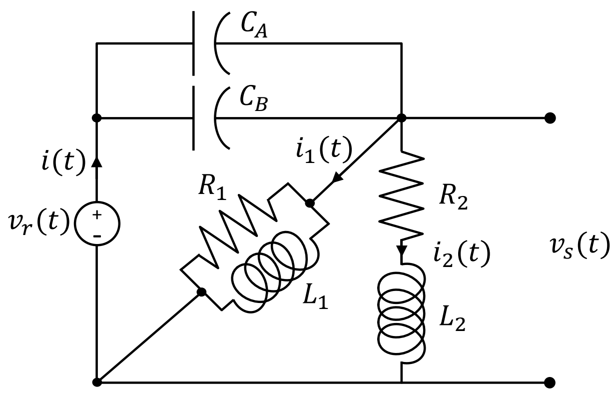
Examen de Sistemas Automáticos
Parcial 1

Ej. 1	Ej. 2	Ej. 3	Ej. 4	Total

Apellidos, Nombre:
Sección:
Fecha: 28 de agosto de 2012

Atención: El enunciado consta de tres ejercicios prácticos y un test de respuesta múltiple.
Elija y resuelva **únicamente dos** de los tres ejercicios prácticos, además del test.
Indique aquí claramente qué dos ejercicios ha resuelto: ____ y ____
De lo contrario se corregirán únicamente los dos primeros.

1. **(3.5 puntos, 30 minutos)** Considérese el circuito de la figura:



Se pide:

a) Modelar el circuito mediante ecuaciones diferenciales utilizando **exclusivamente** las variables mostradas en la figura $i(t), i_1(t), i_2(t)$ y $v_s(t)$ además de la entrada de control $v_r(t)$. Se permite la simplificación del circuito aplicando las equivalencias conocidas. **(2 puntos)**

b) Calcular la transformada de Laplace de las ecuaciones obtenidas. **(1 punto)**

c) Obtener la función de transferencia en el dominio de Laplace $G(s) = \frac{V_s(s)}{V_r(s)}$. **(0.5 puntos)**

2. **(3.5 puntos, 30 minutos)** Considérese la planta $G(s)$ tal que:

$$G(s) = \frac{(s^2 - 2s + 5)}{(s^2 + 2s - 3)} \tag{1}$$

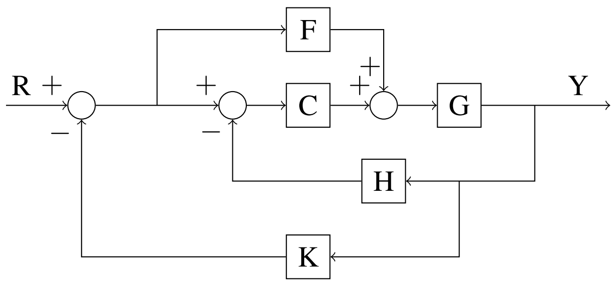
Se pide:

a) Dibujar el lugar de las raíces, indicando la posición y el valor de todas las características de interés, **si éstas existen** (puntos de ruptura, asíntotas, ángulos de llegada y salida, etc.). **(2 puntos)**

b) Calcular mediante el criterio de Routh el rango de valores de K para el que el sistema realimentado resulta estable. **(1 punto)**

c) ¿Existe algún valor de K que haga que la salida del sistema realimentado tenga una sobreoscilación del 4.32 % y un tiempo de respuesta (98 %) de 4 s? ¿Por qué? **(0.5 puntos)**

3. **(3.5 puntos, 30 minutos)** Una típica arquitectura de control puede tener la siguiente forma:



a) Indique cuántas realimentaciones existen y cuál es el bloque que afecta a cada rama realimentada. **(0.5 puntos)**

b) Mediante transformaciones de bloques, halle la función de transferencia global. **(3 puntos)**

4. **(3 puntos, -0.15 cada error, 30 minutos)** Responda marcando todas las respuestas que considere correctas.

1. El tiempo de pico se puede calcular para la salida de funciones de transferencia con respuesta:
   a) ☐ De primer orden
   b) ☐ Subamortiguadas
   c) ☐ Sobreamortiguadas
   d) ☐ Críticamente amortiguadas

2. ¿Cuál es la constante equivalente de dos muelles en paralelo con constantes K_1 y K_2?
   a) ☐ $K_1 + K_2$
   b) ☐ $\frac{K_1 K_2}{K_1+K_2}$
   c) ☐ $\frac{K_1}{K_2} + \frac{K_2}{K_1}$
   d) ☐ $\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$

3. ¿Cuál es la transformada de Laplace de $e^{-2t}\cos(3t)$?
   a) ☐ $\frac{s}{(s+3)^2+4}$
   b) ☐ $\frac{s}{(s+2)^2+9}$
   c) ☐ $\frac{s}{(s+2)^2+3}$
   d) ☐ $\frac{s}{(s+3)^2+2}$

4. ¿Cuál es el valor inicial de la derivada de la salida ante una entrada escalón unitario si la función de transferencia es $G(s) = \frac{5}{s^2+4s+5}$?
   a) ☐ 0
   b) ☐ 5
   c) ☐ ∞
   d) ☐ 1

5. Dado un sistema con realimentación positiva, FdT $G(s)$ en la cadena directa y transductor $H(s)$, ¿cuál es la FdT equivalente?
   a) ☐ $\frac{G(s)H(s)}{1+G(s)H(s)}$
   b) ☐ $\frac{G(s)H(s)}{1-G(s)H(s)}$
   c) ☐ $\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$
   d) ☐ $\frac{G(s)}{1-G(s)H(s)}$

6. Sea $G(s) = \frac{1}{(s+5)(s+8)}$; ¿cuál es su ganancia estática?
   a) ☐ 1/40
   b) ☐ 40
   c) ☐ 13
   d) ☐ 1/13

7. Dada la FdT $G(s) = \frac{1}{(s+10)(s+20)}$ en el lugar de las raíces, existe $K > 0$ que hace que los polos valgan:
   a) ☐ $s = -19$ y $s = -12$
   b) ☐ $s = -7$ y $s = -23$
   c) ☐ $s = -12$ y $s = -18$
   d) ☐ $s = -15$ y $s = -15$

8. La primera columna de la tabla de Routh de un sistema tiene valores $\{1, 7, 2, -5(K-5), -4, 2\}$. ¿Con cuáles de los siguientes valores de K el sistema es inestable?
   a) ☐ -5
   b) ☐ 1
   c) ☐ 4
   d) ☐ Ninguna de las anteriores

9. La frecuencia amortiguada de un sistema de segundo orden estable:
   a) ☐ Es menor que la frecuencia natural
   b) ☐ No depende de ζ
   c) ☐ No depende de ω_n
   d) ☐ Ninguna de las anteriores

10. La ecuación diferencial $\ddot{x}(t) + \sin(\dot{x}(t)) + x = 0$
    a) ☐ Es lineal tiempo invariante
    b) ☐ No lineal
    c) ☐ Es lineal tiempo variante
    d) ☐ Es autónoma

Transformada de Laplace

$$\mathcal{L}[t^n] = \frac{n!}{s^{n+1}} \qquad \mathcal{L}[\sin \omega t] = \frac{\omega}{s^2+\omega^2} \qquad \mathcal{L}[\cos \omega t] = \frac{s}{s^2+\omega^2} \qquad \mathcal{L}[f(t-T)] = e^{-sT}F(s)$$

$$\mathcal{L}[e^{-at}f(t)] = F(s+a) \qquad \mathcal{L}\left[\int_{0-}^{t} f(\tau)d\tau\right] = \frac{F(s)}{s} \qquad \mathcal{L}\left[\frac{d^n f}{dt^n}\right] = s^n F(s) - \sum_{k=1}^{n} s^{n-k} f^{(k-1)}(0-)$$

Sistemas de 2º orden básico

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \qquad T_p = \frac{\pi}{\omega_d} \qquad \%SO = 100 \times e^{-\pi\zeta\omega_n/\omega_d}$$

$$T_{s_{98\,\%}} \approx \frac{4}{\zeta\omega_n} \qquad T_r = \frac{1}{\omega_d}\tan^{-1}\frac{\omega_d}{\zeta\omega_n} \qquad \zeta = \frac{-\ln(\%SO/100)}{\sqrt{\pi^2+\ln^2(\%SO/100)}}$$

Sistemas realimentados

$$e_{\text{escalón}}(\infty) = \frac{1}{1+K_p} \qquad e_{\text{rampa}}(\infty) = \frac{1}{K_v} \qquad e_{\text{parábola}}(\infty) = \frac{1}{K_a}$$

Lugar de las raíces

$$\sigma_a = \frac{\sum \text{polos} - \sum \text{ceros}}{\#\text{polos} - \#\text{ceros}} \qquad \theta_a = \frac{180(2k+1)}{\#\text{polos} - \#\text{ceros}}$$

$$\angle_{\text{salida/llegada}} = 180 - \sum \angle\text{sing. del mismo tipo} + \sum \angle\text{sing. distinto tipo}$$

Diagramas de Bode

$$M_F = \arctan\left(\frac{2\zeta}{\sqrt{\sqrt{1+4\zeta^4}-2\zeta^2}}\right) \approx 100\zeta \qquad \omega_c = \omega_n\sqrt{\sqrt{1+4\zeta^4}-2\zeta^2} \qquad \omega_r = \omega_n\sqrt{1-2\zeta^2}$$

$$M_P = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-2\zeta^2}} \qquad \omega_{\text{BW}} = \omega_n\sqrt{1-2\zeta^2+\sqrt{4\zeta^4-4\zeta^2+2}}$$

$$|G(j\omega_c)| = 1 = 0dB \qquad M_F = 180 + \angle G(j\omega_c) \qquad G_{\text{PID}}(s) = K_p + \tfrac{K_i}{s} + K_d s$$

Tablas de Ziegler-Nichols

Primer método

Tipo	K_p	T_i	T_d
P	T/L	∞	0
PI	$0{,}9 \cdot T/L$	$L/0{,}3$	0
PID	$1{,}2 \cdot T/L$	$2L$	$0{,}5L$

Segundo método

Tipo	K_p	T_i	T_d
P	$0{,}5K_{cr}$	∞	0
PI	$0{,}45K_{cr}$	$0{,}83T_{cr}$	0
PID	$0{,}6K_{cr}$	$0{,}5T_{cr}$	$0{,}125T_{cr}$