Materiales II, septiembre 2004

Problema 1

Para medir el coeficiente de difusión de un dopante (D) en un semiconductor (S) y su dependencia de la temperatura, se realiza una serie de experimentos de difusión de D en obleas de S puro expuestas a vapor de D a diferentes temperaturas y diferentes concentraciones del vapor de D en la superficie de la oblea. En cada experimento se mide la concentración de D a una profundidad de $z = 15 \cdot 10^{-6}$ m y a los $\tau = 20$ s del comienzo de la exposición al vapor. La siguiente tabla resume los resultados obtenidos:

Temperatura (K) $T_j =$	Concentración de D en la superficie de la oblea (átomos / m^3) $Cs_j =$	Concentración de D en la oblea a la profundidad z y al tiempo τ $C_j =$
1204	$3.39 \cdot 10^{21}$	$2.10 \cdot 10^{21}$
1098	$3.82 \cdot 10^{21}$	$1.31 \cdot 10^{21}$
1112	$2.26 \cdot 10^{21}$	$8.99 \cdot 10^{20}$
1178	$2.07 \cdot 10^{21}$	$1.08 \cdot 10^{21}$
1256	$9.80 \cdot 10^{20}$	$5.47 \cdot 10^{20}$
989	$1.83 \cdot 10^{21}$	$6.55 \cdot 10^{19}$

A la vista de estos resultados, ¿cuál será el coeficiente de difusión (m^2/s) de D en S en un proceso de fabricación de chips que opera a $T_{op} = 1300$ K?

(45 min, 2.5 puntos)

Solución: la difusión de D en S puro está descrita por: $C(\tau, z, Cs, T) = Cs - Cs \cdot \mathrm{erf}\left(\frac{z}{2\sqrt{D(T)\cdot\tau}}\right)$ (A)

y la dependencia de la temperatura del coeficiente de difusión obedece una ley de Arrheniu $D(T) = D_0 \cdot \exp\left(\frac{-Q}{R \cdot T}\right)$ con $R = 8.314$ J/molK

De cada uno de los datos experimentales es por tanto posible extraer el valor del correspondiente coeficiente de difusión despejando D(T) de la relación (A):

$$D_j = \frac{1}{\tau} \cdot \left(\frac{z}{2\,\mathrm{erfinv}\left(\frac{Cs_j - C_j}{Cs_j}\right)} \right)^2$$

con $N_{exp} = 6$ $\quad j = 1, 2 .. N_{exp}$

donde "erfinv" es la función inversa de la función de error "erf", cuyo valor se calcula entrando en la tabla de la función de error (Tabla 4.5, pág. 127) con el valor de la función y leyendo el argumento.

Los valores de los coeficientes de difusión que se obtienen así para cada temperatura son (m^2/s):

$D_j =$
$2.28 \cdot 10^{-11}$
$6.24 \cdot 10^{-12}$
$7.86 \cdot 10^{-12}$
$1.38 \cdot 10^{-11}$
$1.64 \cdot 10^{-11}$
$1.28 \cdot 10^{-12}$

Materiales II, septiembre 2004

Para obtener una estimación de D a $T_{op} = 1300$ K podemos estimar por regresión linear los valores de D_0 y Q en la expresión de Arrhenius linealizada tomando logaritmos:

$$\ln D = \ln D_0 - \frac{Q}{R}\cdot\frac{1}{T}$$

Los parámetros de la regresión (y=a+bx) serán entonces: $a = \ln D_0$ $\qquad b = \frac{-Q}{R}$

Llamando:

$$x_j = \frac{1}{T_j} \qquad y_j = \ln(D_j)$$

$x_j =$

$8.3056\cdot10^{-4}$
$9.1075\cdot10^{-4}$
$8.9928\cdot10^{-4}$
$8.4890\cdot10^{-4}$
$7.9618\cdot10^{-4}$
$1.0111\cdot10^{-3}$

$y_j =$

-24.50
-25.80
-25.57
-25.01
-24.83
-27.39

y, p. ej., aplicando las fórmulas de regresión lineal:

$$Sx = \sum_j x_j \qquad Sx = 5.30\times10^{-3} \qquad Sy = \sum_j y_j \qquad Sy = -153.10$$

$$t_j = x_j - \frac{Sx}{N_{exp}} \qquad Stt = \sum_j (t_j)^2 \qquad Stt = 2.89\times10^{-8}$$

$$b = \frac{1}{Stt}\left[\sum_j (t_j\cdot y_j)\right] \qquad b = -13084$$

$$a = \frac{1}{N_{exp}}(Sy - b\cdot Sx) \qquad a = -13.97$$

Y por tanto:

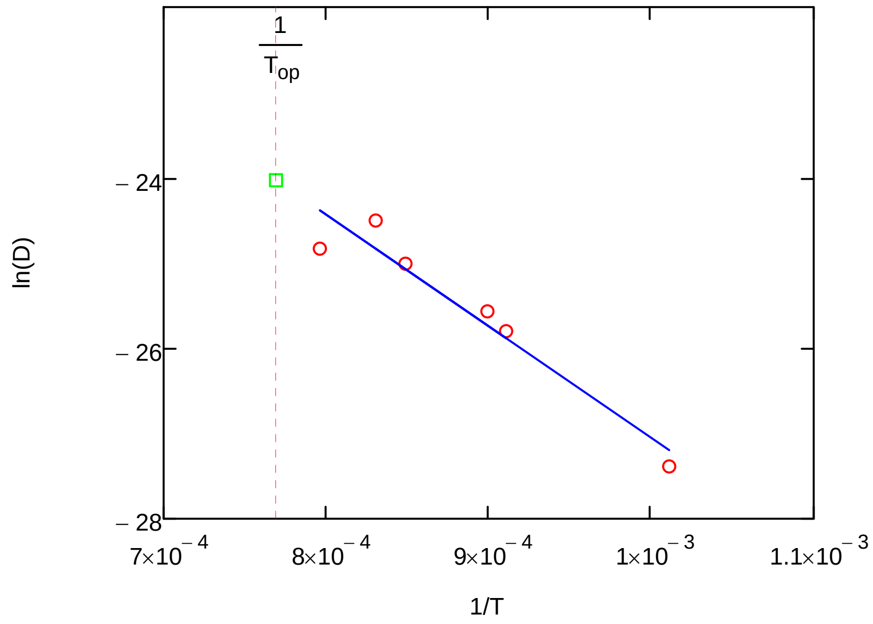
$$D_0 = \exp(a) \qquad Q = -b\cdot R$$

$$D_0 = 8.596\times10^{-7}\ \mathrm{m^2/s} \qquad Q = 108778\ \mathrm{J/mol}$$

El valor del coeficiente de difusividad que cabe esperar a $T_{op} = 1300$ K es por tanto:

$$D_0\cdot\exp\left(\frac{-Q}{R\cdot T_{op}}\right) = 3.66\times10^{-11}\ \mathrm{m^2/s}$$

Una alternativa mucho menos precisa y poco recomendable es representar gráficamente lnD frente a 1/T, trazar "a ojo" una recta que aproximadamente represente los puntos experimentales y usar esta recta para leer el valor de lnD a $\frac{1}{T_{op}} = 7.69\times10^{-4}$ K (símbolo verde en la gráfica siguiente), que coincide aproximadamente con el valor determinado por regresión lineal: $\ln\left(D_0 \cdot \exp\left(\frac{-Q}{R \cdot T_{op}}\right)\right) = -24.03$:



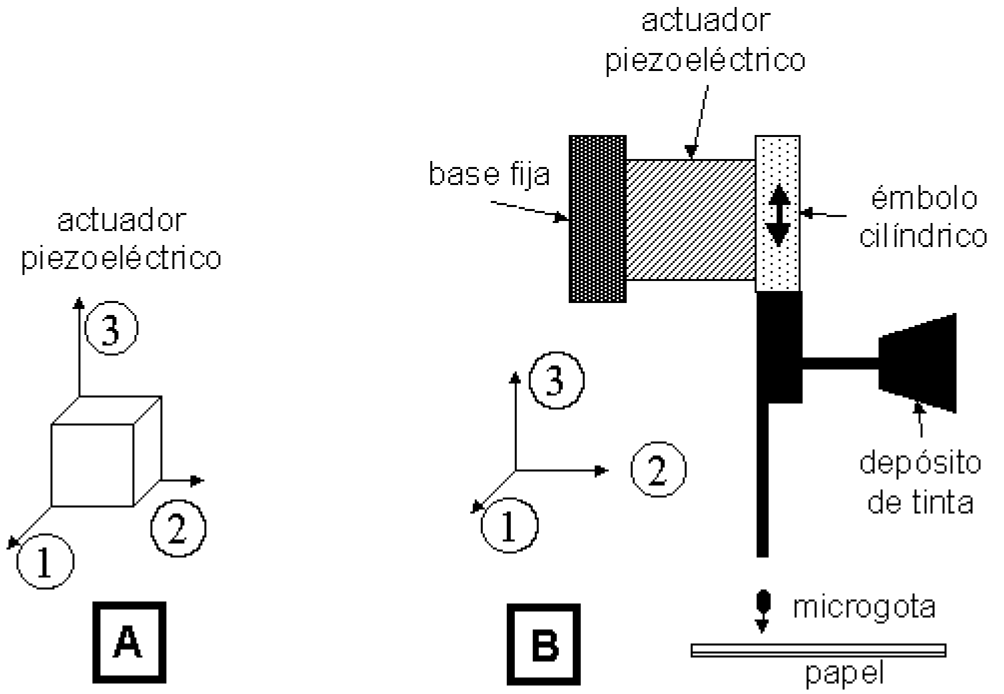
Materiales II, convocatoria Junio 2004

Problema 2

El cabezal de una impresora de chorro de tinta funciona proyectando microgotas de tinta sobre el papel. La impulsión de la tinta la realiza un elemento piezoeléctrico. Este se deforma rápidamente al aplicarle un voltaje entre dos de sus caras, desplazando así un émbolo cilíndrico de radio $R = 190 \cdot 10^{-6}$ m que proyecta la microgota de la cámara al exterior. El émbolo tiene libertad de movimiento exclusivamente en la dirección del eje 3. El elemento piezoeléctrico tiene forma cúbica de lado $l = 840 \cdot 10^{-6}$ m (ver esquema, parte A) y va adherido solidariamente a una base fija tal y como se indica esquemáticamente en la parte B de la figura. Los sistemas de coordenadas en las dos figuras son los mismos (es decir, el elemento va montado en el cabezal de modo que los ejes 1 de los dos sistemas coinciden, idem los ejes 2 y 3). Este sistema de coordenadas es también al que están referidos los módulos piezoeléctricos del material empleado en esta aplicación (cerámica híbrida PZT-HT de alto módulo) :

d_{123}=d_{132}=d_{231}=d_{213}=d_{312}=d_{321}, $d_{123} = 8.88 \cdot 10^{-9}$ C/N

El resto de los módulos son nulos.



1. Decidir qué caras del elemento piezoeléctrico deben polarizarse.
2. Calcular qué volumen tendrá la gota de tinta cuando se aplica una diferencia de potencial entre las caras seleccionadas en el apartado anterior de $\Delta V = 12\,V$.

(45 min, 2.5 puntos)

Solución: este problema es idéntico al 08_06_03. El PZT-HT es, en cuanto a los módulos, análogo al ZnS cúbico. De acuerdo con la figura B, para producir el desplazamiento del émbolo (a lo largo del eje 3), es preciso que el elemento activo sufra una deformación de cortadura en el plano 23, es decir el tensor de gradiente de deformación debe tener componentes ε_{23} y ε_{32} (por simetría) no nulas. A la vista de los módulos piezoeléctricos del material, el único modo de posible de conseguir esto es **aplicando una polarización entre las caras 1 (perpendiculares al eje 1) del elemento activo:**

$$E_1 = \frac{\Delta V}{l} \qquad E_1 = 1.43 \times 10^4 \,V/m \qquad d_{132} = d_{123}$$

$$\varepsilon_{23} = E_1 \cdot d_{123} \qquad \varepsilon_{32} = E_1 \cdot d_{132}$$

$$\varepsilon_{23} = 1.27 \times 10^{-4} \qquad \varepsilon_{32} = 1.27 \times 10^{-4}$$

Se observa también que los módulos d_{123} y d_{132} tienen el mismo valor numérico, como corresponde a la condición de simetría del tensor ε. La deformación de cortadura del elemento corresponde por tanto a un desplazamiento del émbolo a lo largo del eje 3 de:

$$\Delta x_3 = 2\varepsilon_{23} \cdot l \qquad \Delta x_3 = 2.13 \times 10^{-7} \,\text{ m}$$

Y el volumen de tinta inyectado en una gota es:

$$Vol = \Delta x_3 \cdot \pi \cdot R^2 \qquad Vol = 2.42 \times 10^{-14} \,m^3$$

es decir, alrededor de una cienmilésima de milímetro cúbico, que es suficiente para producir, sobre papel satinado, un punto de un diámetro de unas decenas de micras, con el que el cabezal puede alcanzar una resolución de 600 ppp.