

## 7. ECUACIONES LINEALES CON COEFICIENTES VARIABLES

55.– Encontrar la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales:

1.  $\dot{x} + x \cos t = 0$
2.  $t^2 \dot{x} + tx = 1$
3.  $(1 + t^2)\dot{x} + tx + t^3 + t = 0$ .

56.– Hallar la solución de los siguientes problemas de valor inicial:

1.  $\dot{x} + t\sqrt{1+t^2}x = 0$ ,  $x(0) = 1$
2.  $(1 + t^2)\dot{x} + 4tx = 1$ ,  $x(1) = 1/4$
3.  $(1 + t^2)\dot{x} + 2tx = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ; siendo  $f$  la función

$$f(t) = \begin{cases} t & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ -t & \text{si } t \geq 1. \end{cases}$$

57.– La ecuación diferencial

$$\dot{x} + P(t)x = f(t)x^n$$

se conoce con el nombre de *ecuación de Bernoulli*. Si  $n = 0$  o  $n = 1$  entonces dicha ecuación es lineal. Si  $n \neq 0$  y  $n \neq 1$ , demuestra que la substitución  $y = x^{1-n}$  la transforma en una ecuación diferencial lineal. Resolver la ecuación diferencial

$$t\dot{x} + x = t^2x^2$$

utilizando este método.

58.– Sea  $u(t)$  una función continua y derivable en  $\mathbb{R}^+$ , que satisface  $t\dot{u}(t) \leq u(t)$  para todo  $t > 0$ , con  $u(1) = 1$ . Probar que  $u(t)$  satisface  $u(t) \leq t$  para todo  $t > 1$ , y que  $\dot{u}(t) \leq 1$  para todo  $t > 1$ .

59.– Sea  $u(t)$  una función no negativa, continua y derivable en  $[t_0, t_1]$ , y que satisface  $\dot{u}(t) \leq a(t)u(t)$  para todo  $t \in [t_0, t_1]$ . Probar que si  $u(t)$  se anula en algún punto del intervalo  $[t_0, t_1]$  entonces  $u$  es la función nula a partir de dicho punto.

60.– Enunciar y demostrar resultados similares a la desigualdad de Gronwall que sean válidos para tiempos menores que el tiempo inicial.

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a background of a light blue and orange gradient.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70