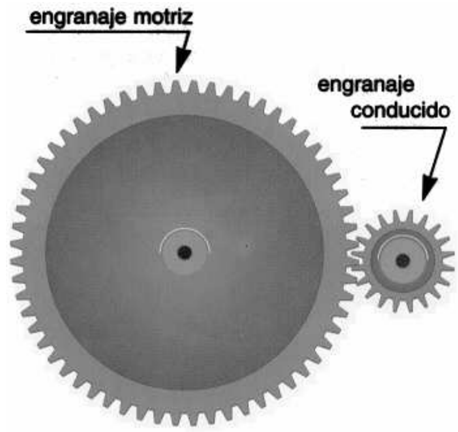
EJERCICIO RESUELTO. ENGRANAJES ACOPLADOS



1.- Supongamos que en la figura adjunta, el engranaje conducido tiene 20 dientes y el engranaje motriz 60 dientes. Si el engranaje motriz gira a 1200 rpm, averiguar:

a) ¿A qué velocidad expresada en rpm gira el engranaje conducido?

b) ¿Cuántas vueltas tiene que dar el engranaje motriz para que el engranaje conducido gire 12 vueltas?

c) ¿Cuántos dientes debería tener el engranaje conducido para que cuando el engranaje motriz girara 1 vuelta, el conducido girara 5 vueltas?

Solución

La fórmula de los engranajes es: $\omega_M \cdot Z_M = \omega_C \cdot Z_C$

Los datos del problema son: Z_M = 60 dientes, Z_C = 20 dientes, ω_M = 1200 rpm

a) Nos piden ω_C. Despejamos:

$$\omega_C = \frac{\omega_M \cdot Z_M}{Z_C} = \frac{1200 \cdot 60}{20} = 3600\ rpm$$

b) Podemos aplicar la misma fórmula anterior para el número de vueltas Nv. Es decir:

$$Nv_M \cdot Z_M = Nv_C \cdot Z_C$$

Nos piden Nv_M. Despejamos:

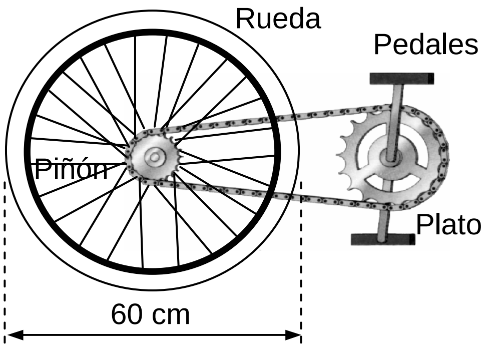
$$Nv_M = \frac{Nv_C \cdot Z_C}{Z_M} = \frac{12 \cdot 20}{60} = 4\ vueltas$$

c) Ahora cambiamos el número de dientes del engranaje conducido, Z_C (o sea, ya no es 20 como en los apartados anteriores), y nos piden que lo calculemos. Los datos de este apartado son: Nv_M = 1, Nv_C = 5 y Z_M = 60 dientes (pues el engranaje motriz sigue siendo el mismo). Usamos la misma fórmula anterior y despejamos Z_C.

$$Z_C = \frac{Nv_M \cdot Z_M}{Nv_C} = \frac{1 \cdot 60}{5} = 12\ dientes$$

EJERCICIO RESUELTO. PIÑONES Y CADENA

2.- La figura representa una bicicleta. El plato tiene 50 dientes y el piñón 20 dientes. El diámetro de la rueda es de 60 cm. El ciclista pedalea a razón de 50 rpm. Calcular:



a) La velocidad a la que gira la rueda expresada en rpm.
b) La distancia que recorre la bicicleta en 6 minutoS. Recuerda que el perímetro de una circunferencia es: perímetro = π · diámetro.
c) La velocidad de la bicicleta en carretera expresada en km/hora.
d) ¿Cuánto tiempo tardará en llegar desde Bellavista al centro de Sevilla si la distancia es de 9 km?

Solución

Llamaremos engranaje 1 al plato (acoplado a los pedales) y engranaje 2 al piñón (acoplado a la rueda). La fórmula para los engranajes es: $\omega_1 \cdot Z_1 = \omega_2 \cdot Z_2$

Los datos de este problema son: Z_1 = 50 dientes, Z_2 = 20 dientes, ω_1 = 50 rpm, D_R = 60 cm (diámetro de la rueda).

a) Nos piden ω_2. Despejamos: $\omega_2 = \dfrac{\omega_1 \cdot Z_1}{Z_2} = \dfrac{50 \cdot 50}{20} = 125\ rpm$

b) Para resolver este apartado hemos de tener en cuenta que cuando un elemento circular que rueda por el suelo (como es el caso de una rueda) da una vuelta, se desplaza una distancia igual a su perímetro. Nos han enseñado en Matemáticas que el perímetro de una circunferencia es "pi" por el diámetro.

$$Perímetro = \pi \cdot D$$

En nuestro caso:

$Perímetro = \pi \cdot D = \pi \cdot 60 = 188{,}5\ cm$ es la distancia recorrida en una vuelta de la rueda

Lo que necesitamos conocer es cuántas vueltas da la rueda en 6 minutos. Pero esto es fácil pues hemos calculado en el apartado "a" que la rueda gira a 125 rpm, que es lo mismo que decir que da 125 vueltas en un minuto (recuerda que rpm significa revoluciones por minuto). Por tanto, en 6 minutos dará 125 · 6 = 750 vueltas

Distancia recorrida en 6 minutos $= 750 \cdot Perímetro = 1750 \cdot 188{,}5 = 141375\ cm = 1413{,}75\ m$

c) Nos piden la velocidad lineal de la bicicleta. Sabemos que la bicicleta recorre 1413,75 m en 6 minutos. Como la velocidad es igual al espacio dividido por el tiempo, tenemos:

$$v = \frac{e}{t} = \frac{1413{,}75\ m}{6\ min} \times \frac{60\ min}{1\ h} \times \frac{1\ km}{1000\ m} = 14{,}14\ \frac{km}{h}$$

d) Nos piden el tiempo en recorrer una distancia (espacio). Conocemos dicha distancia y la velocidad que acabamos de calcular. Por tanto, despejamos:

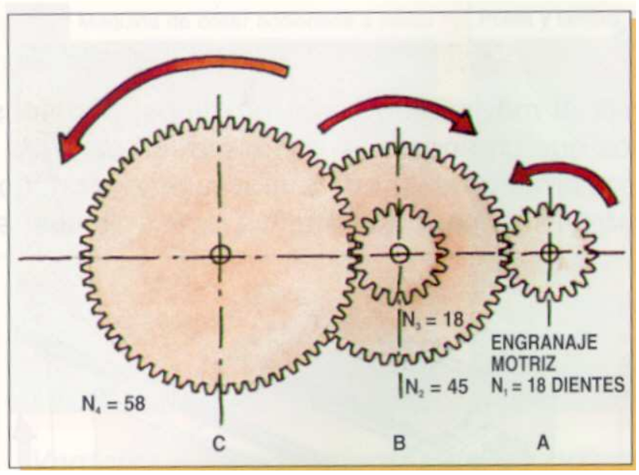
$$t = \frac{e}{v} = \frac{9\ km}{14{,}14\ \frac{km}{h}} = 0{,}64\ horas$$

EJERCICIO RESUELTO. TREN DE ENGRANAJES

3.- En la figura se representa un tren de engranajes. El engranaje del eje motriz A, tiene 18 dientes. En el eje intermedio B hay montado un engranaje doble de 45 y 18 dientes. En el eje de salida C hay un engranaje de 58 dientes.

a) Si el eje motriz gira a 1000 rpm, ¿a qué velocidad gira el eje de salida?

b) ¿Cuántas vueltas da el eje C por cada 100 vueltas del eje A?



__Solución__

Los datos son: Z_A = 18 dientes, Z_{B1} = 45 dientes, Z_{B2} = 18 dientes, Z_C = 58 dientes y ω_A = 1000 rpm.

La fórmula de los engranajes acoplados es: $\omega_1 \cdot Z_1 = \omega_2 \cdot Z_2$. Ahora bien, tenemos que aplicarla con cuidado. En el acoplamiento entre el eje A y el eje B, hay que considerar el engranaje A y el engranaje B_1 (45 dientes), mientras que en el acoplamiento del eje B con el eje C hay que considerar el engranaje B_2 (18 dientes) y el engranaje C. Los engranajes B_1 y B_2 están pegados formando un engranaje doble, por lo que se mueven ambos a la misma velocidad.

a) Antes de calcular la velocidad de giro del eje de salida C, vamos a calcular la del eje intermedio B. Aplicamos la fórmula entre los engranajes A y B_1:

$$\omega_A \cdot Z_A = \omega_B \cdot Z_{B1}$$

Despejamos ω_B:

$$\omega_B = \frac{\omega_A \cdot Z_A}{Z_{B1}} = \frac{1000 \cdot 18}{45} = 400\ rpm$$

Aplicamos ahora la fórmula entre los engranajes B_2 y C:

$$\omega_B \cdot Z_{B2} = \omega_C \cdot Z_C$$

Despejamos ω_C:

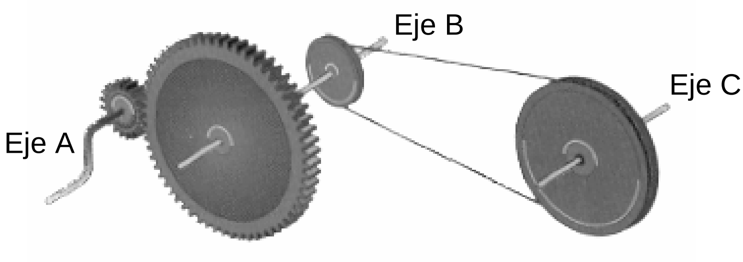
$$\omega_C = \frac{\omega_B \cdot Z_{B2}}{Z_C} = \frac{400 \cdot 18}{58} = 124{,}14\ rpm$$

b) Ahora ya podemos aplicar una regla de tres directa. Si cuando el engranaje A gira a 1000 rpm el engranaje C gira a 124,14 rpm, cuando el engranaje A da 10 vueltas, el engranaje C dará x vueltas.

__Engranaje A__		__Engranaje C__
1000 rpm	→	124,14 rpm
100 vueltas	→	x vueltas

$$x = \frac{100 \cdot 124{,}14}{1000} = 12{,}4\ vueltas$$

EJERCICIO RESUELTO. TREN DE MECANISMOS COMBINADO: ENGRANAJES Y POLEAS



4.- En la figura se representa un tren de mecanismos en el que participan engranajes y poleas. El eje motriz A, que es el que tiene la manivela, lleva acoplado un engranaje de 10 dientes. Hay un eje intermedio B, donde se montan un engranaje de 60 dientes y una polea cuyo diámetro se pide calcular. El eje de salida C lleva acoplada una polea de 35 cm de diámetro. Se pide:

a) ¿Qué diámetro debe tener la polea pequeña (la del eje B) para que el eje de salida gire a 1 rpm cuando la manivela gire a 30 rpm ?

b) ¿Cuántas vueltas da el eje B cuando el eje C gira 10 vueltas.

Solución

Los datos del problema son: Z_A = 10 dientes, Z_B = 60 dientes, D_C = 35 cm, ω_A = 30 rpm, ω_C = 1 rpm.

a) Nos piden D_B.

Los ejes A y B están acoplados a través de engranajes y los ejes B y C a través de poleas.

Vamos a calcular primero la velocidad de giro del eje B. Aplicamos la fórmula de los engranajes acoplados a los ejes A y B: $\omega_A \cdot Z_A = \omega_B \cdot Z_B$

Despejamos ω_B:

$$\omega_B = \frac{\omega_A \cdot Z_A}{Z_B} = \frac{30 \cdot 10}{60} = 5\ rpm$$

Ahora aplicamos la fórmula de las poleas enlazadas a los ejes B y C: $\omega_B \cdot D_B = \omega_C \cdot D_C$

Despejamos D_B:

$$D_B = \frac{\omega_C \cdot D_C}{\omega_B} = \frac{1 \cdot 35}{5} = 7\ cm$$

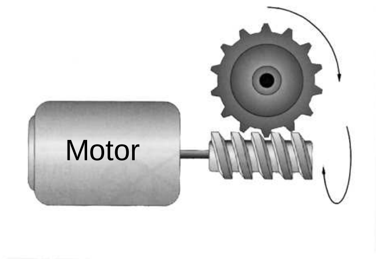
b) Aplicamos la fórmula de las poleas enlazadas al número de vueltas (en vez de a la velocidad).

$$Nv_B \cdot D_B = Nv_C \cdot D_C$$

Nos piden Nv_B. Despejamos:

$$Nv_B = \frac{Nv_C \cdot D_C}{D_B} = \frac{10 \cdot 35}{7} = 50\ vueltas$$

EJERCICIO RESUELTO. TORNILLO SIN FIN - ENGRANAJE



5.- En el mecanismo de tornillo sin fin con engranaje de la figura, el engranaje tiene 14 dientes. Se pide:

a) ¿A qué velocidad gira el engranaje cuando el motor gira a 3000 rpm?

b) ¿Cuántos dientes debería tener el engranaje, para que cuando el motor girara a 3000 rpm, el eje en el que va montado dicho engranaje girara a razón de 100 rpm?

<u>Solución</u>

a) Un tornillo sin fin es realmente un engranaje con un único diente. Podemos aplicar la fórmula de los engranajes. Llamaremos engranaje A al tornillo sin fin y engranaje B al engranaje de 14 dientes.

$$\omega_A \cdot Z_A = \omega_B \cdot Z_B$$

Los datos del problema son: Z_A = 1 diente, Z_B = 14 dientes,, ω_A = 3000 rpm. Nos piden ω_B .

Despejamos:

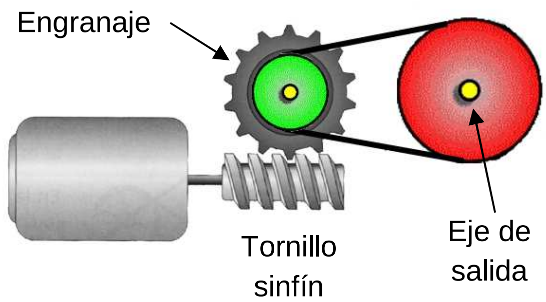
$$\omega_B = \frac{\omega_A \cdot Z_A}{Z_B} = \frac{3000 \cdot 1}{14} = 214{,}3\ rpm$$

b) Cuidado, ahora cambian los datos. El engranaje B ya no tiene 14 dientes y nos piden cuántos debería tener; o sea Z_B es la incógnita. Por otra parte, nos dicen que con el nuevo engranaje la velocidad del eje B debe ser ω_B = 100 rpm. O sea, no el dato obtenido en el apartado “b”. En cuanto a la velocidad del motor sigue siendo la misma ω_A = 3000 rpm. Aplicamos la fórmula de antes pero ahora despejamos Z_B.

$$Z_B = \frac{\omega_A \cdot Z_A}{\omega_B} = \frac{3000 \cdot 1}{100} = 30\ dientes$$

EJERCICIO RESUELTO. COMBINACIÓN TORNILLO SIN FIN – ENGRANAJE - POLEAS

6.- La figura representa un motor que hace girar un tornillo sinfín, que a su vez hace girar a un engranaje. La polea que va montada sobre el eje de dicho engranaje tiene un diámetro de 6 cm y la polea que está montada sobre el eje de salida tiene un diámetro de 30 cm. Si el motor gira a 1500 rpm. ¿Cuántos dientes tendría que tener el engranaje para que el eje de salida girase a 25 rpm?



<u>Solución</u>

Llamamos engranaje A al tornillo sin fin. Engranaje B al engranaje, polea B a la pequeña y polea C al la grande que va sobre el eje de salida. Los datos son: Z_A = 1 diente, D_B = 6 cm, ω_A = 1500 rpm, ω_C = 25 rpm, D_C = 30 cm. Nos piden Z_B.

Aplicamos la fórmula de las poleas enlazadas entre el eje B y el C: $\omega_B \cdot D_B = \omega_C \cdot D_C$

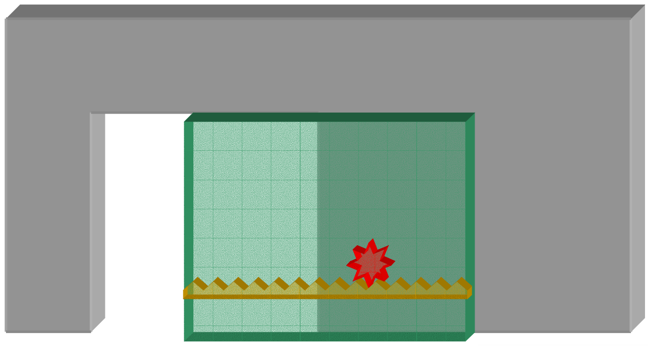
Despejamos ω_B: $$\omega_B = \frac{\omega_C \cdot D_C}{D_B} = \frac{25 \cdot 30}{6} = 125\ rpm$$

Aplicamos la fórmula de los engranajes a los ejes A y B: $\omega_A \cdot Z_A = \omega_B \cdot Z_B$

Despejamos Z_B: $$Z_B = \frac{\omega_A \cdot Z_A}{\omega_B} = \frac{1500 \cdot 1}{125} = 12\ dientes$$

EJERCICIO RESUELTO. MECANISMO DE PIÑÓN Y CREMALLERA

7.- Tenemos una puerta corredera de garaje movida por un motor con mecanismo piñón-cremallera. El piñón tiene 10 dientes y es movido por un motor. La cremallera tiene 2 dientes por cada 5 cm. Para abrirse la puerta debe desplazarse 3 m. Calcular:



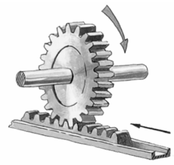
a) ¿Cuántas vueltas debe dar el piñón para abrir la puerta?

b) Si el motor gira a 24 rpm ¿Cuánto tiempo tarda en abrirse la puerta?

c) ¿A qué velocidad se desplaza la puerta expresada en metros/minuto?

<u>Solución</u>

Para solucionar los problemas de piñón y cremallera lo que tenemos que tener presente es que por cada vuelta del piñón, la cremallera avanza tantos dientes como dientes tenga el piñón.



a) Veamos cuantos dientes hay en 3 m de cremallera. Usamos regla de tres directa:

5 cm ⟶ 2 dientes
300 cm ⟶ x dientes

$$x = \frac{300 \cdot 2}{5} = 120 \; dientes$$

Para calcular cuántas vueltas del piñón se necesitan para avanzar 120 dientes, hacemos otra regla de tres directa:

1 vuelta ⟶ 10 dientes
x vueltas ⟶ 120 dientes

$$x = \frac{1 \cdot 120}{10} = 12 \; vueltas$$

b) Si el motor que mueve al piñón gira a 24 rpm, quiere decir que da 24 vueltas en un minuto. Aplicamos otra regla de tres directa:

24 vueltas ⟶ 1 minuto
12 vueltas ⟶ x minutos

$$x = \frac{1 \cdot 12}{24} = 0{,}5 \; minutos$$

c) La puerta se desplaza 3 m en 0,5 minutos. Como la velocidad lineal es igual a espacio entre tiempo:

$$v = \frac{e}{t} = \frac{3\,m}{0{,}5\,min} = 6\frac{m}{min}$$

EJERCICIO RESUELTO. MECANISMO DE TORNILLO-TUERCA

8.- Si el paso de rosca del tornillo de un taburete es de 3,2 mm. ¿Cuántas vueltas hay que darle al asiento para que suba 10 cm?

<u>Solución</u>

Para resolver los problemas de tornillo-tuerca, tenemos en cuenta que por cada vuelta del tornillo, éste avaza una longitud igual al paso de rosca. Aplicamos una regla de tres directa:

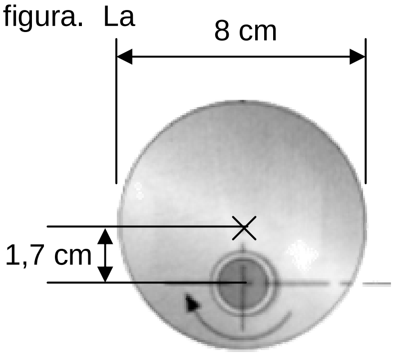
1 vuelta ⟶ 3,2 mm
x vueltas ⟶ 100 mm

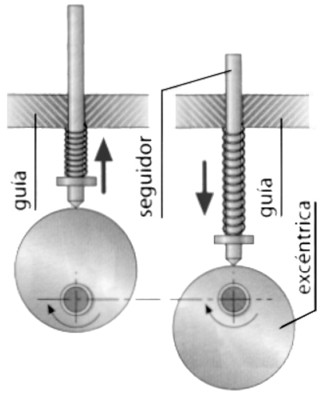
$$x = \frac{1 \cdot 100}{3{,}2} = 31{,}25 \; vueltas$$

EJERCICIO RESUELTO. MECANISMO DE EXCÉNTRICA-SEGUIDOR

9.- En la figura se tiene un mecanismo de excéntrica y seguidor. Sus medidas se indican en la figura. La excéntrica gira a 120 rpm. Se pide:

a) ¿Qué distancia habrá entre la posición más alta y la más baja del seguidor?
b) ¿Cuántas veces sube el seguidor cada segundo?





Solución

Para resolver los problemas de excéntricas y de levas, hay que tener en cuenta que el desplazamiento del seguidor es igual a la diferencia entre la distancia mayor y la distancia menor del eje de giro a la periferia de la excéntrica o de la leva.

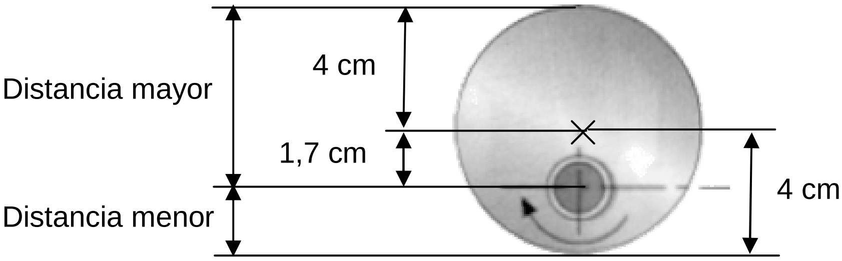
a) Como el diámetro de la excéntrica es 8 cm, su radio es 4 cm.

De la figura adjunta se deduce fácilmente que:

Distancia mayor = 4 + 1,7 = 5,7 cm

Distancia menor = 4 – 1,7 = 2,3 cm

Por tanto:

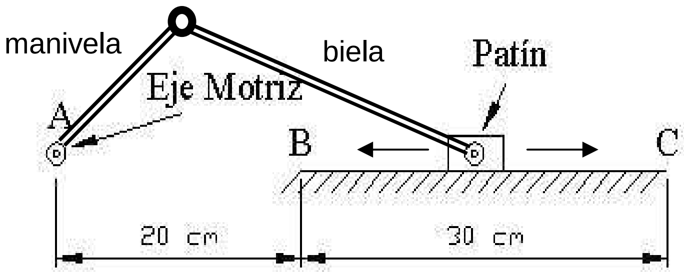


Desplazamiento de seguidor = Distancia mayor – Distancia menor = 5,7 – 2,3 = 3,4 cm

b) El seguidor sube una vez por cada vuelta de la excéntrica. Como ésta da 120 vueltas en un mínuto, dará 2 vueltas en 1 segundo (120/60 = 2). Por tanto el seguidor sube 2 veces cada segundo.

EJERCICIO RESUELTO. MECANISMO DE BIELA Y MANIVELA

10.- Queremos que el patín de la figura se desplace en movimiento rectilíneo alternativo entre los puntos B y C. En el punto A se dispone de un eje motriz al que conectaremos la manivela. Calcular las longitudes de la manivela y de la biela que hay que colocar.



Solución

Para resolver los problemas de biela-manivela, tenemos que tener en cuenta que el desplazamiento del patín (que va en el extremo de la biela) se desplaza siempre una distancia igual al doble de la longitud de la manivela.

Como se aprecia en la figura, el desplazamiento del patín entre los puntos B y C debe ser 30 cm, por lo que la longitud de la manivela es 30 / 2 = 15 cm.

Por otro lado, si extendemos el mecanismo al máximo hasta que el patín llegue al punto C, observamos que la distancia desde el punto A al C es de 20 + 30 = 50 cm, que es lo que tienen que sumar las longitudes de la manivela y de la biela, por lo que la biela de medir 50 – 15 = 35 cm.

Solución: medida de la manivela = 15 cm medida de la biela = 25 cm