

**Problema 3 (3 puntos)**

En este problema vamos a diseñar un analizador espectral para señales musicales con el siguiente esquema:

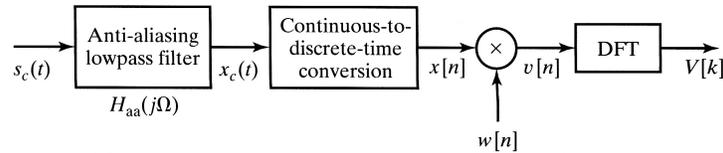


Figura 2: Esquema conceptual del analizador espectral a realizar.

El analizador espectral que vamos a realizar es para música con un ancho de banda de 20.000 Hz y queremos que nos muestre el margen de frecuencia entre 0 y 20000 Hz con una resolución espectral inferior o igual a 5 Hz y con un total de 8000 muestras entre 0 y 20000 Hz.

3.a) Según los requisitos de diseño anteriores, ¿cuál sería el mayor periodo de muestreo,  $T$ , que debería elegir para el módulo C/D? [0.25 puntos].

3.b) Represente la respuesta en frecuencia del filtro anti-aliasing ideal que emplearía indicando frecuencias y amplitudes. [0.25 puntos].

Para implementar el filtro anti-aliasing queremos evitar hacerlo como un filtro analógico por las dificultades que entraña la electrónica analógica. Además, pensamos que el procesador digital con el que vamos a hacer el enventanado y la DFT tiene potencia de sobra para hacer estas operaciones. Por todo ello, decidimos sustituir los dos primeros bloques de la Figura 2 por este otro esquema en el que el filtro se realiza ya en tiempo discreto (por tanto en el procesador digital que va a hacer también enventanado y DFT):

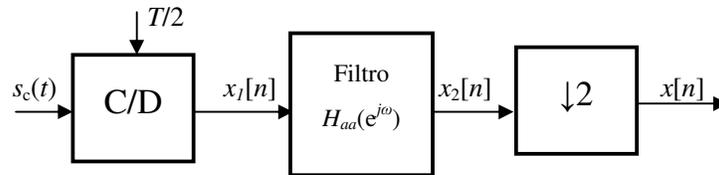


Figura 3: Sustitución de los dos primeros módulos de la Figura 2 para realizar el filtro anti-aliasing en tiempo discreto.

3.c) Considerando que la señal de entrada tiene el espectro indicado en la Figura 4, represente los espectros de las señales  $s_c(t)$ ,  $x_c(t)$  y  $x[n]$  de la Figura 2 suponiendo que el filtro anti-aliasing es el que ha obtenido en el apartado 3.b) y el periodo de muestreo el que ha obtenido en el apartado 3.a). Indique las frecuencias y amplitudes más relevantes. [0.5 puntos].

3.d) Considerando también que la señal de entrada tiene el espectro indicado en la Figura 4, represente los espectros de las señales  $s_c(t)$ ,  $x_1[n]$ ,  $x_2[n]$  y  $x[n]$  de la Figura 3. Ajuste la respuesta en frecuencia del filtro anti-aliasing,  $H_{aa}(e^{j\omega})$ , para que la señal  $x[n]$  coincida con la que obtuvo en el apartado anterior.  $T$  en la figura 3 es el valor que obtuvo en el apartado 3.a). Dibuje la respuesta en frecuencia del filtro anti-aliasing empleado en este caso. [0.5 puntos].

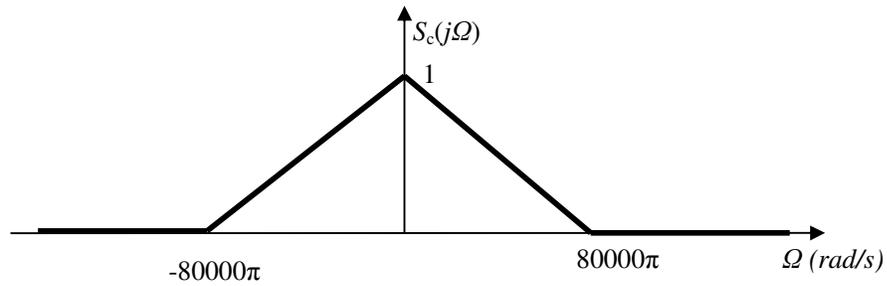


Figura 4: Señal de entrada a emplear en apartados 3.c y 3.d.

3.e) Razone sobre si los esquemas de la figura 2 y de la figura 3 son exactamente equivalentes en cuanto a su capacidad para evitar el aliasing en el C/D ante cualquier señal de entrada. [0.5 puntos].

3.f) Según los datos de diseño dados anteriormente, suponiendo que la resolución espectral viene limitada por el ancho del lóbulo principal de la ventana empleada y que empleamos una ventana de Hamming para controlar el goteo o *leakage*, determine la longitud mínima de la ventana a emplear para realizar el análisis espectral y el número de puntos de la DFT a emplear en dicho análisis. [0.5 puntos].

3.g) Según los datos del apartado anterior, una vez que disponga de la señal enventanada,  $v[n]$ , del mismo tamaño que la ventana, ¿debe hacer algo especial con ella antes de calcular la DFT? ¿qué? [0.5 puntos].

SOLUCIONES:

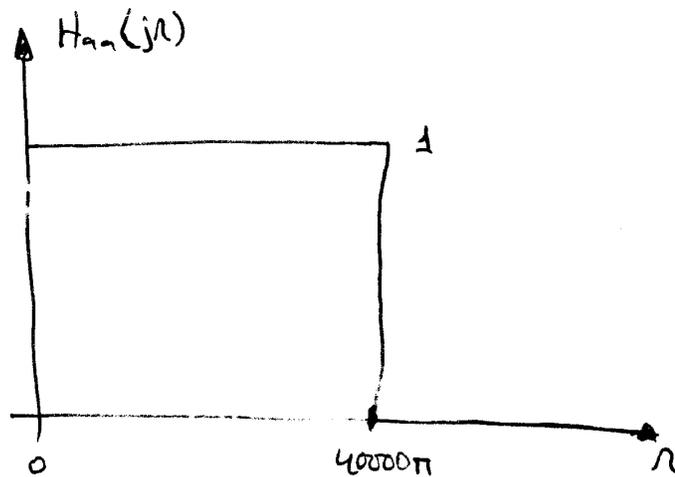
3.a)

Las señales que debemos procesar tienen una frecuencia máxima de 20000 Hz, por tanto, de acuerdo con el criterio de Nyquist tenemos que muestrear con una frecuencia de muestreo mínima de 40000 Hz, que se corresponde con un periodo de muestreo máximo de

$$T_{\max} = \frac{1}{40000} = 25 \mu\text{s}.$$

3.b)

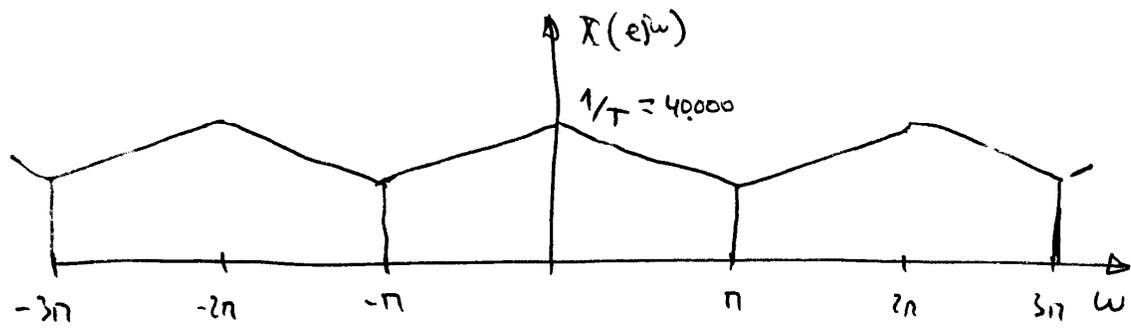
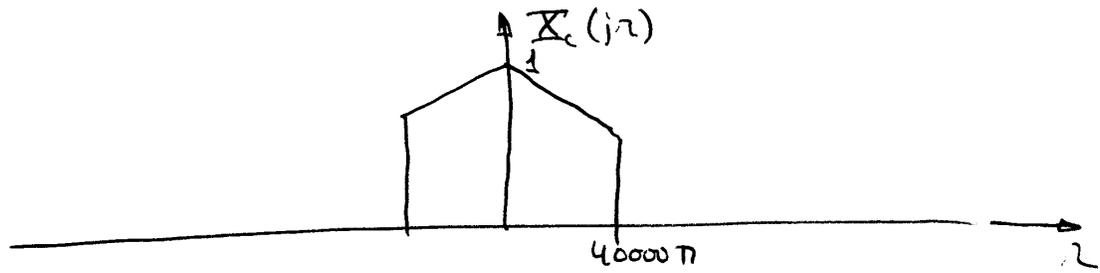
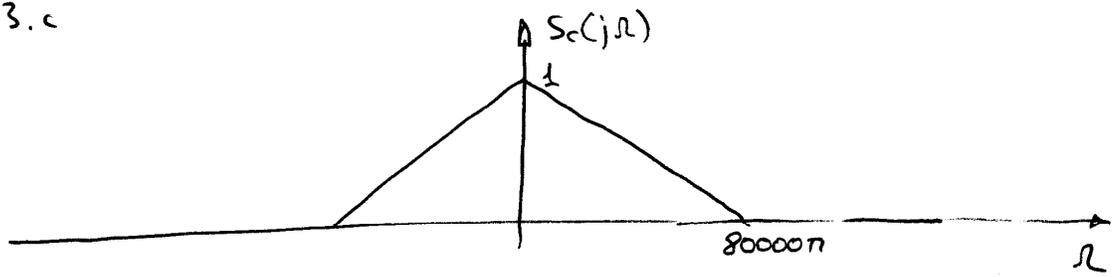
El filtro anti-aliasing ideal debería dejar pasar inalteradas las frecuencias entre 0 y 20000 y anular las frecuencias superiores. Por tanto su respuesta en frecuencia debería ser:



(simétrico para frecuencias negativas)

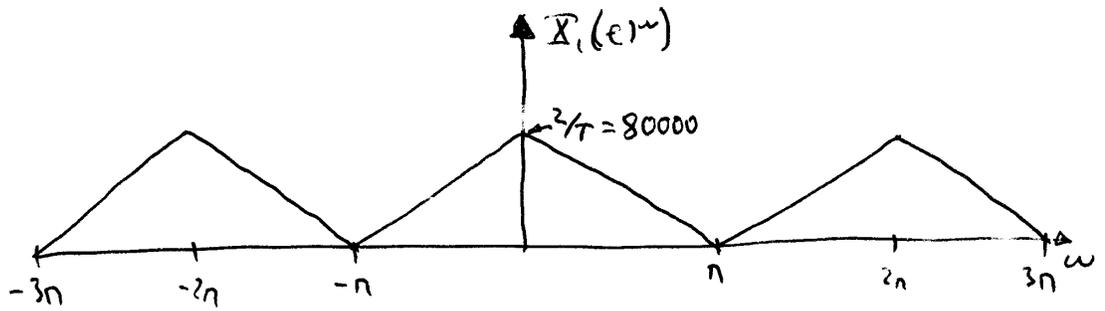
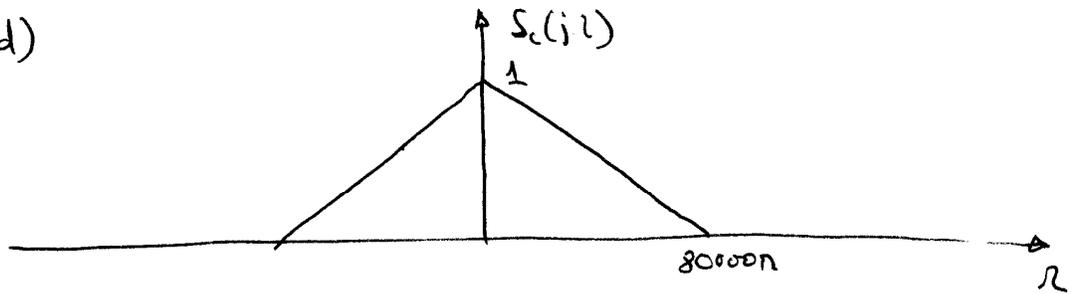
3.c)

3.c

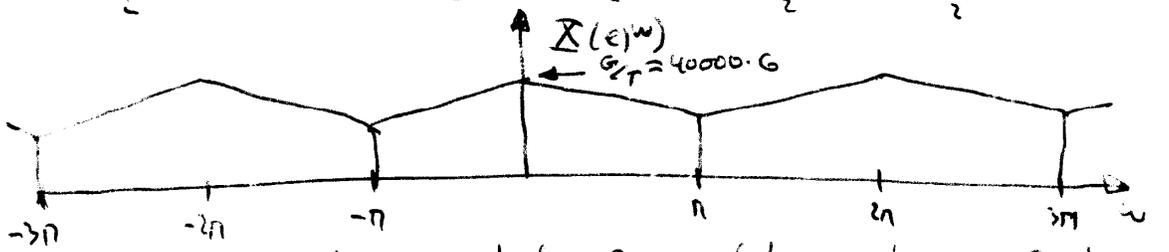
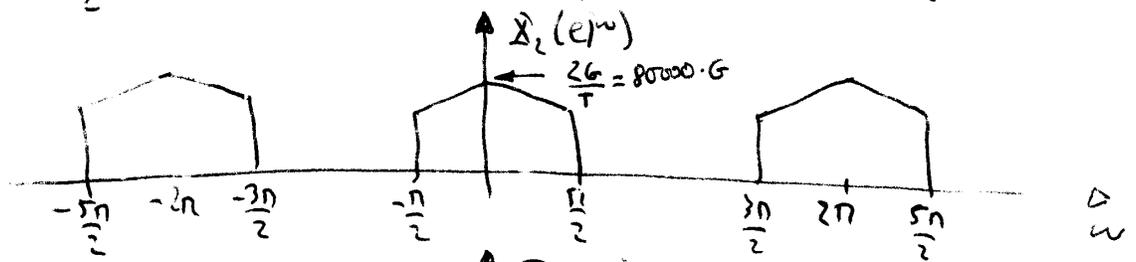
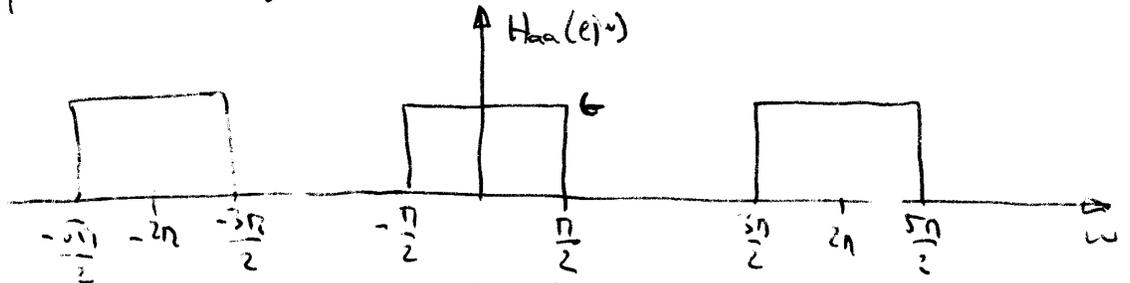


3.d)

3.d)



El filtro debería seleccionar la zona de frecuencias entre  $-\pi/2$  y  $\pi/2$  para que se corresponda con la zona de frecuencia seleccionada por el filtro antialiasing continuo del apartado anterior. Le presento una ganancia  $G$  que ajustaremos después.



Para que coincida con el de 3.c debemos tomar  $G=1$ .

3.e)

No son equivalentes. El esquema de la figura 2 elimina todas las frecuencias por encima de la frecuencia de Nyquist antes del CID por lo que nunca habrá aliasing. En cambio el esquema de la figura 3 pasa la señal de entrada tal cual (sin filtrarla) al CID por lo que si hay frecuencias suficientemente altas puede producirse aliasing en el CID que el filtro anti-aliasing posterior ya no podrá eliminar.

3.f)

Se nos pide en el enunciado que el análisis espectral tenga un total de 8000 muestras entre 0 y 20000 Hz.

Al muestrear estas señales con  $T = \frac{1}{40000}$  este registro

se transforma en que tenemos ~~80000~~ 8000 muestras entre  $\omega = 0$  y  $\omega = \pi$ , por tanto la DFT debe tomar

muestras en  $\omega_k = \frac{\pi k}{8000} = \frac{2\pi k}{16000}$ , lo que se

consigue con un DFI de 16000 puntos.

Por otro lado nos piden que la resolución frecuencial, dada por el ancho del lóbulo principal de la ventana de Hamming empleada sea  $\leq 5$  Hz

En primer lugar pasamos esa restricción a la pulsación discreta:

$$\Delta f \leq 5 \text{ Hz} \Rightarrow \Delta \Omega \leq 2\pi \cdot 5 \Rightarrow \Delta \omega \leq 2\pi \cdot 5 \cdot T = \frac{\pi}{4000}$$

El ancho del lóbulo principal de la ventana de Hamming empleada debe ser menor o igual a dicho valor.

De las tablas:

$$\frac{8\pi}{M} \leq \frac{\pi}{4000} \Rightarrow M \geq 32000$$

La longitud mínima de la ventana a emplear es, 32000.

3.g)

La señal emventanada es más larga que el número de puntos de la DFT que queremos calcular. Antes de calcular la DFT de 16000 puntos debemos aplicar solapamiento en el tiempo a la señal emventanada para conseguir una señal de solo 16000 puntos.

$$v_1[n] = \begin{cases} v[n] + v[n+16000] & 0 \leq n \leq 15999 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

donde  $v[n]$  es la señal emventanada de 32000 muestras de duración.

### FIN DEL PROBLEMA 3

### ANEXO: TABLA DE VENTANAS MÁS COMUNES

TABLE 7.1 COMPARISON OF COMMONLY USED WINDOWS

Type of Window	Peak Side-Lobe Amplitude (Relative)	Approximate Width of Main Lobe	Peak Approximation Error, $20 \log_{10} \delta$ (dB)	Equivalent Kaiser Window, $\beta$	Transition Width of Equivalent Kaiser Window
Rectangular	-13	$4\pi/(M+1)$	-21	0	$1.81\pi/M$
Bartlett	-25	$8\pi/M$	-25	1.33	$2.37\pi/M$
Hanning	-31	$8\pi/M$	-44	3.86	$5.01\pi/M$
Hamming	-41	$8\pi/M$	-53	4.86	$6.27\pi/M$
Blackman	-57	$12\pi/M$	-74	7.04	$9.19\pi/M$