EXAMEN ANÁLISIS MATEMÁTICO
Grado en Económicas
ENERO 2016.

Apellidos:	**DNI:**
Nombre:	**Grupo:**

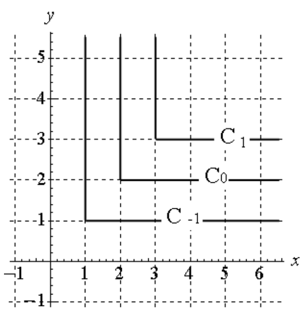
CUESTIONES TEST [3 puntos]: Marque las **respuestas** a las **cuestiones de test** en el **cuadro** siguiente:

1 a b c d	**2 a b c d**	**3 a b c d**	**4 a b c d**	**5 a b c d**

1. Sea la función $f(x,y) = \sqrt{xe^{(1+y^2)}}$. Se verifica que:

   (a) La curva de nivel 1 de f no existe.
   (b) El punto $(1,1)$ pertenece a la curva de nivel e de f.
   (c) El punto $(-1,0)$ pertenece al dominio de f.
   (d) El punto $(0,0)$ pertenece al dominio de f.

2. En la figura siguiente se representan las curvas de nivel -1, 0 y 1 de una función f. Se verifica que:



   (a) $f_x(1,2) = 0$ (La derivada parcial de f respecto de x en el punto $(1,2)$ es cero).

   (b) El punto $(2,2)$ pertenece a la curva de nivel -1.

   (c) $f(1,2) = -1$.

   (d) $f_y(1,2) = 0$ (La derivada parcial de f respecto de y en el punto $(1,2)$ es cero).

3. Sea f una función diferenciable y homogénea de grado 3. Se verifica:

   (a) $f(1,0) = f_x(1,0)$.
   (b) $f(2x,2y) = 2f(x,y)$.
   (c) $f(2x,2y) = 8f(x,y)$.
   (d) $f_x(x,y)$ es una función homogénea de grado 3.

4. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función diferenciable en $\mathbb{R}^2$ tal que $f(1,2) = 1$ y $\nabla f(x,y) = (4,-3)$ para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$. Se verifica que:

   (a) La función f es creciente respecto de la variable y en un entorno del punto $(1,2)$.
   (b) f es una función constante.
   (c) Si aumentamos en una unidad el valor de la variable x la función disminuye aproximadamente en un 40%.
   (d) $f(1'05,2) \approx 1'2$.

5. Una función primitiva de la función $f(x) = xe^x$ en el intervalo $[0,10]$ es:

   (a) $G(x) = xe^x - 10e^x$
   (b) $G(x) = xe^x + x$
   (c) $G(x) = e^x(x-1) + 3$
   (d) $G(x) = xe^x$

PROBLEMAS [7 puntos]

1. **[1 punto]** Considere la función
$$f(x,y) = \frac{x+1}{2y-1}$$
Determine tanto analíticamente como gráficamente:
   (a) **[0'5 puntos]** Su dominio.
   (b) **[0'5 puntos]**Las curvas de nivel 0 y 1 de la función.

2. **[1'5 puntos]** Dada la función:
$$f(x,y) = \frac{x^2 e^y}{3} + \ln(3x+y)$$
   (a) **[1 punto]** Determine $\nabla f(x,y)$ y $Hf(x,y)$.
   (b) **[0'5 puntos]** Calcule $\nabla f(1,0)$ y $Hf(1,0)$.

3. **[2 puntos]** El porcentaje de ocupación semanal de un determinado hotel vacacional del Caribe depende de la previsión de lluvias en la zona de esa semana, x, medido en l/m^2, así como del precio medio por semana de la habitación doble, y, medido en miles de dólares, vía una función $P(x,y)$. Se sabe que esta función es diferenciable y que tiene derivadas parciales continuas. Para esta semana la previsión de lluvias era de $10\ l/m^2$ y el precio medio semanal de la habitación doble de 2500 dólares. La ocupación de esta semana en el hotel ha sido del 80%, es decir, $P(10, 2'5) = 80$. Además conocemos mediante datos históricos que el gradiente de esta función en la actualidad es $\nabla P(10, 2'5) = (-0'5, -20)$.
   (a) **[0'5 puntos]** Determine el porcentaje aproximado de ocupación del hotel si la previsión de lluvias pasa a ser de $9'5\ l/m^2$ y el precio medio semanal de la habitación doble de 2750 dólares. Es decir, calcule aproximadamente $P(9'5, 2'750)$.
   (b) **[0'5 puntos]** Calcule cual debe de ser aproximadamente el precio semanal de la habitación doble si la previsión semanal de lluvias pasa a ser de $10'5\ l/m^2$ y se desea mantener el porcentaje de ocupación en el 80%.
   (c) **[1 punto]** El beneficio semanal del hotel medido en miles de dólares depende del porcentaje de ocupación semanal vía una función derivable $B(P)$. Sabemos que $B'(80) = \frac{dB}{dP}(80) = 0'40$. Determine, en la situación actual, las marginales del beneficio en función de la previsión de lluvias semanal y del precio de la habitación doble. Es decir determine:
$$\frac{\partial B}{\partial x}(10, 2'5) \qquad \text{y} \qquad \frac{\partial B}{\partial y}(10, 2'5)$$

4. **[1 punto]** Una multinacional de productos farmacéuticos llevó a cabo una investigación para prevenir y paliar determinada enfermedad degenerativa. Gracias a estos estudios se creó y lanzó al mercado un nuevo medicamento muy efectivo contra esta enfermedad. Se estima que los beneficios anuales que obtendrá la farmacéutica durante los primeros 10 años viene dado por la función
$$B(t) = \int_0^t \left(27 - x^3\right) e^{-x^2+3x-2} dx$$
donde t son los años transcurridos desde el lanzamiento del medicamento al mercado y el beneficio está expresado en millones de Euros.
   (a) **[0'5 puntos]** Demuestre que esta función de beneficios es una función derivable.
   (b) **[0'5 puntos]** Calcule los beneficios marginales $B'(t)$ al cabo del primer y segundo año e interprete los resultados.

5. **[1'5 puntos]** Estudie la convergencia de la siguiente integral y calcule la integral en caso de que sea convergente
$$\int_4^\infty \frac{2}{x^2 - 5x + 6} dx$$

EXAMEN ANÁLISIS MATEMÁTICO
Grado en Económicas
ENERO 2016.

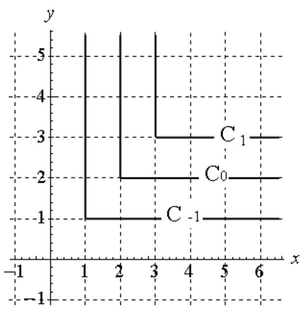
Apellidos:	**DNI:**
Nombre:	**Grupo:**

CUESTIONES TEST [3 puntos]: Marque las **respuestas** a las **cuestiones de test** en el **cuadro** siguiente:

1 a b c d	**2 a b c d**	**3 a b c d**	**4 a b c d**	**5 a b c d**

1. Sea la función $f(x,y) = \sqrt{xe^{(1+y^2)}}$. Se verifica que:
   (a) La curva de nivel 1 de f no existe.
   (b) El punto $(1,1)$ pertenece a la curva de nivel e de f.
   (c) El punto $(-1,0)$ pertenece al dominio de f.
   (d) El punto $(0,0)$ pertenece al dominio de f.

2. En la figura siguiente se representan las curvas de nivel -1, 0 y 1 de una función f. Se verifica que:



   (a) $f_x(1,2) = 0$ (La derivada parcial de f respecto de x en el punto $(1,2)$ es cero).
   (b) El punto $(2,2)$ pertenece a la curva de nivel 0.
   (c) $f(1,2) = 1$.
   (d) $f_y(1,2) = 0$ (La derivada parcial de f respecto de y en el punto $(1,2)$ es cero).

3. Sea f una función diferenciable y homogénea de grado 2. Se verifica:
   (a) $f(1,0) = f_x(1,0)$.
   (b) $f(2x,2y) = 4f(x,y)$.
   (c) $f(2x,2y) = 8f(x,y)$.
   (d) $f_x(x,y)$ es una función homogénea de grado 2.

4. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función diferenciable en $\mathbb{R}^2$ tal que $f(1,2) = 1$ y $\nabla f(x,y) = (-3,4)$ para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$. Se verifica que:
   (a) La función f es creciente respecto de la variable x en un entorno del punto $(1,2)$.
   (b) f es una función constante.
   (c) Si aumentamos en una unidad el valor de la variable y la función disminuye aproximadamente en un 40%.
   (d) $f(1,2'05) \approx 1'2$.

5. Una función primitiva de la función $f(x) = xe^x$ en el intervalo $[0,10]$ es:
   (a) $G(x) = xe^x - 10e^x$
   (b) $G(x) = xe^x + x$
   (c) $G(x) = e^x(x-1) + 5$
   (d) $G(x) = xe^x$

PROBLEMAS [7 puntos]

1. **[1 punto]** Considere la función:
$$f(x,y) = \frac{y+1}{2x-1}$$
Determine tanto analíticamente como gráficamente:
   (a) **[0'5 puntos]** Su dominio.
   (b) **[0'5 puntos]** Las curvas de nivel 0 y 1 de la función.

2. **[1'5 puntos]** Dada la función:
$$f(x,y) = \frac{x^2 e^y}{3} + \ln(3x+y)$$
   (a) **[1 punto]** Determine $\nabla f(x,y)$ y $Hf(x,y)$.
   (b) **[0'5 puntos]** Calcule $\nabla f(1,0)$ y $Hf(1,0)$.

3. **[2 puntos]** El porcentaje de ocupación semanal de un determinado hotel vacacional del Caribe depende de la previsión de lluvias en la zona de esa semana, x, medido en l/m^2, así como del precio medio por semana de la habitación doble, y, medido en miles de dólares, vía una función $P(x,y)$. Se sabe que esta función es diferenciable y que tiene derivadas parciales continuas. Para esta semana la previsión de lluvias era de 10 l/m^2 y el precio medio semanal de la habitación doble de 2500 dólares. La ocupación de esta semana en el hotel ha sido del 80%, es decir, $P(10, 2'5) = 80$. Además conocemos mediante datos históricos que el gradiente de esta función en la actualidad es $\nabla P(10, 2'5) = (-0'5, -20)$.
   (a) **[0'5 puntos]** Determine el porcentaje aproximado de ocupación del hotel si la previsión de lluvias pasa a ser de $9'5$ l/m^2 y el precio medio semanal de la habitación doble de 2750 dólares. Es decir, calcule aproximadamente $P(9'5, 2'750)$.
   (b) **[0'5 puntos]** Calcule cual debe de ser aproximadamente el precio semanal de la habitación doble si la previsión semanal de lluvias pasa a ser de $10'5$ l/m^2 y se desea mantener el porcentaje de ocupación en el 80%.
   (c) **[1 punto]** El beneficio semanal del hotel medido en miles de dólares depende del porcentaje de ocupación semanal vía una función derivable $B(P)$. Sabemos que $B'(80) = \frac{dB}{dP}(80) = 0'40$. Determine, en la situación actual, las marginales del beneficio en función de la previsión de lluvias semanal y del precio de la habitación doble. Es decir determine:
$$\frac{\partial B}{\partial x}(10, 2'5) \qquad \text{y} \qquad \frac{\partial B}{\partial y}(10, 2'5)$$

4. **[1 punto]** Una multinacional de productos farmacéuticos llevó a cabo una investigación para prevenir y paliar determinada enfermedad degenerativa. Gracias a estos estudios se creó y lanzó al mercado un nuevo medicamento muy efectivo contra esta enfermedad. Se estima que los beneficios anuales que obtendrá la farmacéutica durante los primeros 10 años viene dado por la función
$$B(t) = \int_0^t \left(27 - x^3\right) e^{-x^2+3x-2} dx$$
donde t son los años transcurridos desde el lanzamiento del medicamento al mercado y el beneficio está expresado en millones de Euros.
   (a) **[0'5 puntos]** Demuestre que esta función de beneficios es una función derivable.
   (b) **[0'5 puntos]** Calcule los beneficios marginales $B'(t)$ al cabo del primer y segundo año e interprete los resultados.

5. **[1'5 puntos]** Estudie la convergencia de la siguiente integral y calcule la integral en caso de que sea convergente
$$\int_4^{\infty} \frac{2}{x^2-5x+6} dx$$