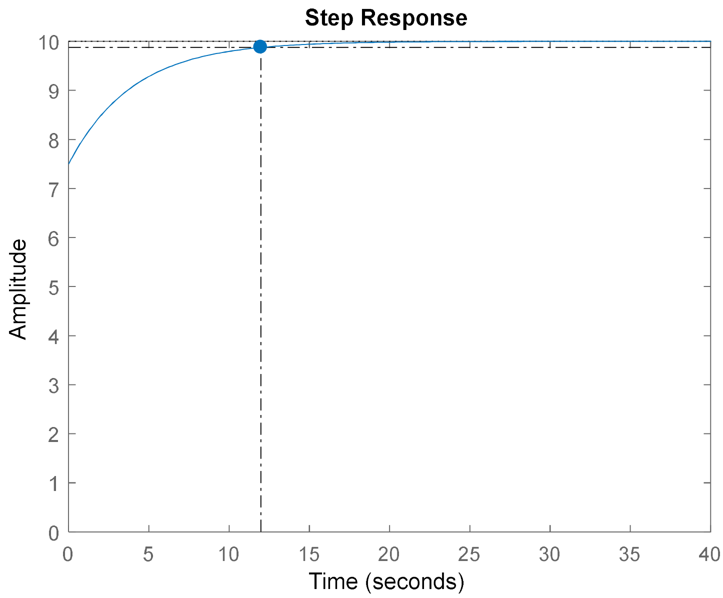
escuela técnica superior de ingeniería diseño industrial UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL Departamento Electrónica, Automática e Informática Industrial	APELLIDOS NOMBRE Nº Mat. ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA CURSO 3º GRUPO Julio 2018	Calificación

1. Cuestión (2 puntos, 30 minutos)

1. Obtener **la expresión analítica** de la señal de salida ante una excitación de escalón con una amplitud de 5 unidades y dibujar y caracterizar la seña de salida indicando los valores más significativos.

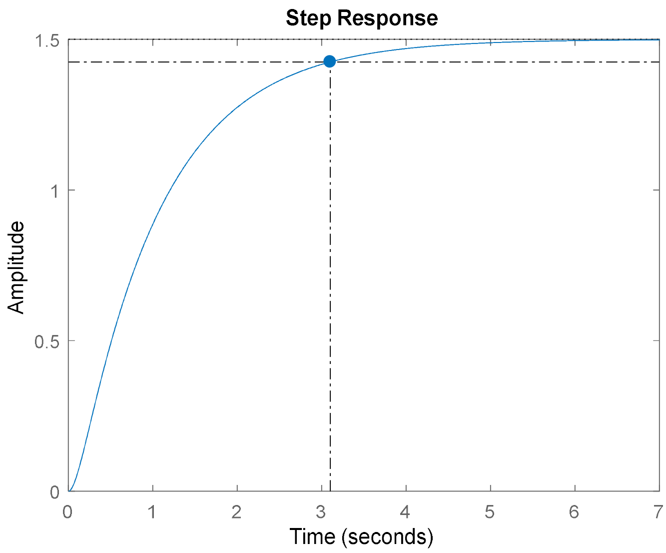
a) $\boldsymbol{G(s) = \frac{2(1+3s)}{(1+4s)}}$

$$Y(s) = \frac{5}{s}\frac{2(1+3s)}{(1+4s)} = \frac{10}{s} - \frac{2.5}{s+0.25}$$
$$y(t) = 10 - 2.5e^{-0.25t}$$



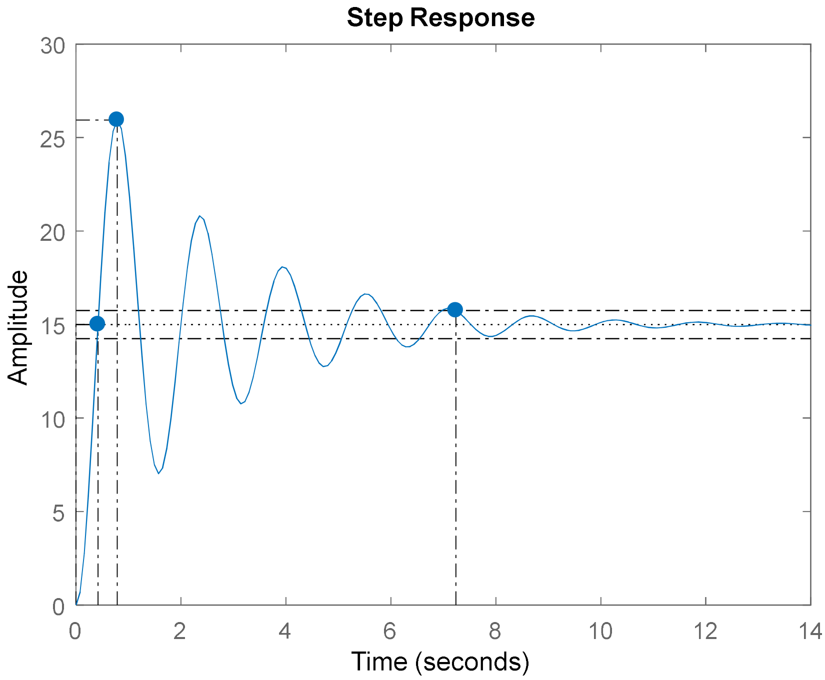
b) $\boldsymbol{G(s) = \frac{3}{(s+1)(s+10)}}$

$$Y(s) = \frac{15}{s(s+1)(s+10)} = \frac{1.5}{s} - \frac{15/9}{s+1} + \frac{15/90}{s+10}$$

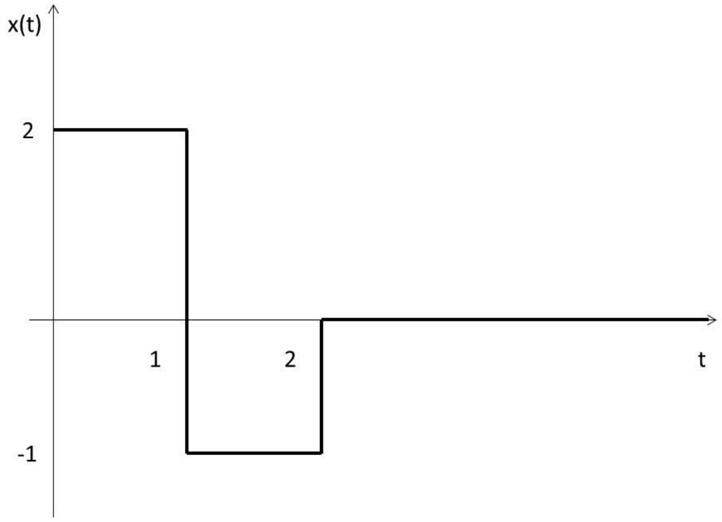


c) **Un sistema de segundo orden con una frecuencia natural de 4[rad/s], un factor de amortiguamiento de 0.1 y una ganancia estática de 3.**

$$y(t) = 15(1 - \frac{e^{-0.4t}}{\sqrt{1-0.01}} sen(3.98t + 1.47))$$



2. Calcular la transformada de Laplace de la siguiente señal:



$$x(s) = \frac{2}{s} - \frac{3e^{-s}}{s} + \frac{e^{-2s}}{s}$$

escuela técnica superior de ingeniería diseño industrial UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL Departamento Electrónica, Automática e Informática Industrial	APELLIDOS		
	NOMBRE	Nº Mat.	
	ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA		Calificación
	CURSO 3º GRUPO Julio 2018		

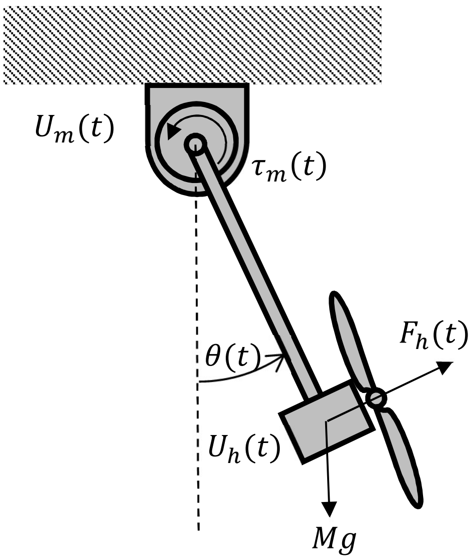
2. Cuestión (2 puntos, 30 minutos)

La siguiente figura representa una maqueta de laboratorio en la que se quiere controlar el ángulo con la vertical formado por una barra a cuyo final se ha incluido un motor con una hélice. La barra es de longitud $\boldsymbol{l = 1m}$ y masa despreciable y el conjunto motor+hélice tiene una masa $\boldsymbol{M = 1\ Kg}$. Tanto la gravedad como la fuerza de empuje de la hélice $\boldsymbol{F_h(t)}$ se pueden considerar que se aplican sobre el centro de masas del conjunto, tal y como refleja el dibujo. La fuerza de la hélice se relaciona con la tensión aplicada al motor de la hélice $\boldsymbol{U_h(t)}$ según la siguiente ecuación diferencial:

$$\boldsymbol{U_h(t) = 0.05\left(F_h(t)\right)^2 + 3\frac{dF_h(t)}{dt} + 0.1}$$

Además dicha barra está acoplada a un motor controlado por inducido de inductancia equivalente **L=100mH** y resistencia de bobinado **R=10 Ω**. Su constante de par es igual que su constante de tensión y queda determinado por el valor $\boldsymbol{K_m = 5}$. Considerando como entradas la tensión aplicada al motor $\boldsymbol{U_m(t)}$ y la tensión aplicada al motor de la hélice $\boldsymbol{U_h(t)}$, y como salida el ángulo $\boldsymbol{\theta(t)}$**, s**e pide:

1. Obtener las ecuaciones algebro-diferenciales que modelan el sistema.
2. Linealizar el sistema para una situación estable en la que $\boldsymbol{U_m(0) = 0V}$ y $\boldsymbol{F_h(0) = 5N}$
3. Dibujar el diagrama de bloques del conjunto
4. Obtener las dos funciones de transferencia del sistema para dichas condiciones.
5. Obtener -mediante las funciones de transferencia calculadas- el ángulo final que se alcanza si en las condiciones anteriores se introduce un escalón de 10V en el motor de la barra ($\boldsymbol{U_m = 10V}$)



1º) Ecuaciones del sistema

Ecuaciones del motor de la barra:

A. $U_m(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + V_{fem}(t)$

B. $V_{fem}(t) = K_m\dot{\theta}(t)$

C. $\tau_m(t) = K_m i(t)$

Ecuaciones Mecánicas:

D. $\tau_m(t) + lF_h(t) = Ml^2\ddot{\theta}(t) + Mglsin\theta(t)$

Ecuación de la hélice + motor:

E. $U_h(t) = 0.05F_h(t)^2 + 3\dot{F_h}(t) + 0.1$

2º) Linealización

En primer lugar se obtiene el punto de equilibrio. Del enunciado y la condición de situación estable, se deduce que partimos de un equilibrio de fuerzas en los que la barra permanece inmóvil. Por tanto:

$\ddot{\theta}(t) = \dot{\theta}(t) = \frac{di(t)}{dt} = \dot{F_h}(t) = 0$ y $U_m(0) = 0$ $F_h(0) = 5$

Sustituyendo en las ecuaciones anteriores, se obtiene el punto de equilibrio:

$U_h(0) = 0.05 \cdot 5^2 + 0.1 = 1.35V$

$i(0) = 0$

$\tau_m(0) = 0$

$\theta(0) = \frac{\pi}{6}$

Obtenido el punto de equilibrio se procede a linealizar las ecuaciones

A. $\Delta U_m(t) = R\Delta i(t) + L\frac{d\Delta i(t)}{dt} + \Delta V_{fem}(t)$

B. $\Delta V_{fem}(t) = K_m\Delta\dot{\theta}(t)$

C. $\Delta\tau_m(t) = K_m\Delta i(t)$

D. $\Delta\tau_m(t) + l\Delta F_h(t) = Ml^2\Delta\ddot{\theta}(t) + Mglcos(\frac{\pi}{6})\Delta\theta(t)$

E. $\Delta U_h(t) = 0.1F_h(0)\Delta F_h(t) + 3\Delta\dot{F_h}(t)$

y obtener su transformada:

A. $U_m(s) = (R + Ls)I(s) + V_{fem}(s)$

B. $V_{fem}(s) = K_m s\theta(s)$

C. $\tau_m(s) = K_m I(s)$

D. $\tau_m(s) + lF_h(s) = (Ml^2s^2 + Mgl\ \frac{\sqrt{3}}{2})\theta(s)$

E. $U_h(s) = (3s + 0.5)F_h(s)$

3º) Diagrama de bloques

Del conjunto de ecuaciones el diagrama de bloques es bastante inmediato, teniendo en cuenta que tenemos dos entradas $U_m(s)$ y $U_h(s)$, y una sola salida $\theta(s)$:

escuela técnica superior de ingeniería diseño industrial

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL

Departamento Electrónica, Automática e Informática Industrial

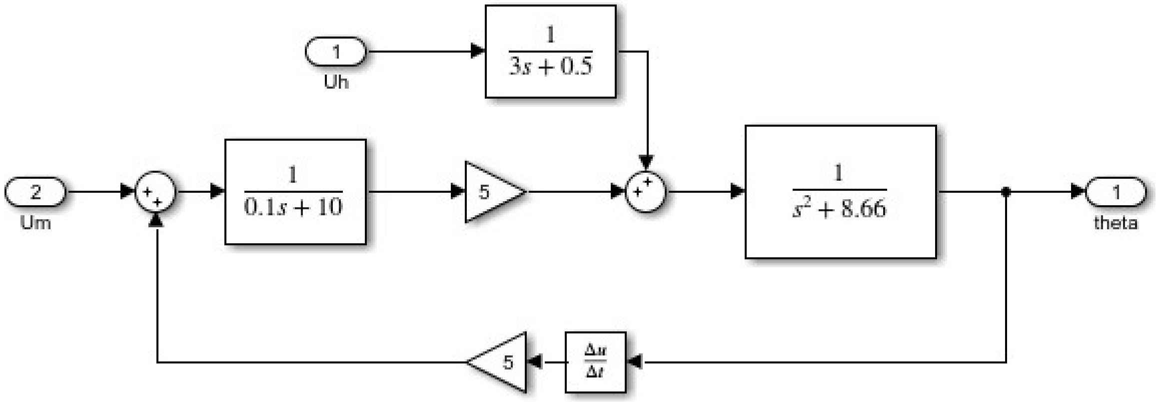
APELLIDOS

NOMBRE Nº Mat.

Calificación

ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA

CURSO 3º GRUPO Julio 2018



4º) Funciones de transferencia

Directamente:

$$\frac{\theta(s)}{U_m(s)} = \frac{K_m}{(Ls+R)\left(Ml^2s^2 + Mgl\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + K_m^2 s}$$

$$\frac{\theta(s)}{U_h(s)} = \frac{l(Ls+R)}{(3s+0.5)\left[(Ls+R)\left(Ml^2s^2 + Mgl\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + K_m^2 s\right]}$$

5º) Angulo final cuando Um=10V

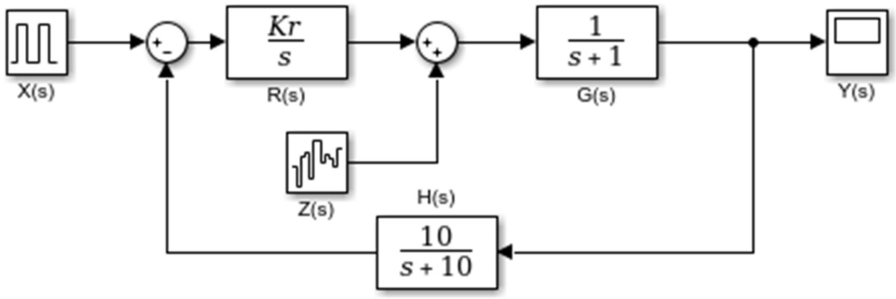
Aplicando el teorema del valor final, por medio de la función de transferencia y superposición se obtiene el valor de incremento. Como no hay variación en la hélice, al final bastará con agregar sobre el punto de equilibrio el incremento debido a la tensión aplicada en el motor de la barra:

$$\Delta\theta = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{10}{s} \frac{K_m}{(Ls+R)\left(Ml^2s^2 + Mgl\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + K_m^2 s} = 0.57rad$$

$$\theta_f = \frac{\pi}{6} + 0.57 = 1.1\ rad = 63º$$

1. Problema (3 puntos - 45 minutos)

Dado el diagrama a bloques del sistema de control en la figura adjunta, se pide:



1.- Determinar los valores de K_r para que el sistema sea estable. (0.6 puntos)
2.- Determinar los errores del regimen permanente en la salida al manipular la entrada si $K_r = 1$ (0.6 puntos)
3.- Calcular la salida del régimen permanente si se produce un cambio brusco en la perturbación. (0.6 puntos)
4.- Determinar los margenes de estabilidad del sistema sabiendo que $\omega_g = 0.8$ rad/s y $\omega_f = 3$ rad/s para $K_r = 1$ (0.6 puntos)
5.- Variar el valor de K_r para que el margen de ganancia sea de 40 dB (0.6 puntos)

1. Tanto el polinomio del denominador de la FDT de la cadena cerrada entre la salida y la entrada como el de la salida y la perturbación son identicos, luego aplicando el criterio de Routh sobre $D(s) = s^3 + 11s^2 + 10s + 10K_r$ queda $0 < K_r < 11$
2. $e_{rp} = \lim_{s\to 0} s\frac{X(s)}{k_h}(1 - k_h M(s))$
   Aplicando la expresión para las tres señales de test queda los siguientes errore:
   $$e_p = 0, e_v = 0.9, e_a = \infty$$
3. $y(\infty) = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{s}\frac{s(s+10)}{s^2+11s^2+10s+10k_r} = 0$
4. $\gamma = 46.8° \; k_g = 9{,}9$
5. La frecuencia de cruce de fase no se modifica al variar positivamente el valor de Kr. Ahora el valor de Kg es de 100. Luego el valor de kr será:
   $K_r = \frac{9.9}{100}$=0.01

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL

Departamento Electrónica, Automática e Informática Industrial

APELLIDOS

NOMBRE Nº Mat.

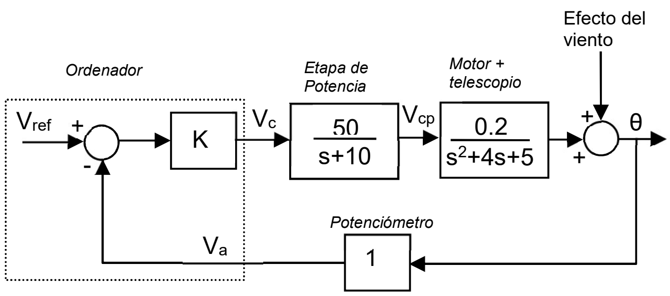
Calificación

ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA

CURSO 3º **GRUPO** **Julio 2018**

Problema 2 (3 puntos - 50 minutos)

Se ha diseñado un sencillo control de orientación de un telescopio de aficionado, el cual se conecta a un ordenador, de forma que es posible cancelar el efecto de rotación de la tierra en el seguimiento de las estrellas. El ordenador genera una señal de tensión (Vc) que es la entrada del sistema de potencia que permite actuar sobre el motor por medio de la tensión (Vcp). El telescopio está sometido a distintas perturbaciones entre las cuales, destaca el viento, por lo que el microcontrolador dispone de una medida (Va) de la orientación actual de la estructura dada por un potenciómetro solidario al eje. Puesto que se desea aplicar el sistema sobre telescopios de dimensiones y configuraciones diversas, la ganancia K del control proporcional, es ajustable mediante un mando externo. Asumiendo muchas simplificaciones, y considerando uno solo de los ejes, al final todo el sistema puede modelarse mediante el siguiente diagrama de bloques continuo:



Se pide:

1.- Obtener el valor de la ganancia K que logra que el sistema tenga un error en régimen permanente inferior al 20%. ¿Con qué velocidad seguiría el sistema, una vez alcanzado el régimen permanente, una referencia de la forma Vref(t)=2t? (2 puntos)

La función de transferencia de la cadena abierta es $G_t(s) = \frac{10K}{(s+10)(s^2+4s+5)}$, por lo que el sistema es de Tipo 0, hay error de posición , y en velocidad y aceleración es infinito. El error de posición:

$$\boldsymbol{K_p = \lim_{s\to 0}\left(G_t(s)\right) = \frac{K}{5}}$$

$$e_p = \frac{1}{1+K_p} = \frac{5}{5+K}$$

Por tanto para que este sea inferior al 20%:

$$\frac{5}{5+K} < 0{,}2 \Rightarrow K>20$$

Dado que el sistema es de tipo 0, es incapaz de seguir una referencia de velocidad, y se quedará estabilizada la velocidad de la respuesta a un ritmo de pendiente $2\lim_{s\to 0}\frac{G_t(s)}{1+G_t(s)} = 2\frac{K}{5+K}$

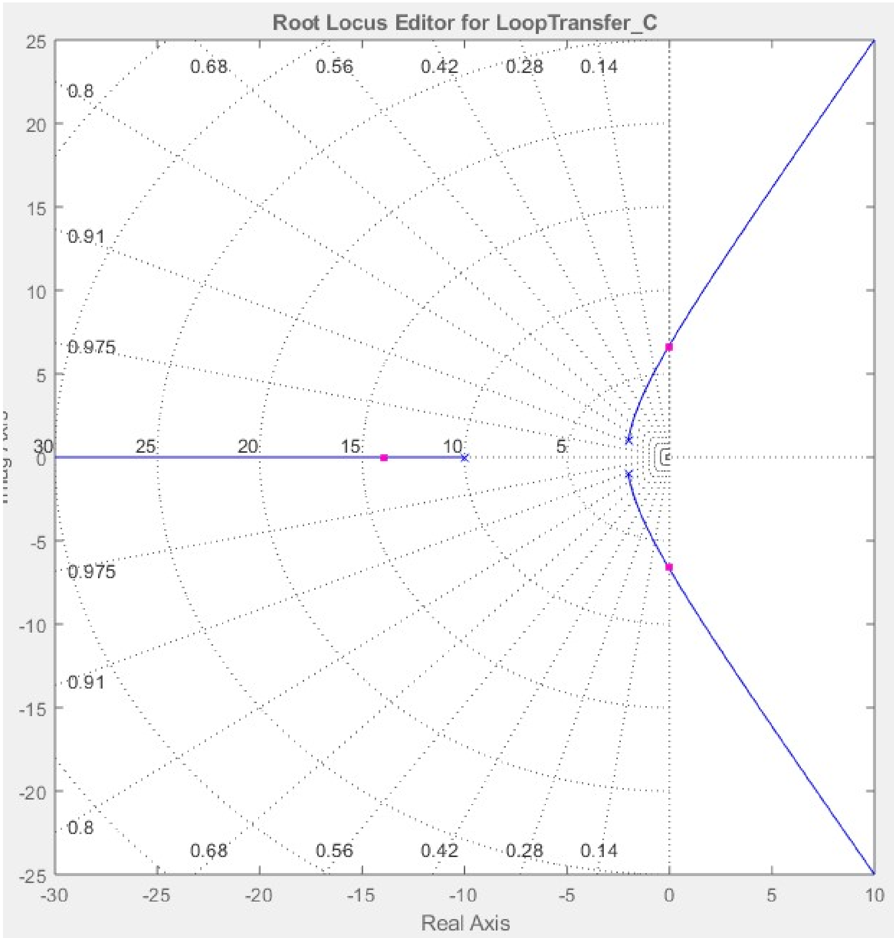
2.- Razonar mediante el uso del lugar de las raíces el efecto que tendrá la modificación del valor de K sobre el tiempo de establecimiento, la sobreoscilación, el régimen permanente y la estabilidad. ¿Cuál es el valor máximo admisible de K para que el sistema sea estable? (4 puntos)

La función de transferencia de la cadena abierta es $G_t(s) = \frac{10K}{(s^2+4s+5)(s+10)}$ que tiene los polos en -10, -2+j, -2-j

- **Centroide:** $\boldsymbol{\sigma = \frac{-14}{3}}$
- **Puntos de dispersión y confluencia:**$\boldsymbol{\frac{\partial K}{\partial s} = -\frac{3s^2+28s+45}{100} = 0}$ **por lo que s=-7.27 y s=-2.06 que se ve que no pertenecen al eje real del LDR directo**
- **Corte con el eje imaginario: Routh, indica que para K=58 se produce una fila de ceros. La ecuación auxiliar obtenida tras aplicar Routh a** $\boldsymbol{M(s) = \frac{10K}{s^3+4s^2+5s+50+10K}}$**, es** $\boldsymbol{P(s) = 14s^2 + 630 = 0}$**, por lo que el corte se produce en** $\boldsymbol{\pm\sqrt{45}j = \pm 6.7j}$

- **Angulo de salida de polos imaginarios:** $\boldsymbol{\alpha = 180 - 90 - atan\left(\frac{1}{8}\right) = 82.87}$

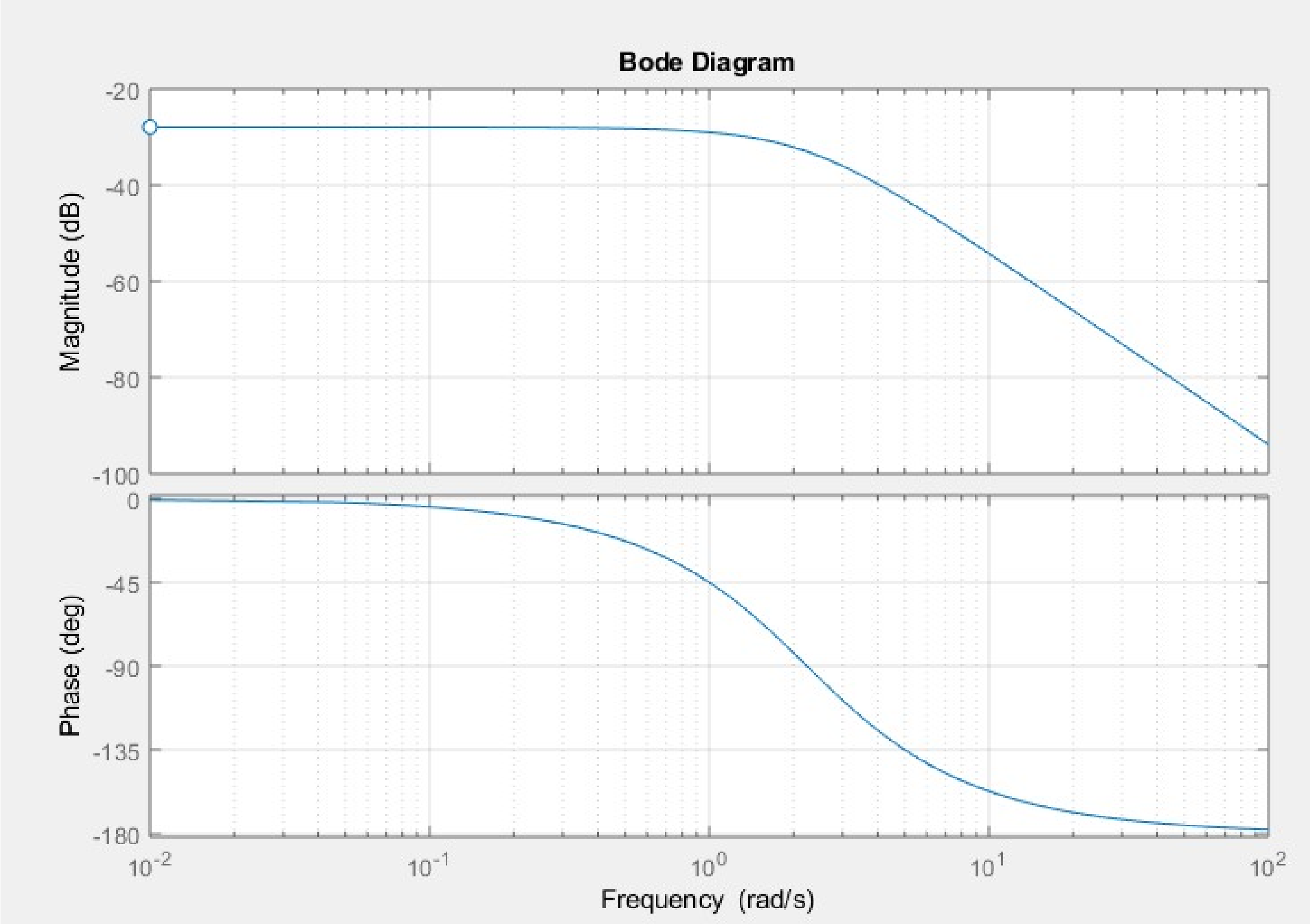
Por tanto el LDR es:



El sistema será estable hasta que K no supere el valor 58. Inicialmente se acelerará pero mantendrá el mismo tiempo de establecimiento, hasta que las oscilaciones provocarán que el sistema tarde en alcanzar el regimen permanente cada vez más tarde. El sistema se volvera inestable con oscilaciones de una frecuencia aproximada de 1 Hz ($viene\ de\ \frac{6.7}{2\pi}$). Según se incrementa K y mientras el sistema sea estable, el sistema se va haciendo cada vez más preciso

3.- Dado que el viento puede provocar efectos resonantes, es necesario estudiar el comportamiento en frecuencia del sistema Motor + Estructura. Dibujar el diagrama de Bode, el polar y calcular los valores más significativos de los mismos. ¿Hay alguna frecuencia a la que tienda a oscilar el sistema?.(4 puntos)

escuela técnica superior de ingeniería y diseño industrial UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL Departamento Electrónica, Automática e Informática Industrial	**APELLIDOS** **NOMBRE** Nº Mat. **ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA** **CURSO 3º GRUPO Julio 2018**	Calificación



El sistema no llega a ser resonante dado que ξ es mayor que 0.707 :

$$s^2 + 4s + 5 \Rightarrow \omega_n = \sqrt{5} = 2.23\frac{rad}{s} \quad ; \; \xi = \frac{4}{2\omega_n} = 0.89$$

Además, no existe una frecuencia de cruce de fase (solo se alcanzan los 180 de modo asintótico) ni se amplifica en ningún momento por lo que tampoco hay frecuencia de cruce de ganancia. Como consecuencia, el margen de ganancia es infinito, y tampoco hay margen de fase.

El diagrama polar queda contenido en su totalidad dentro de la circunferencia goniométrica.

La frecuencia a la que tendería a oscilar el sistema seria la frecuencia natural… pero no oscila.