x^2 \cos t - 3t^2 x - 2t + (2x \text{sen } t - t^3 + \ln x)\dot{x} = 0, \quad x(0) = e.$$

105.– Hallar el valor de k de modo que la ecuación diferencial siguiente sea exacta:

$$x^3 + ktx^4 - 2t + (3tx^2 + 20t^2 x^3)\dot{x} = 0.$$

Factores integrantes

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a background of a light blue and white starburst or sunburst pattern.

con ayuda del factor integrante $\mu(t, x) = tx$.

107.– Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales utilizando un factor integrante adecuado.

1. $2tx + (x^2 - 3t^2)\dot{x} = 0$
2. $tx - t^2\dot{x} = 0$
3. $tx^2 + t^2x^2 + 3 + t^2x\dot{x} = 0$
4. $x + tx^2 + (t - t^2x)\dot{x} = 0$

108.– Supongamos que la ecuación diferencial $e^t \sec x - \tan x + \dot{x} = 0$ tiene un factor integrante de la forma $e^{-at} \cos x$ para algún $a \in \mathbb{R}$. Determinar el valor de la constante a y resolver la ecuación diferencial.

109.– Suponer que la ecuación diferencial $f(t)\dot{x} + t^2 + x = 0$ tiene un factor integrante $\mu(t) = t$. Encontrar todas las posibles funciones $f(t)$.

110.– Hallar las condiciones que deben cumplir las funciones P y Q para que la ecuación diferencial $P(t, x)\dot{x} + Q(t, x) = 0$ admita un factor integrante que sea función de t^2x .

Homogéneas y otras

111.– Indicar si las siguientes funciones son homogéneas y de que grado:

1. $t^2 + 2tx - \frac{x^3}{t}$
2. $\frac{t^3x - t^2x^2}{t + 8x}$
3. $\cos \frac{t^2}{t+x}$
4. $\ln t^2 - 2 \ln x$
5. $(t^{-1} + x^{-1})^2$.

112.– Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales homogéneas:

1. $t - x + t\dot{x} = 0$
2. $t + (x - 2t)\dot{x} = 0$
3. $x^2 + tx - t^2\dot{x} = 0$
4. $-x + (t + \sqrt{tx})\dot{x} = 0$
5. $x + t \cot \frac{x}{t} - t\dot{x} = 0$.

113.– Resolver los siguientes problemas de valor inicial:

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a background of a blue and orange gradient with a subtle, abstract shape behind it.

114.– Dada la ecuación diferencial $P(t, x)dx + Q(t, x)dt = 0$, donde P y Q son funciones homogéneas del mismo grado, comprobar que $\mu(t, x) = 1/(tQ(t, x) + xP(t, x))$ es un factor integrante de dicha ecuación, supuesto que $xP(t, x) + tQ(t, x)$ no es cero. Estudia el caso en el que $xP(t, x) + tQ(t, x)$ sea idénticamente cero. Aplica este resultado a la resolución de la ecuación $(x^4 + t^4)dx - xt^3dt = 0$.

115.– Hallar la solución de las siguientes ecuaciones diferenciales, reduciéndolas a separables mediante un cambio de variable.

1. $\dot{x} = (t + x + 1)^2$
2. $\dot{x} = \tan^2(t + x)$
3. $\dot{x} = 2 + \sqrt{x - 2t + 3}$
4. $t + 2x + 3 + (2t + 4x - 1)\dot{x} = 0$

116.– Hallar la solución de las siguientes ecuaciones diferenciales utilizando un método adecuado.

1. $e^{\frac{t}{x}}(x - t)\dot{x} + x(1 + e^{\frac{t}{x}}) = 0$
2. $(t^2x - t)\dot{x} + 2t^2 + x = 0$
3. $e^x \sin t + \cos t(e^{2x} - x)\dot{x} = 0$
4. $2t\dot{x} = 4t^2 - 3x$
5. $(t + x) \sin x + (t \sin x + \cos x)\dot{x} = 0$
6. $3x + e^t + (3t + \cos x)\dot{x} = 0$
7. $(t - \sqrt{tx})\dot{x} = x$
8. $\dot{x} = e^t e^x - 1$
9. $(3t^2x - t)\dot{x} + 5tx^2 - 2x = 0$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70