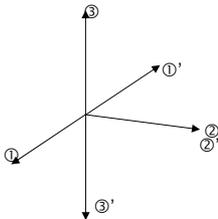


## Problema 08\_06\_08

### Deducir la estructura de la matriz de módulos piezoeléctricos para la clase cristalográfica 2 (monoclínica)

La clase 2 tiene como único elemento de simetría un eje binario paralelo a la dirección ②. Es decir, es invariante respecto a la transformación:  $x_1 \rightarrow -x_1$   $x_2 \rightarrow x_2$   $x_3 \rightarrow -x_3$

Y los elementos de la matriz de transformación son:

$$\begin{matrix} l_{11} = -1 & l_{12} = 0 & l_{13} = 0 \\ l_{21} = 0 & l_{22} = 1 & l_{23} = 0 \\ l_{31} = 0 & l_{32} = 0 & l_{33} = -1 \end{matrix}$$


Aplicando la ley de transformación:

$$d'_{ijk} = l_{im} l_{jn} l_{kp} d_{mnp}$$

a cada uno de los elementos (recordando que el tensor de módulos piezoeléctricos es simétrico en los dos últimos índices) aquellos que cambien de signo serán nulos porque la operación de simetría debe dejarlo invariante, lo cual sólo es compatible con un cambio de signo si el elemento es nulo (mismo argumento que en el problema 08\_06\_05).

De los 27 términos de la triple suma (hay tres índices repetidos) todos los que contengan cosenos directores con índices diferentes serán cero. Se observa que el único término restante será distinto de cero sólo si contiene  $l_{22}$  exactamente una vez o tres veces.

$$d'_{111} = l_{1m} l_{1n} l_{1p} d_{mnp} = l_{11} l_{11} l_{11} d_{111}$$

$$+ l_{11} l_{11} l_{12} d_{112} + l_{11} l_{11} l_{13} d_{113} + l_{11} l_{12} l_{11} d_{121} + l_{11} l_{13} l_{11} d_{131} + l_{12} l_{11} l_{11} d_{211} + l_{13} l_{11} l_{11} d_{311} + \dots = -d_{111} \Rightarrow d_{111} = 0$$

estos 26 términos son 0 porque contienen factores  $l_{ij}$  con  $i \neq j$



## Problema 08\_06\_08

Procediendo de igual manera con todos los elementos, los únicos que no se anulan son:

$$d_{112}, d_{121}, d_{123}, d_{132},$$

$$d_{211}, d_{213}, d_{222}, d_{231}, d_{233}, \quad \text{es decir, en notación de Voigt: } d_{16}, d_{14}, d_{21}, d_{25}, d_{22}, d_{23}, d_{36}, d_{34}$$

$$d_{312}, d_{321}, d_{323}, d_{332}$$

Con lo cual, la estructura de la matriz de módulos piezoeléctricos para la clase 2 debe ser:  
(comparar con la de las tablas en 08\_01\_01)

$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

Las estructuras de los módulos piezoeléctricos y de las matrices de complianza y rigidez para el resto de las clases cristalográficas se obtienen por argumentos análogos.

Es evidente que la estructura obtenida depende de la orientación del eje binario de simetría (en general, de los elementos de simetría) respecto a los ejes. De aquí la importancia de orientar siempre el material del modo



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**