

TEMA 5

COMUNICACIONES ANALÓGICAS

Modulaciones angulares

- Introducen la información exclusivamente en la fase de una portadora, manteniendo constante la amplitud

$$y(t) = A_c \cos[\omega_c t + \varphi(t)]$$

- La potencia media, no depende en absoluto de la señal mensaje

$$P_m = \frac{1}{2} A_c^2$$

- La envolvente de estas modulaciones es constante → *modulaciones de envolvente constante* (analógicas y digitales)
- Ventajas:
 - En presencia de distorsión no lineal
 - En presencia de atenuación variable (se introduce un limitador de amplitud)

Frecuencia instantánea

- Parámetro característico de las señales paso banda

$$y(t) = A_c \cdot \cos[2\pi f_c t + \phi(t)] = A_c \cdot \cos[\theta(t)]$$

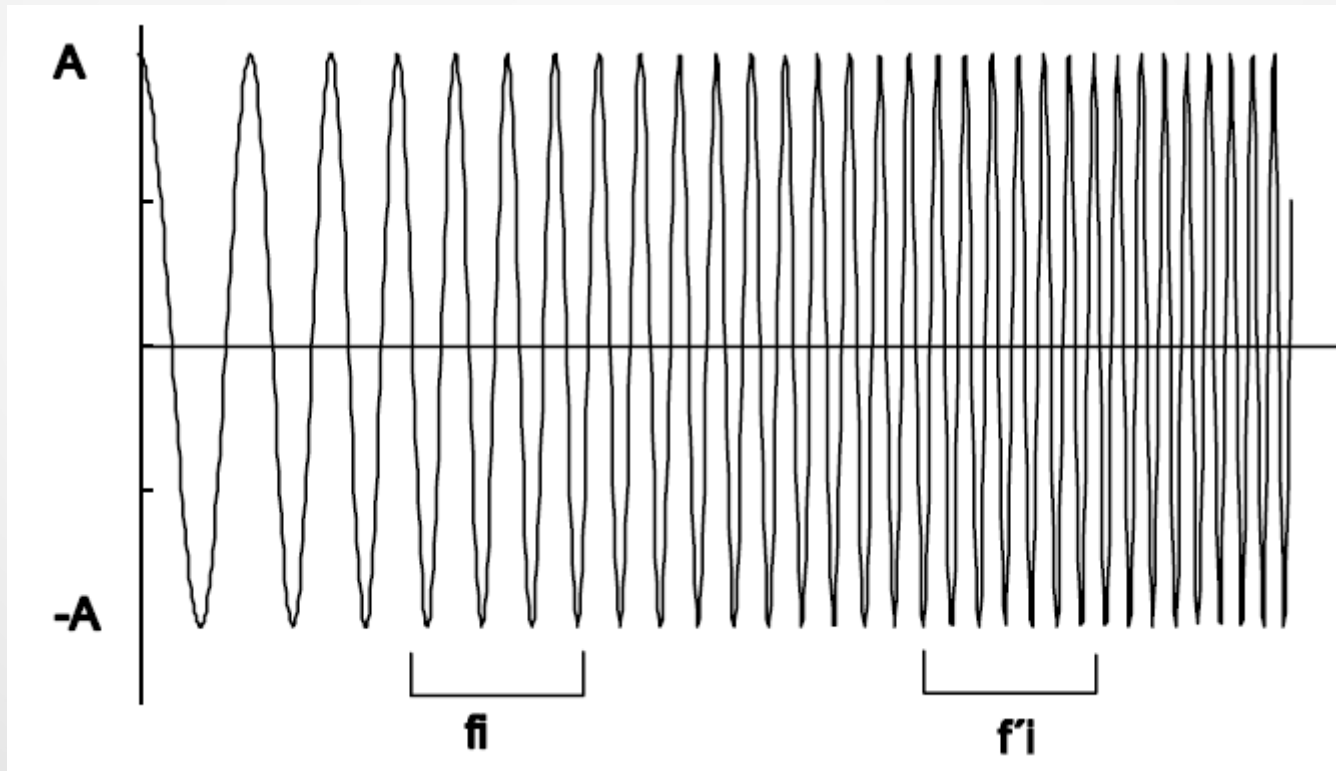
Se denomina *frecuencia instantánea* de esta señal a:

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt} = f_c + \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} = f_c + f_d(t)$$

donde $f_d(t)$ se denomina desviación instantánea de frecuencia.

Frecuencia instantánea

- Si $\phi(t)$ varía lentamente, $y(t)$ puede verse a intervalos cortos como una senoide de frecuencia $f_i(t)$



Modulación PM

- La fase instantánea es proporcional a la señal mensaje
- Podemos hacer una normalización como en AM

$$\varphi(t) = K_p x(t) = \beta \cdot x_N(t)$$

- El parámetro β ($\beta = K_p |x(t)|_{\max}$) es el máximo valor que toma la fase instantánea $\phi(t)$ y se denomina *máxima desviación de fase*, o mejor *índice de modulación*
- El índice de modulación no está limitado a la unidad. En la práctica suele estar limitado a π radianes para que la demodulación sea sencilla
- La expresión de la señal modulada en PM

$$y_{PM}(t) = A_c \cos[\omega_c t + K_P x(t)] = A_c \cos[\omega_c t + \beta x_N(t)]$$

Modulación FM

- La desviación instantánea de frecuencia es proporcional a la señal mensaje
- Se puede usar la señal mensaje tal cual, o su versión normalizada

$$f_d(t) = K_F \cdot x(t) = f_D \cdot x_N(t)$$

- f_D es el máximo valor que toma la desviación instantánea de frecuencia $f_d(t)$ y se denomina *máxima desviación de frecuencia*
- Hay que calcular $\phi(t)$ para construir la señal paso banda:

$$\phi(t) = 2\pi \int_0^t f_d(\alpha) d\alpha = 2\pi K_F \int_0^t x(\alpha) d\alpha = 2\pi f_D \int_0^t x_N(\alpha) d\alpha$$

Modulación FM

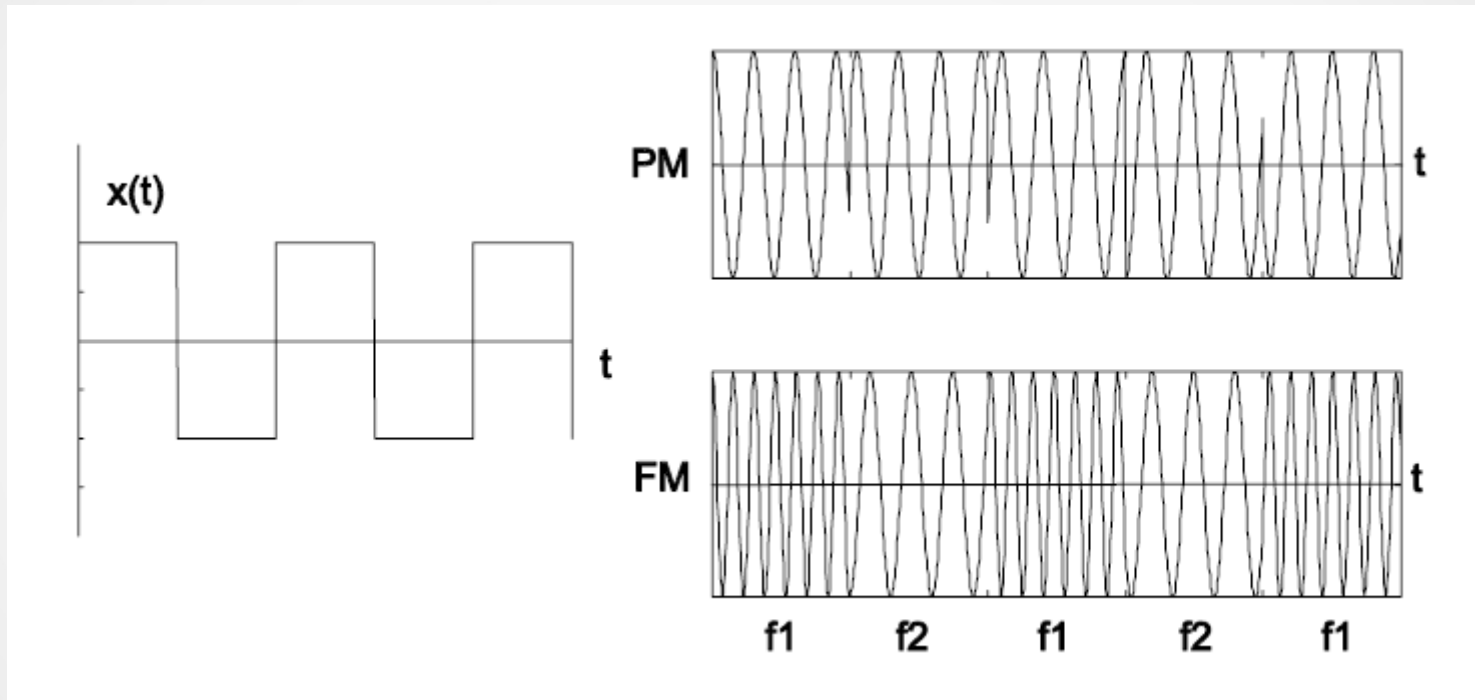
- Expresión de una señal modulada en FM

$$\begin{aligned} y_{FM}(t) &= A_c \cos\left[\omega_c t + 2\pi K_F \int_0^t x(\alpha) \cdot d\alpha\right] = \\ &= A_c \cos\left[\omega_c t + 2\pi f_D \int_0^t x_N(\alpha) \cdot d\alpha\right] \end{aligned}$$

- *Índice de modulación*, o relación de desviación (W es el ancho de banda de la señal mensaje. D es una cantidad adimensional que no está acotada)

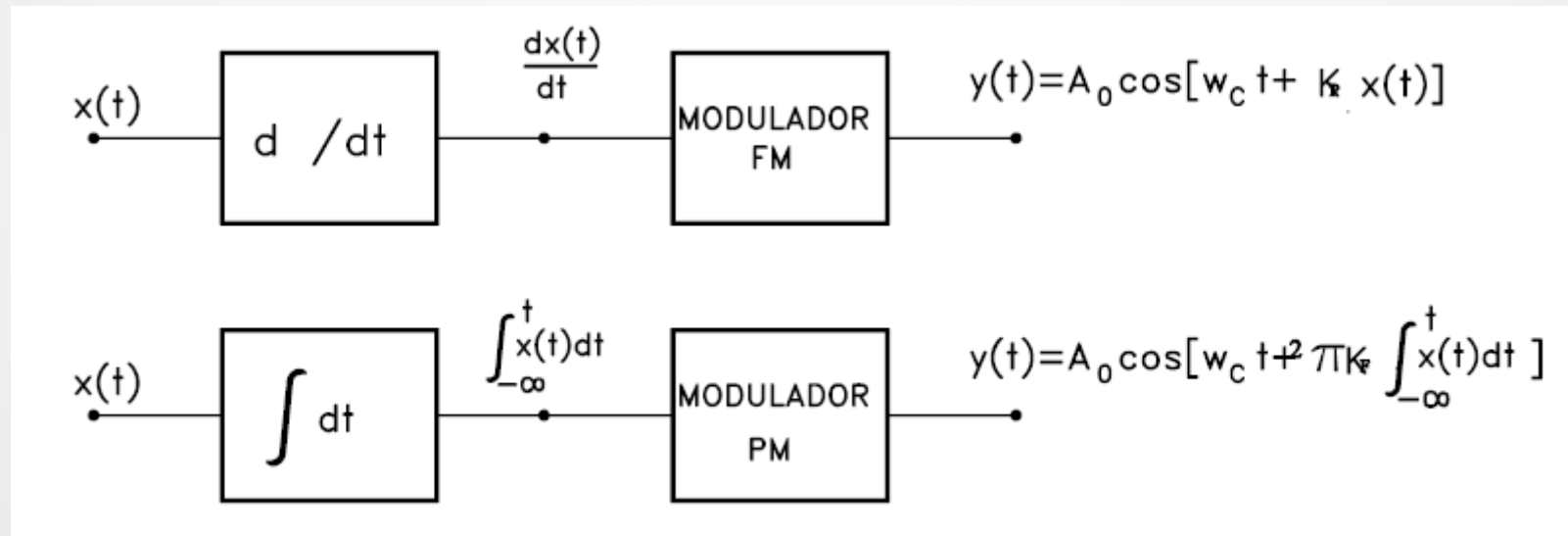
$$D = \frac{f_D}{W}$$

Modulación FM



Relación PM - FM

- Un modulador PM puede transformarse en un modulador FM o viceversa



Modulación angular de banda estrecha

- Cuando en cualquier instante la fase de la señal modulada, $\phi(t)$, cumple $\phi(t) \ll 1$
- Utilizando la envolvente compleja, se puede representar la señal modulada como:

$$\bar{y}(t) = A_c \cdot e^{j\phi(t)}$$

- Si se cumple la condición anterior, $\phi(t) \ll 1$, se puede aproximar la función exponencial mediante su desarrollo en serie:

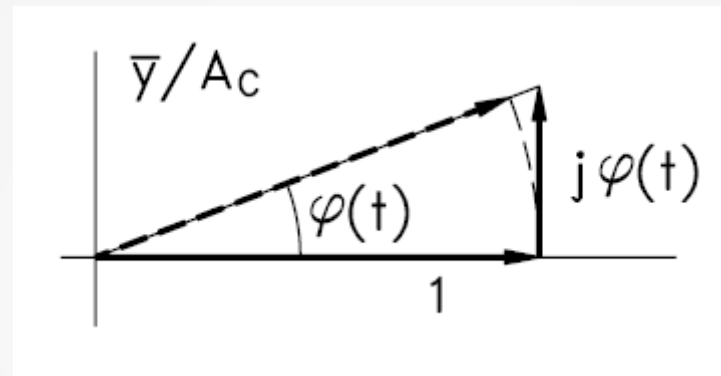
$$\bar{y}(t) \approx A_c + j A_c \phi(t) = A_c [1 + j\phi(t)]$$

$$y_F(t) = A_c$$

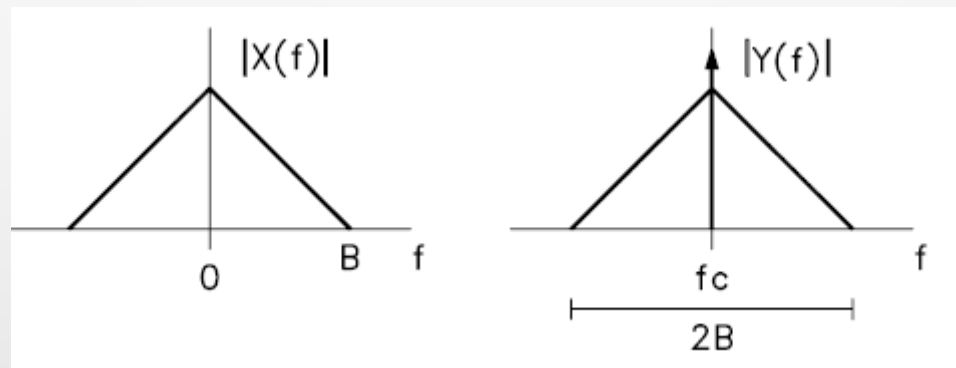
$$y_C(t) = A_c \phi(t)$$

Modulación angular de banda estrecha

- Interpretación geométrica



- Espectro



Modulación angular de banda estrecha

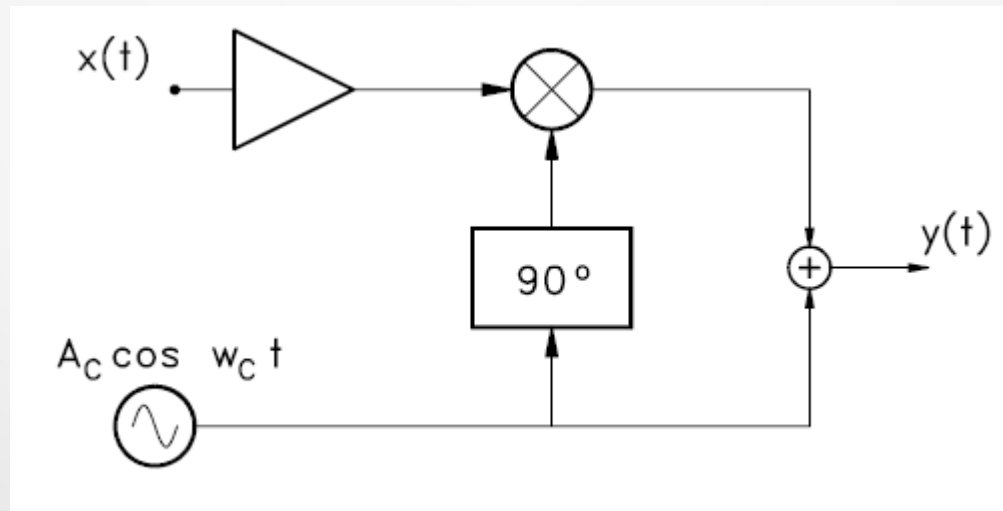
- La eficiencia espectral es del 50% (buena si se compara con otras modulaciones angulares)
- Eficiencia de potencia muy pequeña
- La hipótesis de partida implica que la señal que se transmite es, casi toda ella, portadora
- Espectro muy similar al de AM, pero la portadora y las bandas laterales están en cuadratura
- Esquema de generación (PM)

$$y(t) = \text{Re}[\bar{y}(t) e^{j\omega_c t}] \approx A_c \cos \omega_c t - A_c K_p x(t) \sin \omega_c t$$

Modulador de Armstrong

- Válido para PM y FM (con integrador)
- La generación es sólo aproximada (mejor cuanto más de banda estrecha es la modulación)

$$r(t) = A_c \sqrt{1 + K_p^2 x^2(t)} \approx A_c$$
$$\varphi(t) = \arctg \frac{K_p x(t)}{1} \approx K_p x(t)$$



Espectro

- Cálculo del espectro de una señal con modulación angular es complejo y sólo numérico (no existe forma analítica)
- En el caso de banda estrecha sí se puede determinar
- Solución aproximada para moduladora sinusoidal, moduladora muy lenta, etc.
- Propiedades:
 - La forma del espectro es, en general, muy diferente de la forma del espectro en banda base
 - El ancho de banda aumenta con el índice de modulación
 - El ancho de banda es siempre mayor que el doble del ancho en banda base (en el caso de la modulación de banda estrecha toma su valor mínimo).

Espectro

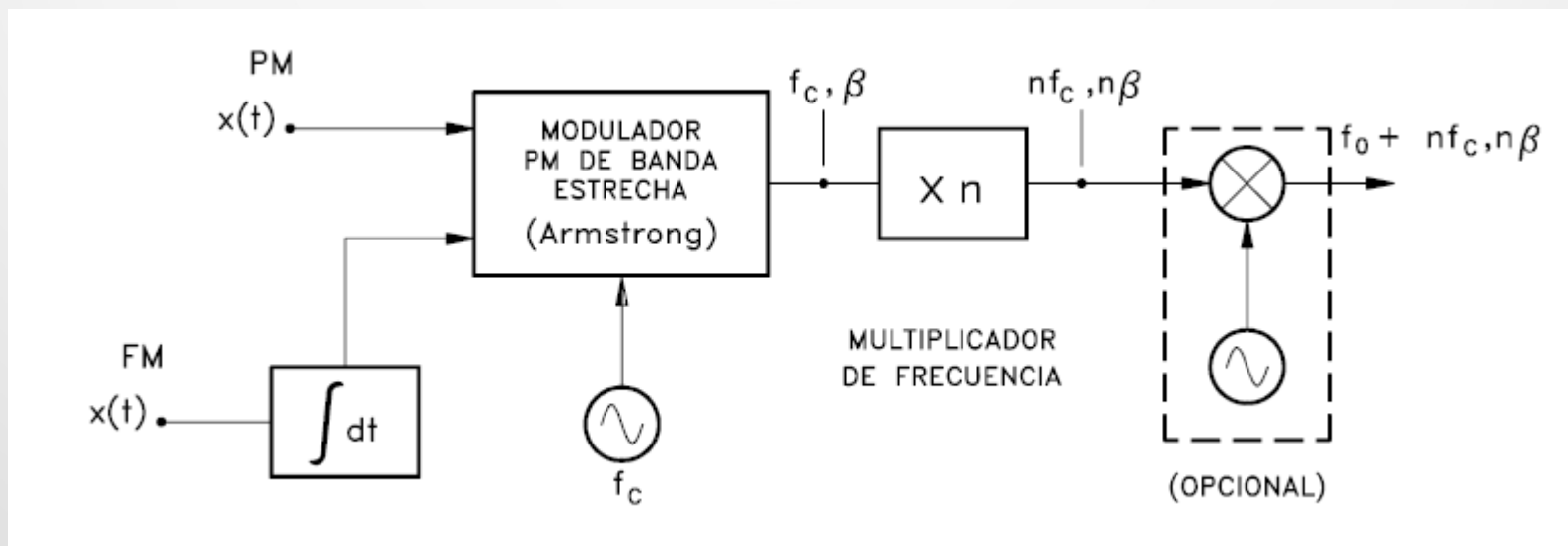
- Regla de Carson (empírica)
 - $B \approx 2(D+1) \cdot W$ (FM)
 - $B \approx 2(\beta+1) \cdot W$ (PM)
- Para índices de modulación muy bajos se obtiene el caso de banda estrecha ($2W$)
- Sólo válido como primera aproximación

Generación de mod. angulares

- Hay principalmente tres técnicas:
 - Moduladores de banda estrecha y conversión a banda ancha
 - VCOs
 - PLLs

Conv. Banda estrecha – banda ancha

- Basada en mod. Armstrong (sólo puede generar índices de modulación bajos → bajas prestaciones)
- Se utiliza un dispositivo denominado *multiplicador de frecuencia*: elemento no lineal con el que se generan los armónicos más un filtro paso banda que selecciona el armónico adecuado según: $\cos(\omega_c(t)+\theta(t)) \rightarrow \cos(n \cdot \omega_c(t)+n \cdot \theta(t))$



VCOs

- Voltaje Controlled Oscillator
- Osciladores que contienen algún elemento reactivo que depende de la tensión. Al cambiar el valor de este elemento cambia la frecuencia del oscilador, obteniéndose una señal FM.

$$f_{os} = f_c + K \cdot x(t)$$



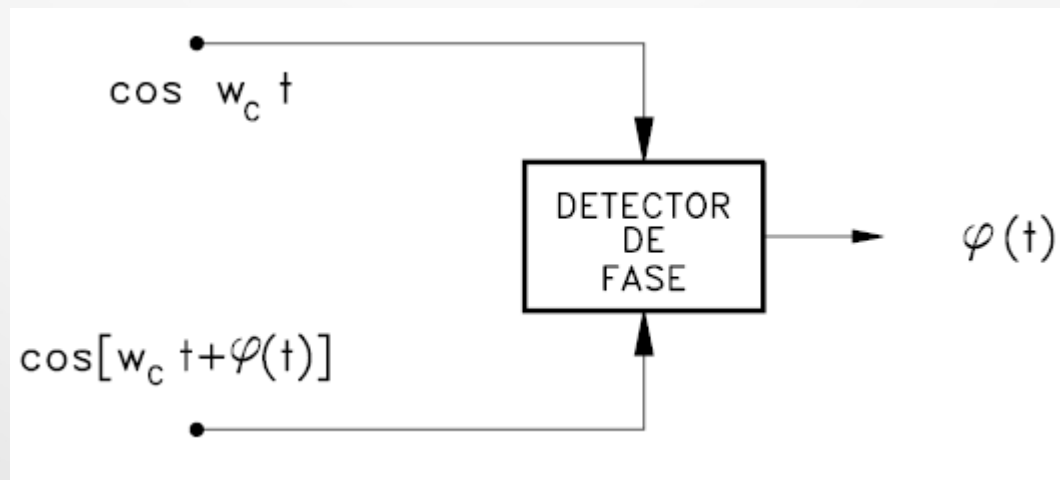
- También se pueden hacer desfasadores variables controlados por tensión, obteniendo señales PM

PLLs

- Phase Locked Loops
- Un PLL es un VCO más un lazo de realimentación, y permiten obtener una respuesta mucho más lineal que los VCOs en la generación de FM

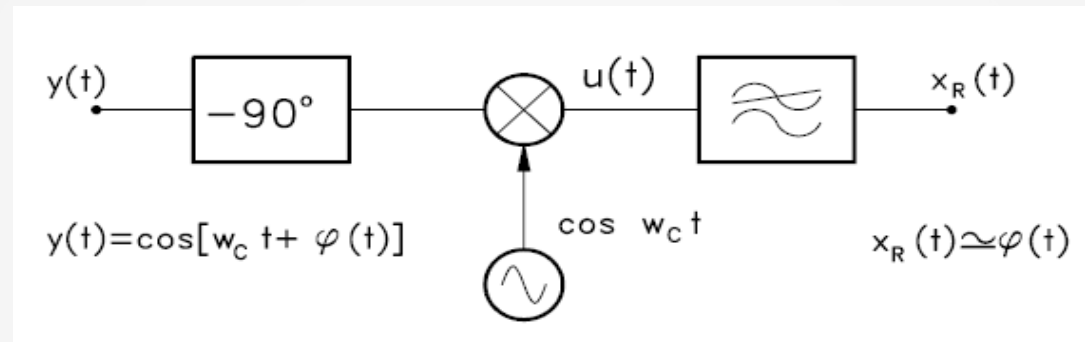
Demodulación angular

- Los demoduladores de FM se denominan *discriminadores* y utilizan circuitos electrónicos especiales (PLLs y demoduladores de relación) que no vamos a cubrir.
- La demodulación **coherente** PM puede hacerse mediante un detector de fase (dispositivo que da una tensión proporcional a la diferencia de fase entre sus dos señales de entrada)



Demodulación angular

- Un detector de fase se puede obtener con un multiplicador más un filtro paso bajo



- A la salida del multiplicador se obtiene:

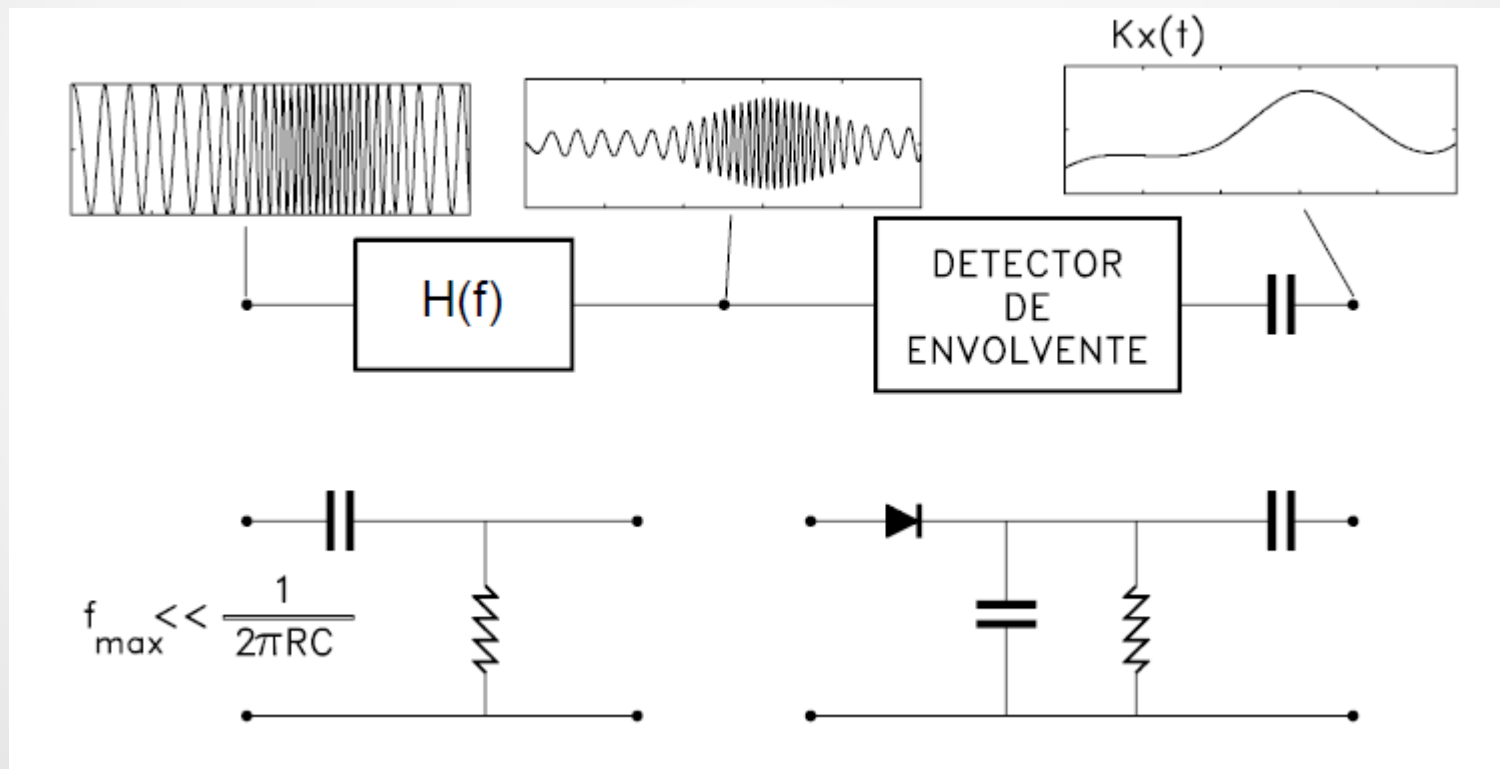
$$u(t) = \text{sen}[\omega_c t + \varphi(t)] \cos \omega_c t = \frac{1}{2} [\text{sen} \varphi(t) + \text{sen}(2\omega_c t + \varphi(t))]$$

- y filtrando paso bajo resulta:

$$x_R(t) = K \cdot \text{sen} \varphi(t) \approx \varphi(t); \text{ si } \varphi \text{ es pequeño}$$

Demod. Mediante conversión FM-AM

- La idea de esta técnica es inducir una modulación AM a partir de la FM



Demod. Mediante conversión FM-AM

- Se pasa la señal por un filtro, cuya ganancia depende de la frecuencia.
- Eligiendo adecuadamente $H(f)$ se produce que frecuencias de entrada más altas produzcan mayor amplitud de salida
- Esta modulación de amplitud se detecta posteriormente con un receptor de AM convencional.

Demod. Mediante conversión FM-AM

- Una respuesta $H(f)$ sencilla que consigue esto es un simple diferenciador, cuya ganancia es directamente proporcional a la frecuencia.

Si a la entrada del diferenciador se tiene:

$$y(t) = A_c \text{sen}[\omega_c t + 2\pi K_F \int_{-\infty}^t x(\alpha) d\alpha]$$

a su salida, se obtendrá:

$$\frac{dy(t)}{dt} = A_c (\cos[\omega_c t + 2\pi K_F \int_{-\infty}^t x(\alpha) d\alpha]) \cdot (\omega_c + 2\pi K_F x(t))$$

cuya envolvente es:

$$r(t) = A_c [\omega_c + 2\pi K_F x(t)] = A_c \omega_c + 2\pi A_c K_F x(t)$$