

ANÁLISIS DE CIRCUITOS

GRADO EN ELECTRÓNICA Y AUTOMÁTICA INDUSTRIAL

CURSO 2011-12

TEMA 3. SISTEMAS TRIFÁSICOS
PARTE I

Profesor: Francisco J. Cabello Albalá
Despacho: S333
Email: fjavier.cabello@uah.es

TEMA 3. SISTEMAS TRIFÁSICOS

3.1 Generadores trifásicos

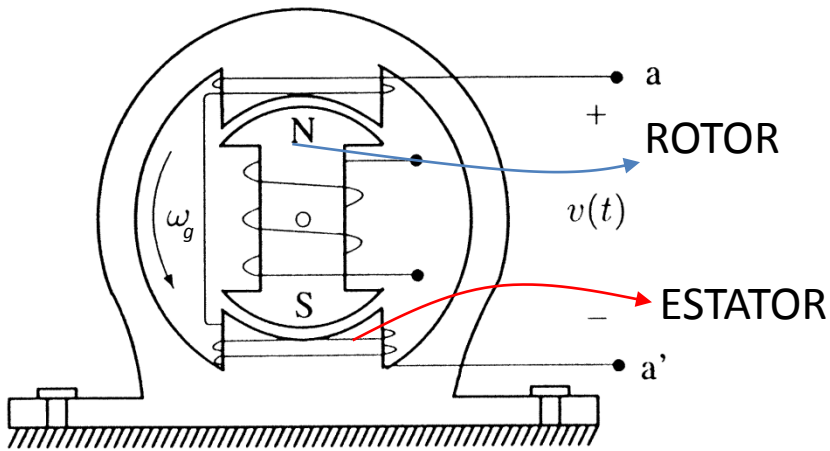
3.2 Sistemas trifásicos equilibrados

3.3 Potencia en sistemas trifásicos equilibrados. Medida de potencia

3.4 Análisis de sistemas desequilibrados

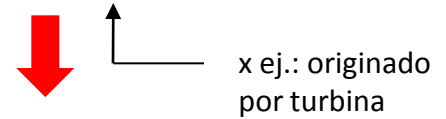
3.1 GENERADORES TRIFÁSICOS

GENERADOR ELÉCTRICO (ALTERNADOR) MONOFÁSICO



$$e_A(t) = E_o \cdot \text{sen} \omega_e t$$

Imanes permanentes o electroimanes
↓
Campo magnético constante dispuesto sobre un elemento giratorio (ROTOR, ω_g)

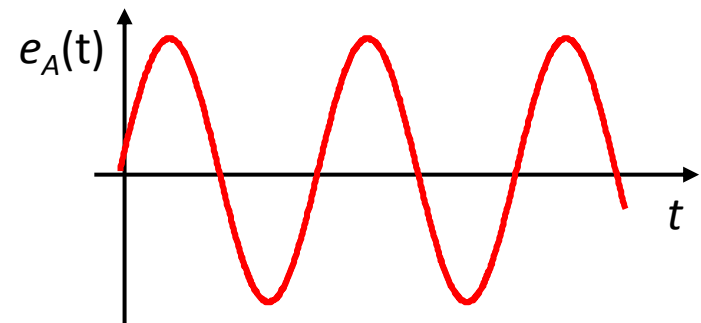


Campo variable (sinusoidal) visto desde el ESTATOR

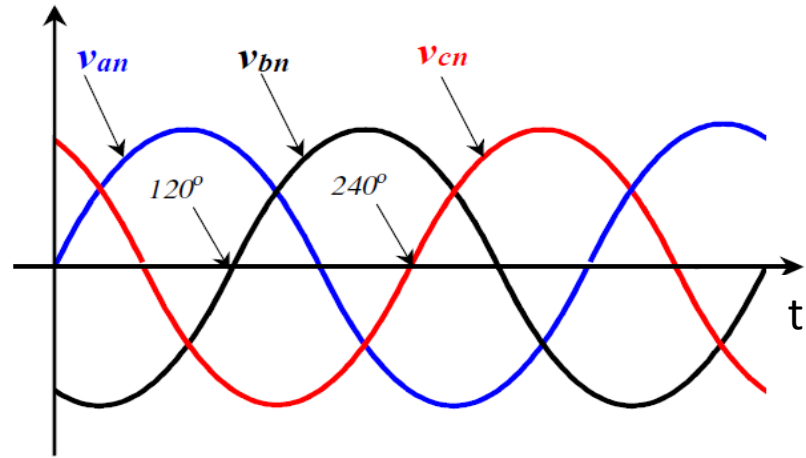
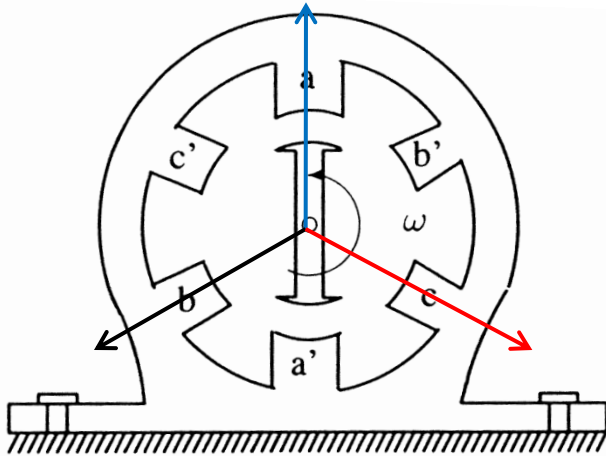


Se induce una fuerza electromotriz en la bobina del ESTATOR (Ley de Faraday), con pulsación eléctrica $\omega_e = p \cdot \omega_g$

(p: nº pares de polos del rotor)



GENERADOR ELÉCTRICO (ALTERNADOR) TRIFÁSICO



[Ver animación](#)

Si se disponen 3 bobinas en el estator de forma simétrica tendremos el
ALTERNADOR TRIFÁSICO



Si el ROTOR es simétrico y si todas las bobinas del estator son iguales y están igualmente separadas, las f.e.m inducidas forman un SISTEMA TRIFÁSICO DE TENSIONES EQUILIBRADO.

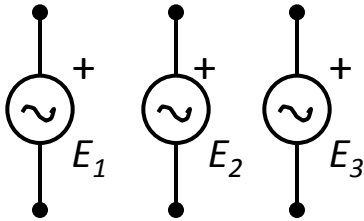
SISTEMA TRIFÁSICO DE FUENTES DE TENSIÓN EQUILIBRADO

→ Igual amplitud (y valor eficaz) en todas las fases

→ Desfase de 120° ($360^\circ/3$, $2\pi/3$) entre fases sucesivas

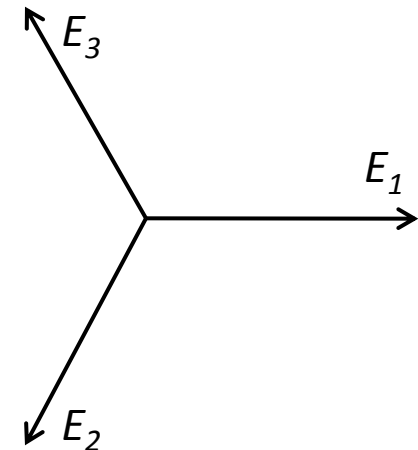
$$\begin{cases} e_1(t) = E_o \cdot \text{sen} \omega_e t \\ e_2(t) = E_o \cdot \text{sen}(\omega_e t - 120^\circ) \\ e_3(t) = E_o \cdot \text{sen}(\omega_e t - 240^\circ) = E_o \cdot \text{sen}(\omega_e t + 120^\circ) \end{cases}$$

En TRIFÁSICA se trabaja siempre en fasores y VALORES EFICACES:



$$\begin{cases} E_1 = E \angle 0^\circ \\ E_2 = E \angle -120^\circ \\ E_3 = E \angle +120^\circ \end{cases}$$

$$E = \frac{E_o}{\sqrt{2}}$$



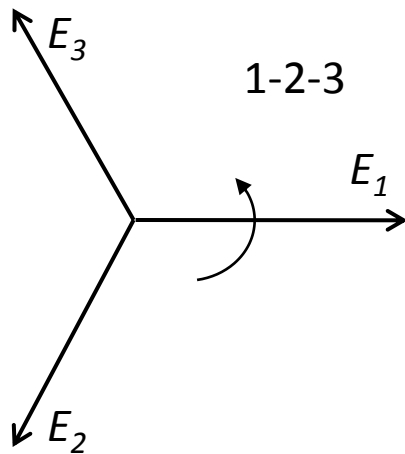
En todo sistema equilibrado, se cumple:

$$E_1 + E_2 + E_3 = 0 \text{ (suma vectorial)}$$

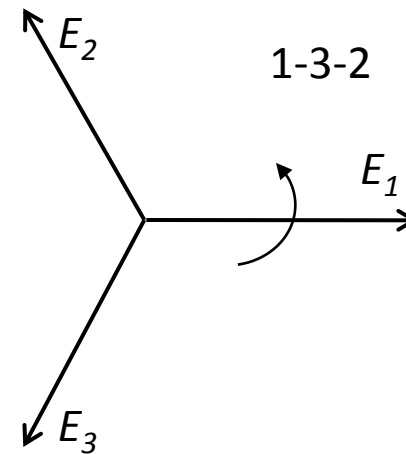
DEFINICIÓN de FASE. SECUENCIA de FASE

FASE: cada una de las partes de un circuito en que se genera, se transmite o se utiliza una de las tensiones del sistema.

SECUENCIA DE FASES: orden en que se suceden las diferentes tensiones (fasores giratorios)



Secuencia positiva o directa



Secuencia negativa o inversa

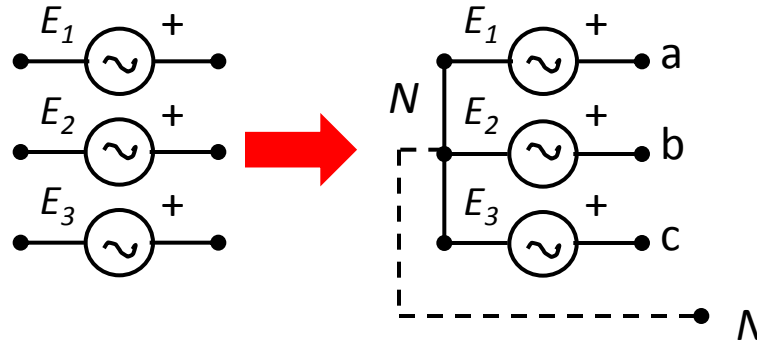
La secuencia de fases depende del sentido de rotación del rotor del alternador y del orden de conexión interno.

CONEXIÓN DE FUENTES EN ESTRELLA Y TRIÁNGULO

A) Conexión de fuentes en estrella (Y)

Se conectan los terminales de la misma polaridad (negativa) a un punto común → PUNTO NEUTRO:

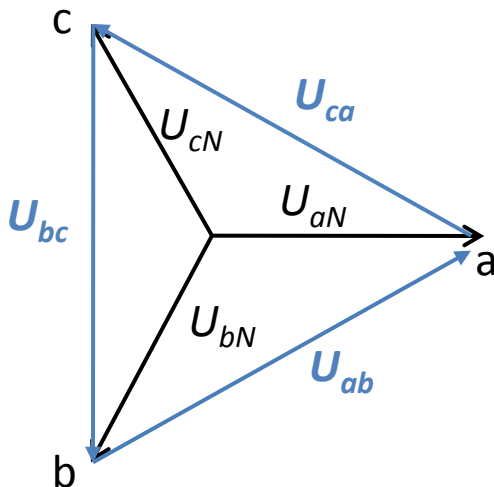
$$\begin{cases} E_1 = E \angle 0^\circ \\ E_2 = E \angle -120^\circ \\ E_3 = E \angle +120^\circ \end{cases}$$



FUENTE TRIFÁSICA IDEAL en conexión ESTRELLA



- 3 hilos (sin hilo neutro)
- 4 hilos (con hilo neutro)

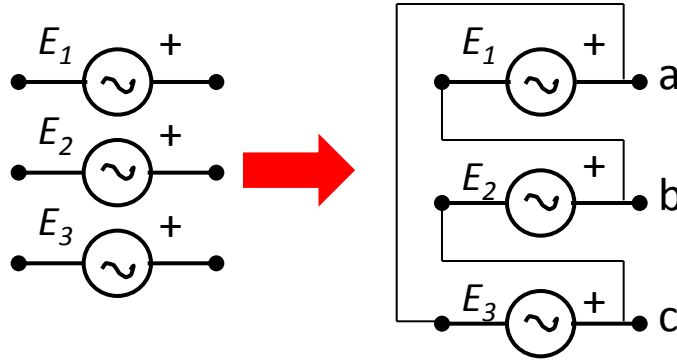


$$\begin{cases} U_{ab} = U_{aN} - U_{bN} = E_1 - E_2 = E \cdot (\sqrt{3} \angle_{30^\circ}) = U_{aN} \cdot (\sqrt{3} \angle_{30^\circ}) \\ U_{bc} = U_{bN} - U_{cN} = E_2 - E_3 = E \cdot (\sqrt{3} \angle_{-90^\circ}) = U_{bN} \cdot (\sqrt{3} \angle_{30^\circ}) \\ U_{ca} = U_{cN} - U_{aN} = E_3 - E_1 = E \cdot (\sqrt{3} \angle_{150^\circ}) = U_{cN} \cdot (\sqrt{3} \angle_{30^\circ}) \end{cases}$$

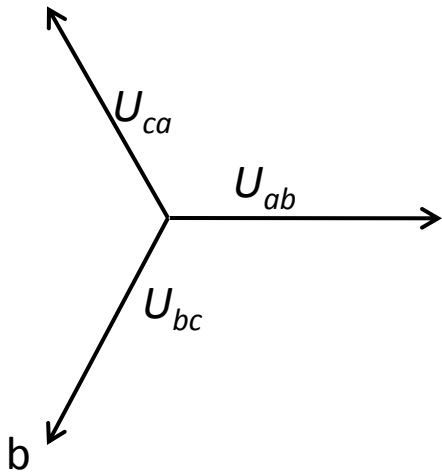
B) Conexión de fuentes en triángulo (Delta D)

Se conectan los terminales de diferente polaridad de forma sucesiva:

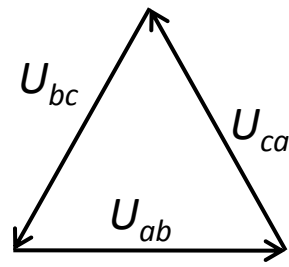
$$\begin{cases} E_1 = E \angle 0^\circ \\ E_2 = E \angle -120^\circ \\ E_3 = E \angle +120^\circ \end{cases}$$



FUENTE TRIFÁSICA
IDEAL en conexión
TRIÁNGULO



$$\begin{cases} U_{ab} = E_1 \\ U_{bc} = E_2 \\ U_{ca} = E_3 \end{cases}$$



3.2 SISTEMAS TRIFÁSICOS EQUILIBRADOS

Un SISTEMA TRIFÁSICO está formado por:

- Generadores trifásicos reales (impedancias Z_g en serie con generadores ideales)
- Líneas de conexión
- Cargas trifásicas

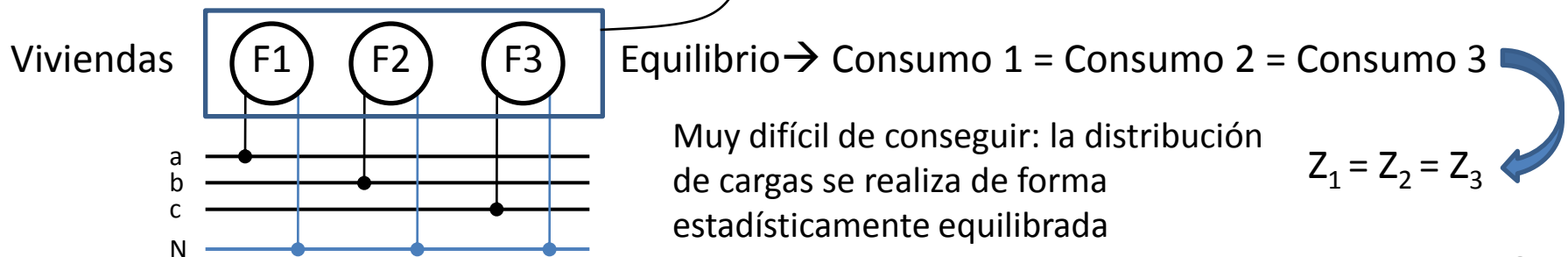
Tanto los generadores como las cargas pueden tener configuración estrella o triángulo.

Un SISTEMA TRIFÁSICO es EQUILIBRADO si:

- Generador trifásico es equilibrado $\left\{ \begin{array}{l} - |E_1| = |E_2| = |E_3| \\ - \text{Desfase de } 120^\circ \text{ entre fases} \\ - Z_g \text{ iguales} \end{array} \right.$
- Líneas de conexión con impedancias iguales $\rightarrow Z_{L1} = Z_{L2} = Z_{L3}$
- Cargas equilibradas $\rightarrow Z_1 = Z_2 = Z_3$

Ejemplos de cargas trifásicas:

- Motor trifásico \rightarrow equilibrado por diseño
- Iluminación, consumo doméstico \rightarrow cargas monofásicas agrupadas en forma de cargas trifásicas:

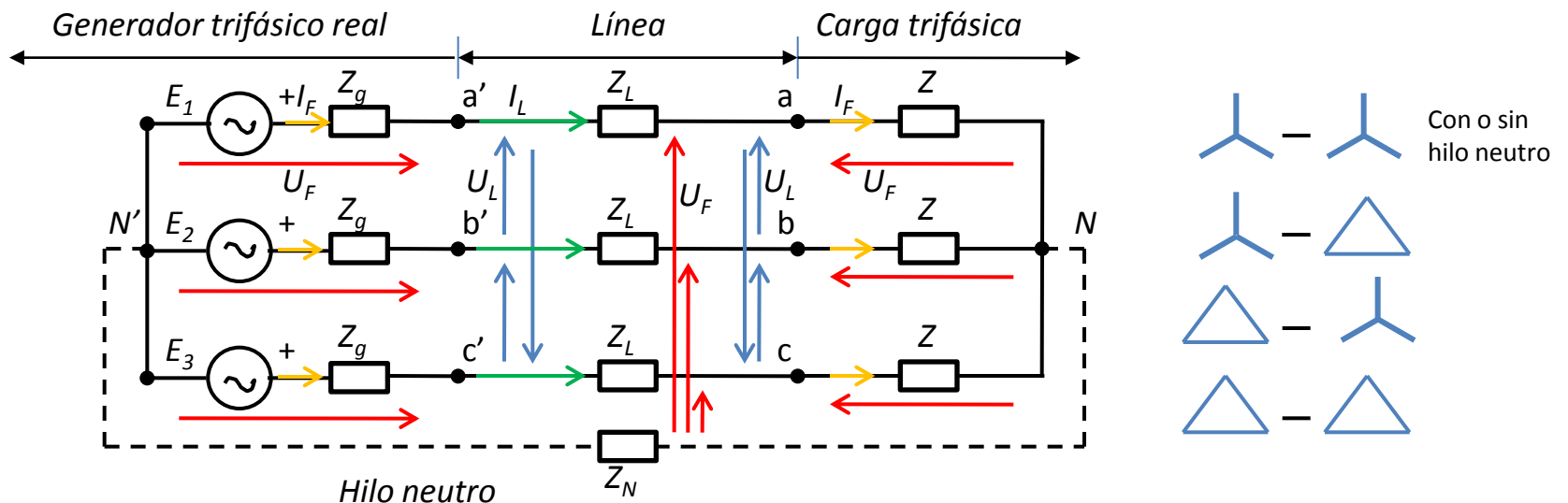


DEFINICIONES:

- **TENSIÓN DE FASE, U_F** (Simple): es la tensión en cada una de las fases o ramas monofásicas del generador o de la carga.
- **TENSIÓN DE LÍNEA, U_L** (Compuesta): es la tensión entre dos conductores de línea (hilos).
- **INTENSIDAD DE FASE, I_F** : es la intensidad de corriente que entrega cada fase del generador o que consume cada fase de la carga.
- **INTENSIDAD DE LÍNEA, I_L** : es la intensidad de corriente que circula por cada conductor de línea.

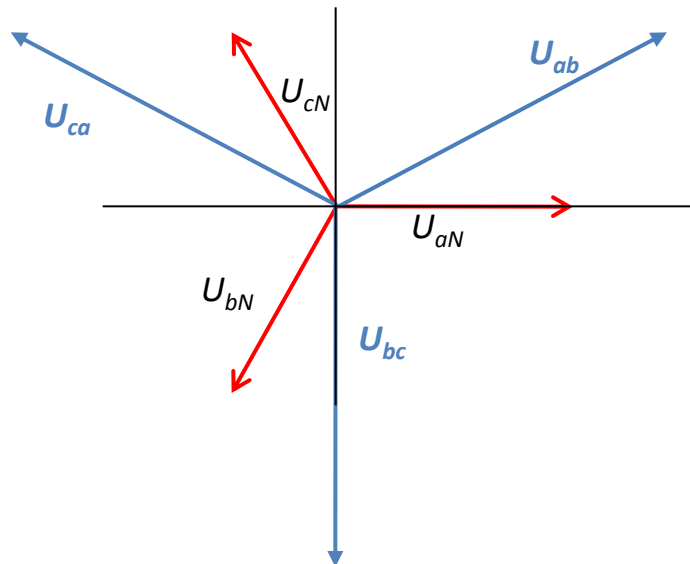
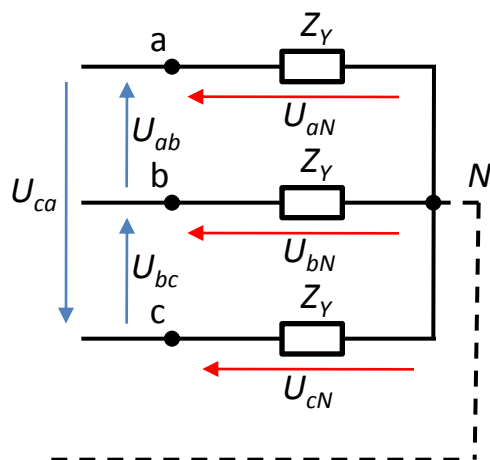
Un sistema trifásico puede tener diferentes configuraciones, según la conexión de generador-carga.

EJEMPLO: Configuración Y-Y con hilo neutro



RELACIÓN entre TENSIONES (Fase y Línea) e INTENSIDADES (Fase y Línea) en SISTEMAS TRIFÁSICOS EQUILIBRADOS

A) Carga en estrella



Tomamos U_{aN} en origen:

$$\begin{cases} U_{aN} = |U_F| \angle 0^\circ \\ U_{bN} = |U_F| \angle -120^\circ \\ U_{cN} = |U_F| \angle +120^\circ \end{cases}$$

U_F

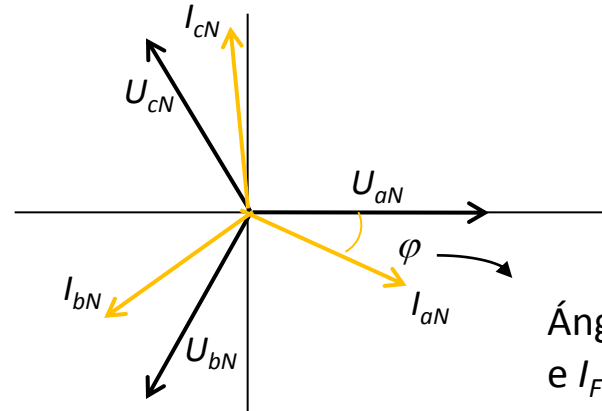
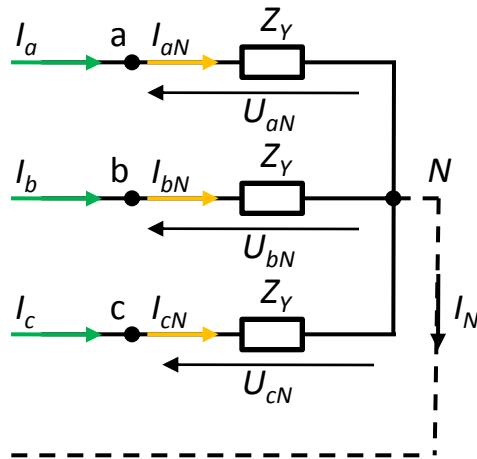
$$\begin{cases} U_{ab} = U_{aN} - U_{bN} = |U_F| \cdot (\sqrt{3} \angle 30^\circ) = U_{aN} \cdot (\sqrt{3} \angle 30^\circ) \\ U_{bc} = U_{bN} - U_{cN} = |U_F| \cdot (\sqrt{3} \angle -90^\circ) = U_{bN} \cdot (\sqrt{3} \angle 30^\circ) \\ U_{ca} = U_{cN} - U_{aN} = |U_F| \cdot (\sqrt{3} \angle 150^\circ) = U_{cN} \cdot (\sqrt{3} \angle 30^\circ) \end{cases}$$

U_L

$$|U_L| = \sqrt{3} \cdot |U_F|$$

Relación tensión de línea y fase en conexión estrella (con U_L adelantada 30° sobre U_F)

Corrientes (carga en estrella)



Ángulo que forman U_F e $I_F \rightarrow \cos \varphi$: factor de potencia de la carga

En configuración estrella:

$$\begin{cases} I_a = I_{aN} \\ I_b = I_{bN} \\ I_c = I_{cN} \end{cases}$$

Corrientes de línea iguales a corrientes de fase:

$$|I_L| = |I_F|$$

$$I_a + I_b + I_c = 0 = I_N$$

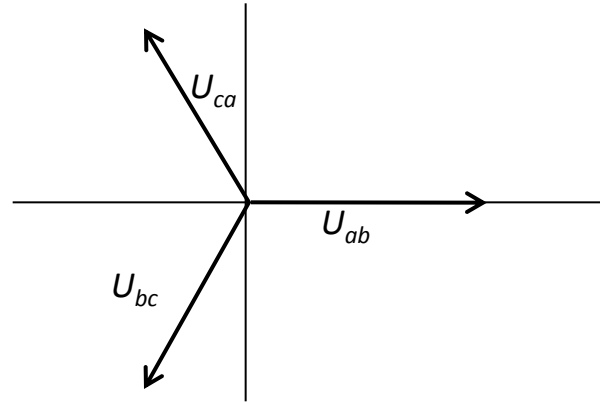
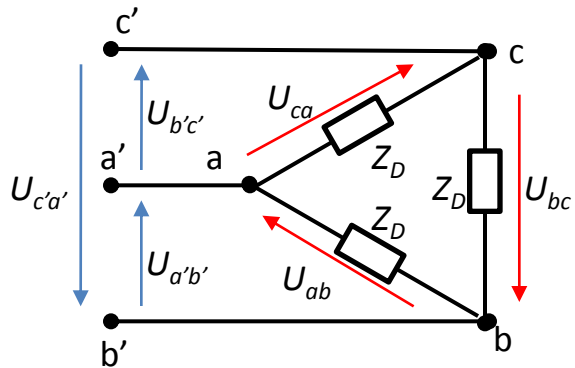
(en cargas equilibradas no circula corriente por el neutro)

Cálculo de las corrientes de fase \rightarrow Ley de Ohm en una impedancia:

$$\begin{cases} I_{aN} = \frac{U_{aN}}{Z_Y} \\ I_{bN} = \frac{U_{bN}}{Z_Y} \\ I_{cN} = \frac{U_{cN}}{Z_Y} \end{cases}$$

Como Z_Y es igual para todas las fases (carga equilibrada), las corrientes (I_{aN} , I_{bN} , I_{cN}) también forman un sistema equilibrado de intensidades \rightarrow Mismo módulo $|I_F|$ y desfases de 120° entre ellas.

B) Carga en triángulo



$$\left\{ \begin{array}{l} U_{ab} = U_{a'b'} \\ U_{bc} = U_{b'c'} \\ U_{ca} = U_{c'a'} \end{array} \right.$$

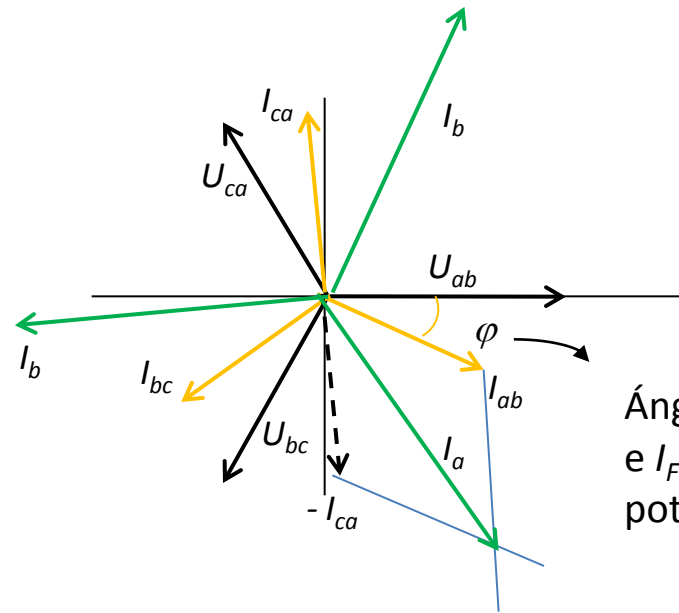
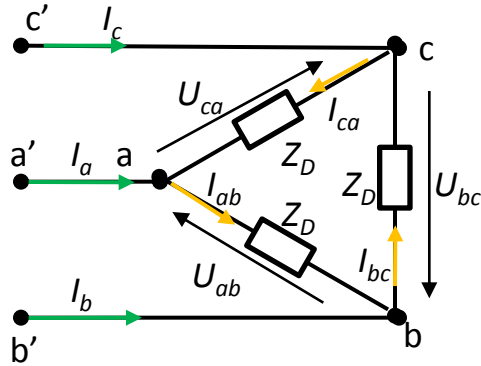
$$U_F \quad U_L$$

$$\boxed{|U_L| = |U_F|}$$

Tomamos U_{ab} en origen:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{ab} = |U_F| \angle 0^\circ \\ U_{bc} = |U_F| \angle -120^\circ \\ U_{ca} = |U_F| \angle +120^\circ \end{array} \right.$$

Corrientes (carga en triángulo)



Ángulo que forman U_F e $I_F \rightarrow \cos \varphi$: factor de potencia de la carga

Cálculo de las corrientes de fase
 \rightarrow Ley de Ohm en una impedancia:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{ab} = \frac{U_{ab}}{Z_D} \\ I_{bc} = \frac{U_{bc}}{Z_D} \\ I_{ca} = \frac{U_{ca}}{Z_D} \end{array} \right.$$

Cálculo de las corrientes de línea
 \rightarrow 1ª Ley de Kirchoff:

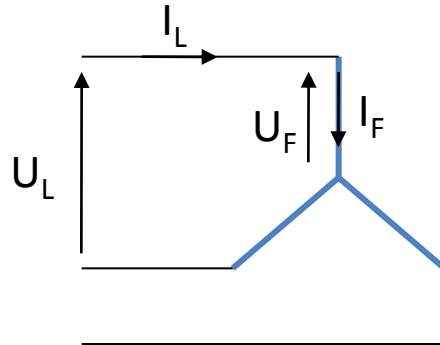
$$\left\{ \begin{array}{l} I_a = I_{ab} - I_{ca} = I_{ab} \cdot (\sqrt{3} \angle_{-30^\circ}) \\ I_b = I_{bc} - I_{ab} = I_{bc} \cdot (\sqrt{3} \angle_{-30^\circ}) \\ I_c = I_{ca} - I_{bc} = I_{ca} \cdot (\sqrt{3} \angle_{-30^\circ}) \end{array} \right.$$

I_L I_F

$$|I_L| = \sqrt{3} \cdot |I_F|$$

Relación corriente de línea y fase en conexión triángulo (con I_L retrasada 30° sobre I_F)

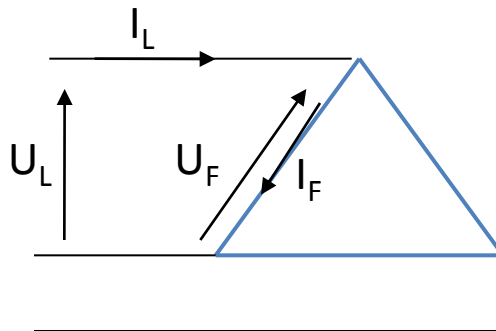
RESUMEN (sistemas equilibrados)



$$U_L = \sqrt{3} \cdot U_F, \text{ con adelanto de } 30^\circ$$

$$I_L = I_F$$

$$I_{\text{fase}} = \frac{U_{\text{fase}}}{Z} \quad \text{Relación tensión-corriente de fase (Ley de Ohm)}$$



$$U_L = U_F$$

$$I_L = \sqrt{3} \cdot I_F, \text{ con retraso de } 30^\circ$$