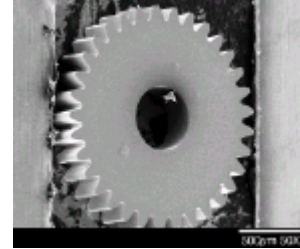


Problema 1

Se desea fabricar un eje para el microengranaje de la figura. El eje debe tener un diámetro de 24 μm y se fabrica por fotolitografía a T₀ = 300K sobre un sustrato cerámico cristalino del sistema tetragonal. El eje se fabrica de modo que está orientado en la dirección cristalográfica [100] del cristal del sustrato. Los coeficientes de dilatación o expansión térmica principales del material (es decir, en su sistema de coordenadas cristalográfico) son: α₁₁ = 3.5·10⁻⁵ K⁻¹ y α₃₃ = 1.9·10⁻⁵ K⁻¹.



"gear.bmp"

Al operar a temperaturas por encima de la de fabricación, el eje se dilata y distorsiona y su sección pierde la forma de círculo. El adecuado funcionamiento del engranaje exige que la sección transversal del eje tenga una excentricidad inferior a la siguiente especificación: la relación entre sus ejes mayor y menor no debe exceder el valor de la tolerancia tol = 1.005.

Calcular cuál es la máxima temperatura (T_{max}) a la que puede funcionar el microengranaje.

2.5 puntos, 45 minutos



Solución: por ser del sistema tetragonal, α₂₂=α₁₁ (de modo idéntico al problema de la convocatoria de junio 2003).

El tensor de dilatación o expansión térmica expresado en el sistema de referencia cristalográfico es:

$$\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{33} \end{pmatrix} \text{ K}^{-1} \qquad \alpha = \begin{pmatrix} 3.5 \times 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 3.5 \times 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 & 1.9 \times 10^{-5} \end{pmatrix} \text{ K}^{-1}$$

La sección transversal del eje está contenida en el plano perpendicular a [100], es decir, el plano y-z. La sección, inicialmente circular, se convierte en una elipse con el eje mayor en la dirección y, debido a que el coeficiente de dilatación es mayor en la dirección y (α_{2,2} = 3.50 × 10⁻⁵) que en la z (

α_{3,3} = 1.90 × 10⁻⁵). A la temperatura máxima de operación, la relación de semiejes de esta elipse debe cumplir:

$$\frac{1 + \alpha_{2,2} \cdot (T_{\max} - T_0)}{1 + \alpha_{3,3} \cdot (T_{\max} - T_0)} \leq \text{tol}$$

condición que se verifica para T_{max} = 614.4 K



Problema 2

Para fabricar piezas aislantes con bajo factor de pérdidas como componentes de un equipo de alta tensión se selecciona una cerámica de la siguiente composición en peso: 60% de sílice SiO_2 (A) 18% de magnesia MgO (B) y 22% de alúmina Al_2O_3 (C).

Para obtener esta composición final se dispone de talco puro $5\text{SiO}_2 \cdot 4\text{MgO} \cdot \text{H}_2\text{O}$ (D) y distintos tipos de arcillas:

montmorillonita (E) $4\text{SiO}_2 \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot \text{H}_2\text{O}$

beidellita (F) $3\text{SiO}_2 \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot \text{H}_2\text{O}$

caolinita (G) $2\text{SiO}_2 \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$

¿Cuál es la composición (expresada en % en peso de SiO_2 y Al_2O_3) de la arcilla más conveniente que, mezclada con el talco, proporciona la cerámica deseada?

¿De qué clase de arcilla se trata?

¿En qué relación en peso deben mezclarse el talco y la arcilla (téngase en cuenta el agua de constitución de los componentes)?

2.5 puntos, 45 minutos



Solución: las masas moleculares de A, B y C son:

$$M_{w\text{Si}} = 28.1 \quad M_{w\text{O}} = 16.0 \quad M_{w\text{Al}} = 27.0 \quad M_{w\text{Mg}} = 24.3 \quad M_{w\text{H}} = 1.0$$

$$M_{w\text{A}} = M_{w\text{Si}} + 2 \cdot M_{w\text{O}} \quad M_{w\text{A}} = 60.1 \quad \text{kg/kmol}$$

$$M_{w\text{B}} = M_{w\text{Mg}} + M_{w\text{O}} \quad M_{w\text{B}} = 40.3 \quad \text{kg/kmol}$$

$$M_{w\text{C}} = 2 \cdot M_{w\text{Al}} + 3 \cdot M_{w\text{O}} \quad M_{w\text{C}} = 102 \quad \text{kg/kmol}$$

En el diagrama triangular se localizan los puntos representativos de la cerámica final (Y) y del talco (D). Uniéndolos con una recta se obtiene la composición de la arcilla en el punto de corte (X) de dicha recta con el eje AC, que resulta aproximadamente **54% (en peso) de sílice y 46% de alúmina**. Esto supone una relación molar:

$$\frac{\frac{54}{M_{w\text{A}}}}{\frac{100-54}{M_{w\text{C}}}} = 1.99 \quad \text{moles de sílice por mol de alúmina.}$$

Y por tanto se trata de **caolinita**.

Las masas moleculares del talco y la caolinita son:

$$M_{w\text{G}} = 2(M_{w\text{Si}} + 2 \cdot M_{w\text{O}}) + 2 \cdot M_{w\text{Al}} + 3 \cdot M_{w\text{O}} + 2(2 \cdot M_{w\text{H}} + M_{w\text{O}}) \quad M_{w\text{G}} = 258.2 \quad \text{kg/kmol}$$

$$M_{w\text{D}} = 5 \cdot (M_{w\text{Si}} + 2 \cdot M_{w\text{O}}) + 4(M_{w\text{Mg}} + M_{w\text{O}}) + (2 \cdot M_{w\text{H}} + M_{w\text{O}}) \quad M_{w\text{D}} = 479.7 \quad \text{kg/kmol}$$

La proporción de talco necesaria (en base seca y en peso) se obtiene de la relación de las longitudes de los segmentos $YX/XD=52.1\%$. Teniendo en cuenta el agua de constitución, 52.1 kg de D y (100-52.1) kg de X corresponden a:

$$m_{\text{D}} = 52.1 \cdot \frac{M_{w\text{D}}}{M_{w\text{D}} - 18} \quad m_{\text{D}} = 54.13 \quad \text{kg de talco (D)}$$

$$m_{\text{G}} = (100 - 52.1) \cdot \frac{M_{w\text{G}}}{M_{w\text{G}} - 2 \cdot 18} \quad m_{\text{G}} = 55.66 \quad \text{kg de caolinita (G)}$$

Las fracciones (en peso) de las dos materias primas es por tanto $\frac{m_{\text{D}}}{m_{\text{D}} + m_{\text{G}}} = 0.493$ de talco y

$$\frac{m_G}{m_D + m_G} = 0.507 \text{ de caolinita. Y la relación de mezcla en peso talco/arcilla es } \frac{m_D}{m_G} = 0.973 \text{ kg/kg}$$

Como comprobación:

$$\frac{\frac{m_D}{M_{wD}} \cdot 5 \cdot M_{wA} + \frac{m_G}{M_{wG}} \cdot 2 \cdot M_{wA}}{\frac{m_D}{M_{wD}} \cdot 5 \cdot M_{wA} + \frac{m_G}{M_{wG}} \cdot 2 \cdot M_{wA} + \frac{m_D}{M_{wD}} \cdot 4 \cdot M_{wB} + \frac{m_G}{M_{wG}} \cdot 1 \cdot M_{wC}} = 0.60 \quad \text{fracción en peso de A en el producto}$$

$$\frac{\frac{m_D}{M_{wD}} \cdot 4 \cdot M_{wB}}{\frac{m_D}{M_{wD}} \cdot 5 \cdot M_{wA} + \frac{m_G}{M_{wG}} \cdot 2 \cdot M_{wA} + \frac{m_D}{M_{wD}} \cdot 4 \cdot M_{wB} + \frac{m_G}{M_{wG}} \cdot 1 \cdot M_{wC}} = 0.18 \quad \text{fracción en peso de B en el producto}$$

$$\frac{\frac{m_G}{M_{wG}} \cdot 1 \cdot M_{wC}}{\frac{m_D}{M_{wD}} \cdot 5 \cdot M_{wA} + \frac{m_G}{M_{wG}} \cdot 2 \cdot M_{wA} + \frac{m_D}{M_{wD}} \cdot 4 \cdot M_{wB} + \frac{m_G}{M_{wG}} \cdot 1 \cdot M_{wC}} = 0.22 \quad \text{fracción en peso de C en el producto}$$

