

Ejercicios del tema 1

(1) Discute y resuelve por Gauss:

$$a) \begin{cases} 3x - y + z = 15 \\ x - y + z = 7 \\ x + 3y - z = 5 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x - z = 4 \\ y + z = 8 \\ 2x + y + z = 18 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x - y + z = 3 \\ 2y + 3z = 15 \\ 3x + y = 12 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x + y - z = 2 \\ y - z = -3 \\ -x + 3y + z = 10 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x + y = 14 \\ y + z = 10 \\ x + z = 8 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} x - y + z = 4 \\ x + y + 4z = 24 \\ 2x + 2y - z = 12 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} x - 4y - 2z = -18 \\ 3x - 5y + z = -5 \\ x - 3y - z = -5 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} 5x + 2y - 3z = 2 \\ 2x - 2y + 5z = 5 \\ 3x + 4y + 2z = -1 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} 2x + y + 3z = 0 \\ 2x + 3y + z = 0 \\ 3x + 2y + z = 0 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} 2x - y + 3z = 9 \\ 3x - 5y + z = -4 \\ 4x - 7y + z = -7 \end{cases}$$

$$k) \begin{cases} 5x + 2y - 3z = -2 \\ 2x - 2y + 5z = 0 \\ 3x + 4y + 2z = -10 \end{cases}$$

$$l) \begin{cases} 6x + 4y + 2z = 0 \\ 4x + 6y + 2z = 0 \\ 6x + 3y + 9z = 0 \end{cases}$$

$$m) \begin{cases} x + y + z + t = 6 \\ x - y + z - t = -2 \\ 3x - y + 3z - t = 2 \\ 7x - 5y + 7z - 5t = -6 \end{cases}$$

$$n) \begin{cases} x + y + z + t = 0 \\ x + z = 0 \\ x + 3y + z + 3t = 0 \\ x - y + z + t = 0 \end{cases}$$

$$o) \begin{cases} x - y + z - u + v = 0 \\ x + y + 2z + 2u - v = 0 \\ -x + 5y + z + 7u - 5v = 0 \end{cases}$$

$$p) \begin{cases} x - y + t = 0 \\ -x + 2y + z = 0 \\ y - 3z + 2t = 0 \end{cases}$$

(2) Dado el sistema

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 5 \\ 2x - 3y + z = 4 \end{cases}$$

- (a) Añade una ecuación lineal de modo que el sistema que resulte sea incompatible.
 (b) Añade una ecuación lineal de modo que el sistema de resulte sea compatible indeterminado.
 Resuelve el sistema formado.

(3) En los siguientes apartados se dan una serie de puntos del plano. Encuentra la función polinómica del grado que se indica, de modo que su grafica contenga a dichos puntos

- a) (1, 4) y (4, 7), $n = 1$
 b) (1, 4), (4, 7) y (5, 0), $n = 2$
 c) (1, 4), (4, 7), (5, 0) y (6, 1), $n = 3$
 d) (0, 0), (1, 4), (4, 7), (5, 0) y (6, 1), $n = 4$

(4) Calcula el valor de m para que el siguiente sistema tenga alguna solución distinta de la trivial

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

$$a) \begin{cases} x - 2y + z = 3 \\ 5x - 5y + 2z = m \end{cases} \quad b) \begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ 3x + 4y - 2z = -3 \end{cases}$$



(6) Para las siguientes matrices, calcula su forma normal de Hermite por filas y su rango:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & 5 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

(7) Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & -2 & 0 \end{pmatrix},$$

efectúa las operaciones: $A \cdot B$, $(\frac{1}{2}A) \cdot (-4B)$, AA^t , B^tB . ¿Se puede calcular $A + B$ o $B \cdot A$?

(8) Sean A y B dos matrices cuadradas del mismo orden. ¿Son ciertas las siguientes igualdades? En caso de que no lo sean, ¿para qué pares de matrices A y B sí lo serían?

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & (A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2 \\ \text{(ii)} \quad & (A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2 \\ \text{(iii)} \quad & (A + B)(A - B) = A^2 - B^2 \end{aligned}$$

(9) Resuelve la ecuación en X , $AX - 2B + C = D$, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

(10) Halla todas las matrices que conmuten con la matriz B del ejercicio anterior.

(11) Resuelve por Gauss el sistema de matrices

$$\begin{cases} X + 3Y = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \\ 3X - 2Y = \begin{pmatrix} -2 & -7 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \end{cases}$$

(12) Calcula la matriz A^n , con $n \in \mathbf{N}$, siendo:

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \text{b) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{c) } A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad \text{d) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (15) Halla, si es posible, la inversa de las matrices utilizando la definición y usando el método de Gauss:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 5 & -10 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

- (16) Determina cuáles de las siguientes matrices son regulares y calcula, por Gauss, la inversa de las que lo sean:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ -2 & -4 & -6 & -8 \\ -5 & -6 & -7 & -8 \end{pmatrix}.$$

- (17) Calcula el rango de las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 1 \\ 5 & 4 & 1 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 2 & 0 \\ 7 & 2 & 3 & 5 & 2 \\ 7 & 7 & 7 & -3 & -7 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & -1 & 6 \end{pmatrix}.$$

- (18) Una industria produce tres productos X , Y y Z , utilizando dos tipos de materias primas, S y T . Para la manufactura de cada kilo de X se usa 1 gramo de S y 2 gramos de T , para cada kilo de Y , 1 gramo de S y 1 gramo de T y, para cada kilo de Z , 1 gramo de S y 4 gramos de T . El precio de venta del kilo de cada uno de los productos X , Y y Z es 2, 3 y 5 euros respectivamente. Con la venta de toda la producción de X , Y y Z fabricada con 1 kilo de S y 2 kilos de T , la industria recaudó 2500 euros. ¿Cuántos kilos de cada uno de los productos X , Y y Z se vendieron?

- (19) Tres productos X , Y y Z tiene los siguientes porcentajes de hierro, cinc y cobre:

	Fe	Zn	Cu
X	50	30	20
Y	40	30	30
Z	30	70	0

¿Cuánto de cada producto debe combinarse para obtener un nuevo producto que contenga 44% de hierro, 38% de cinc y 18% de cobre?

- (20) Sean $(x_n)_{n \in \mathbf{N}}$ e $(y_n)_{n \in \mathbf{N}}$ dos sucesiones de números reales tales que

$$x_{n+1} = x_n + y_n, \quad y_{n+1} = -2x_n + 3y_n$$

para cada $n \in \mathbf{N}$. Partiendo de los datos iniciales $x_1 = 2, y_1 = 4$, calcula los primeros valores de la sucesión.

- (21) Consideramos cierto grupo de población que está sufriendo una epidemia. En un día dado, una

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

- (b) Si cierto día el porcentaje de población enferma es el 20%, ¿cuál será el porcentaje de enfermos al día siguiente? ¿y al cabo de dos días?