

Nombre:**Número de matrícula:**

(sólo una respuesta es correcta; marca una sólo respuesta de modo claro sobre estas mismas hojas; no se tienen en cuenta preguntas con más de una marca) **60 min, 0.5 puntos cada pregunta**

1. El Si cristaliza en la estructura del diamante. Suponiendo los átomos perfectamente esféricos, calcular su factor de empaquetamiento atómico (APF):

- 0.45
- 0.34
- 0.66
- 0.58
- 0.71
- ninguno de los anteriores



Sol: la estructura del Si (diamante) representada en la Fig. 13.15 contiene 8 átomos. La relación entre

el radio de los átomos y la arista del cubo es $l = 8 \frac{R}{\sqrt{3}}$ y el APF es por tanto :
$$\frac{8 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi}{\left(8 \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3} = 0.340$$



2. ¿Qué peso molecular tiene una celulosa de grado de polimerización $n = 7500$?

- $2.432 \cdot 10^6$ kg/kmol
- $1.216 \cdot 10^6$ kg/kmol
- $2.432 \cdot 10^3$ kg/kmol
- $1.216 \cdot 10^3$ kg/kmol
- $4.864 \cdot 10^6$ kg/kmol
- ninguno de los anteriores



Sol: de la fórmula química de la unidad estructural repetitiva (Fig. 11.42), la masa molecular de la UER es $Mw_{UER} = (6 \cdot 12.01 + 5 \cdot 16.00 + 10 \cdot 1.008) \cdot 2$, es decir, $Mw_{UER} = 324.28$ kg/kmol. Por tanto la

masa molecular de una celulosa del grado de polimerización dado será: $n \cdot Mw_{UER} = 2.432 \times 10^6$



3. La conductividad del Si intrínseco a $T = 325$ °C es:

- 5 S/m
- 19 S/m
- 2200 S/m
- 870 S/m
- 1.5 S/m
- ninguna de las anteriores



Sol: el valor de 19 S/m se lee directamente de la ordenada del diagrama doble logarítmico de

la Fig. 13.20, para una abscisa de $\frac{1}{T + 273} = 1.67 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, o bien se calcula como en el

problema ejemplo 13.6, en cuyo caso el resultado es de 17.4 S/m. Se dan por buenas tanto la respuesta "19 S/m" como "ninguna de las anteriores".



4. En una fibra óptica multimodo se cumple que

- la fibra funciona debido a que las trayectorias de la señal óptica se reflejan totalmente en la superficie de la fibra
- la fibra funciona debido a que las trayectorias de la señal óptica se reflejan totalmente en la interfaz entre dos capas de vidrio de diferentes índices de refracción
- la longitud de las trayectorias que sigue la señal óptica entre dos puntos son las más cortas posibles
- la señal óptica viaja preferentemente por la zona de la fibra donde el índice de refracción es mínimo
- la señal óptica viaja preferentemente por la zona de la fibra donde el índice de refracción es máximo
- la señal óptica sigue trayectorias de máxima alineación



Sol: la radiación electromagnética se propaga de manera que el tiempo de viaje entre dos puntos dentro de la fibra es mínimo. En una fibra multimodo, esto implica que la trayectoria se encuentra preferentemente por la zona de la fibra donde el índice de refracción es mínimo.



5. Un CD-ROM se fabrica inyectando un fundido de policarbonato de bisfenol-A (BPA-PC) a $T_{\text{molde}} = 180 \text{ °C}$ en un molde, dejando solidificar el polímero y extrayéndolo del molde. Las dimensiones finales del CD (a temperatura ambiente $T_{\text{amb}} = 20 \text{ °C}$) deben ser $D_{\text{ext}} = 120 \text{ mm}$ de diámetro exterior y $D_{\text{int}} = 15 \text{ mm}$ de diámetro interior (el orificio central del CD). Debido al cambio de temperatura, el CD-ROM cambia de tamaño al desmoldarlo y enfriarlo. El BPA-PC se comporta de modo aproximado como un material homogéneo e isótropo con un coeficiente de expansión térmica lineal $\alpha = 5.3 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$. Para cumplir las especificaciones geométricas de D_{ext} y D_{int} , las dimensiones (diámetros exterior e interior) del molde deben ser:

- 120.62 y 14.93 mm
- 121.32 y 15.78 mm
- 119.82 y 15.91 mm
- 119.01 y 14.60 mm
- 121.02 y 15.13 mm
- ninguna de las alternativas anteriores



Sol: al ser un material isótropo, todas las dimensiones lineales cambian al variar la temperatura según $l = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$. Por tanto, las dimensiones del molde deben ser:

$$D_{\text{ext}} \cdot [1 + \alpha \cdot (T_{\text{molde}} - T_{\text{amb}})] = 121.02 \text{ mm}, \quad D_{\text{int}} \cdot [1 + \alpha \cdot (T_{\text{molde}} - T_{\text{amb}})] = 15.13 \text{ mm}.$$



6. En numerosas aplicaciones, el PVC ($\rho_{\text{PVC}} = 1390 \text{ kg/m}^3$) suele emplearse mezclado con un plastificante

(como el ftalato de 2-etil-octilo o DOP, $\rho_{DOP} = 986 \text{ kg/m}^3$) y con una carga inerte de material de relleno como el polvo de caliza CaCO_3 ($\rho_C = 2840 \text{ kg/m}^3$). Un PVC formulado con estos tres componentes tiene una densidad de $\rho = 1550 \text{ kg/m}^3$. ¿Cuál es su composición en fracciones molares x_{PVC} , x_{DOP} , $x_C = 1 - x_{PVC} - x_{DOP}$?

- $x_{PVC} = 0.426$, $x_{DOP} = 0.371$
- $x_{PVC} = 0.228$, $x_{DOP} = 0.331$
- $x_{PVC} = 0.488$, $x_{DOP} = 0.124$
- $x_{PVC} = 0.665$, $x_{DOP} = 0.239$
- con los datos que se proporcionan no hay una única respuesta.
- ninguna de las anteriores



Sol: no existe una respuesta única, sino que existen infinitos modos de obtener la densidad especificada. Puede obtenerse por ejemplo mezclando sólo PVC y DOP; y partiendo de ahí aumentando la cantidad de C y reduciendo la de PVC de modo que se mantenga la densidad. De otro modo: la cuestión planteada contiene dos incógnitas y sólo existe una condición (densidad de la mezcla), que es insuficiente para determinar las incógnitas de modo único.



7. Una técnica sencilla y usada muy frecuentemente para determinar el grado de cristalinidad de una muestra de un polímero consiste en medir su densidad. Si se conocen las densidades del polímero totalmente amorfo y totalmente cristalino, y se considera el polímero semicristalino como una mezcla física de ambos, es posible calcular su grado de cristalinidad. Para el polietileno (PE), se conoce la densidad del PE totalmente amorfo $\rho_a = 855 \text{ kg/m}^3$ y del PE totalmente cristalino $\rho_c = 1000 \text{ kg/m}^3$. Si una muestra semicristalina tiene una densidad de $\rho = 925 \text{ kg/m}^3$. ¿Cuál es su grado de cristalinidad (expresado como fracción másica)?

- $x_C = 0.23$
- $x_C = 0.89$
- $x_C = 0.61$
- $x_C = 0.52$
- $x_C = 0.11$
- ninguna de las anteriores

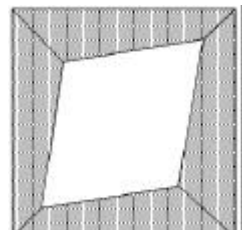
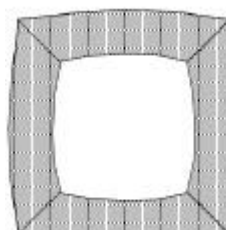
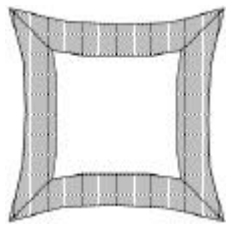
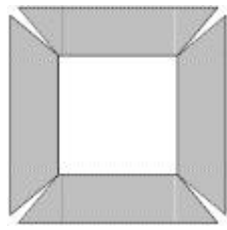
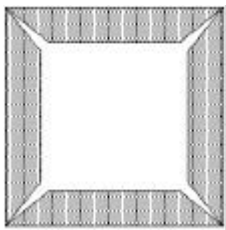
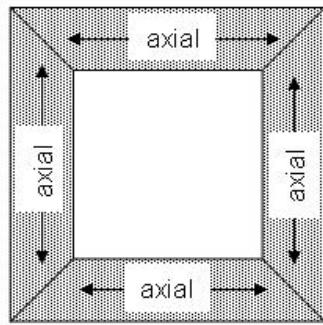


Sol: tomando una base cálculo de 1 kg, podemos expresar el volumen de esta base como un sólo componente o como mezcla de las partes amorfa y cristalina; por tanto se verifica $\frac{1}{\rho} = \frac{x_C}{\rho_c} + \frac{1-x_C}{\rho_a}$,

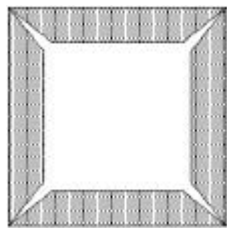
de donde $x_C = \frac{\rho_c \cdot (\rho_a - \rho)}{\rho \cdot (\rho_a - \rho_c)}$ es decir, $x_C = 0.52$



8. La estructura ensamblada por ingletes encolados que se representa en la figura está construida en madera seca al horno con un contenido en humedad estándar del 12%. En servicio en un clima seco, el contenido de humedad de la madera desciende notablemente por debajo del 12%. Los cuatro miembros de la estructura están aserrados de manera que su dimensión mayor coincide con la dirección axial de la madera, tal y como se indica en el primer dibujo. Estas uniones a inglete son especialmente inadecuadas para materiales compuestos como la madera por su tendencia a distorsionarse y a fallar estructuralmente ¿Cuál será la forma que adopta la estructura al secarse la madera?



Sol: la anchura de los cuatro miembros de la estructura se reducirá apreciablemente, por ser dirección radial o tangencial, mientras que su longitud se mantendrá constante (longitudinal). La forma que adoptará será la que se indica (y el fallo estructural será por desencolado de los ingletes).





9. La estructura de un material con empaquetamiento FCC (y átomos de radio R) se distorsiona de manera que uno de los lados de la celda unidad se alarga hasta que se alcanza un factor de empaquetamiento atómico igual al de una celda BCC. ¿Qué valor ha de tener el lado distorsionado de la celda?

- 1,04R
- 1,41R
- 1,54R
- 2,74R
- 3,08R
- ninguna de las respuestas anteriores.



Sol.: se calcula el factor de empaquetamiento para una celda FCC (sección 3.3.2), pero considerando que el volumen de la celda ahora es $V_{\text{celda}} = a^2 \cdot a_{\text{dist}}$ donde $a = 4 \frac{R}{\sqrt{2}}$ es la longitud original, y a_{dist} la longitud distorsionada. Sustituyendo en la expresión del factor de empaquetamiento, e igualando el factor a $APF_{\text{BCC}} = 0.68$ (BCC), se obtiene: $\frac{a_{\text{dist}}}{R} = \frac{2\pi}{3 \cdot APF_{\text{BCC}}}$

es decir, $\frac{2\pi}{3 \cdot APF_{\text{BCC}}} = 3.08$



10. Se difunde un gas en una oblea gruesa de silicio durante $t = 10800$ s (tres horas), a una temperatura de

$T = 1273$ K. Si $D_0 = 2.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ y $Q = 142 \cdot 10^6 \text{ J/kmol}$, ¿cuál será la profundidad de la capa límite?

- 6,17 mm
- 3,63 mm
- 2,27 mm
- 4,50 mm
- 3,01 mm
- ninguna de las respuestas anteriores



La constante de difusión a $1000 \text{ }^\circ\text{C}$ (1273 K) se calcula a partir de la ley de Arrhenius. Con

$R = 8.314 \cdot 10^3 \text{ kJ/kmol.K}$: $D = D_0 \cdot e^{\frac{-Q}{R \cdot T}}$, $D = 2.98 \times 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$ y el espesor de la capa límite es:

$4\sqrt{D \cdot t} = 2.27 \times 10^{-3} \text{ m}$.



Problema 1

Se prepara un material compuesto tipo "sandwich" formado por láminas alternadas de una matriz "m" y un refuerzo "r", de igual área y espesores $l_m = 0.5 \cdot 10^{-3}$ m y $l_r = 0.3 \cdot 10^{-3}$ m respectivamente. La superficie del material paralela a las láminas se expone a un determinado gas con concentración $C_s = 10^{26}$ átomos/m³. Los parámetros de difusión del gas en los dos componentes son:

- Matriz: $D_{0m} = 2.1 \cdot 10^{-8}$ m²/s, $Q_m = 2.8 \cdot 10^6$ J/kmol
 - Refuerzo: $D_{0r} = 5.2 \cdot 10^{-7}$ m²/s, $Q_r = 15.3 \cdot 10^6$ J/kmol
1. Calcular los coeficientes de difusión del gas en los dos componentes por separado a una temperatura $T_1 = 300$ K y $T_2 = 500$ K.
 2. Considerando que el material compuesto se comporta como un medio continuo promedio en condiciones de isoflujo (la difusión tiene lugar en la dirección perpendicular al plano de las láminas), calcular para las dos temperaturas el espesor "x" al cual la concentración de gas será la mitad de la superficial cuando haya transcurrido $t = 3600$ s de exposición al gas.

Dato: $R = 8.314 \cdot 10^3$ J/kmolK

(2.5 puntos, 45 minutos)



Solución: Las difusividades en cada uno de los componentes por separado se obtienen aplicando la ecuación 4.20 (p. 107):

$$D_{m1} = D_{0m} \cdot \exp\left(\frac{-Q_m}{R \cdot T_1}\right) \quad D_{m2} = D_{0m} \cdot \exp\left(\frac{-Q_m}{R \cdot T_2}\right) \quad D_{r1} = D_{0r} \cdot \exp\left(\frac{-Q_r}{R \cdot T_1}\right) \quad D_{r2} = D_{0r} \cdot \exp\left(\frac{-Q_r}{R \cdot T_2}\right)$$

$$D_{m1} = 6.83 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s} \quad D_{m2} = 1.07 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s} \quad D_{r1} = 1.13 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s} \quad D_{r2} = 1.31 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$$

En condiciones de isoflujo, la difusividad promedio se obtiene por la regla de mezcla de Reuss:

$$\frac{1}{D_c} = V_m \cdot \frac{1}{D_m} + V_r \cdot \frac{1}{D_r}$$

Al ser las áreas iguales, las fracciones volumétricas se obtienen a partir de los espesores:

$$V_m = \frac{l_m}{l_m + l_r} \quad V_m = 0.625 \quad V_r = 1 - V_m \quad V_r = 0.375$$

Por lo tanto, las difusividades del material compuesto a las dos temperaturas son:

$$D_{c1} = \left(V_m \cdot \frac{1}{D_{m1}} + V_r \cdot \frac{1}{D_{r1}} \right)^{-1} \quad D_{c1} = 2.36 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$D_{c2} = \left(V_m \cdot \frac{1}{D_{m2}} + V_r \cdot \frac{1}{D_{r2}} \right)^{-1} \quad D_{c2} = 1.15 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$$

Para hallar el espesor x al cual la concentración es la mitad del valor en la superficie, se utiliza la expresión del perfil de concentraciones $\frac{C_s - C_x}{C_s - C_0} = \text{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{D \cdot t}}\right) = 0.5$, con $C_0 = 0$. Interpolando los en la Tabla 4.5 del libro (p. 102), como en los problemas ejemplo 4.7 o 4.8, se obtiene:

$$\frac{x}{2\sqrt{D \cdot t}} = \text{erfinv}(0.5)$$

$$\text{erfinv}(0.5) = 0.477$$

donde "erfinv" es la función inversa de la función de error "erf", cuyo valor se calcula entrando en la tabla de la función de error (Tabla 4.5) con el valor de la función y leyendo el argumento.

$$x_1 = 2\sqrt{D_{c1} \cdot t} \cdot \text{erfinv}(0.5) \quad x_1 = 2.78 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$x_2 = 2\sqrt{D_{c2} \cdot t} \cdot \text{erfinv}(0.5) \quad x_2 = 6.14 \times 10^{-3} \text{ m}$$



Problema 2

Los materiales cerámicos piezoeléctricos se emplean como sensores de presión hidrostática (p.ej. para determinar la profundidad de inmersión de un submarino midiendo de la presión hidrostática que ejerce el agua). En esta aplicación (presión hidrostática) las componentes del tensor de esfuerzos están dadas por:

$$t_{ij} = -pd_{ij}$$

Para la construcción de un sensor de presión hidrostática en forma de cubo, con las caras cortadas perpendicularmente a los ejes cartesianos convencionales, se dispone de tres materiales monocristalinos:

A) **turmalina** (clase 3m), cuyos módulos piezoeléctricos son:

$$dA_{22} = 3.40 \cdot 10^{-13} \text{ C/N} \quad dA_{15} = 3.71 \cdot 10^{-12} \text{ C/N} \quad dA_{31} = 3.50 \cdot 10^{-12} \text{ C/N} \quad dA_{33} = 1.87 \cdot 10^{-12} \text{ C/N}$$

B) **cuarzo** (clase 32), cuyos módulos piezoeléctricos son:

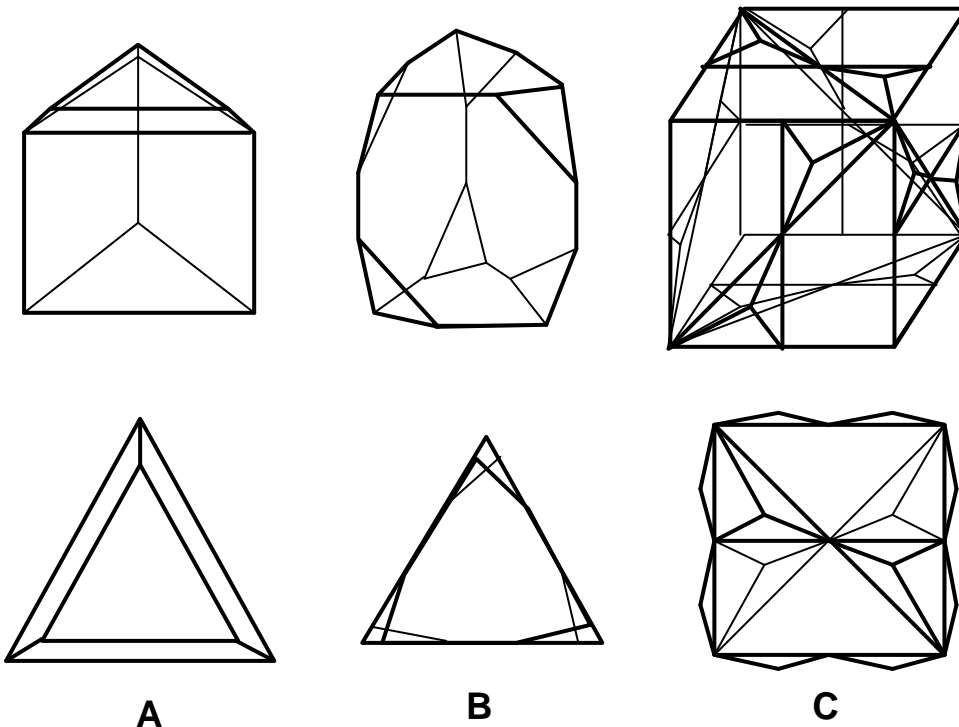
$$dB_{11} = -2.30 \cdot 10^{-12} \text{ C/N} \quad dB_{14} = -0.67 \cdot 10^{-12} \text{ C/N}$$

C) **clorato sódico** NaClO_3 (clase 23), cuyo módulo piezoeléctrico es:

$$dC_{14} = 2.07 \cdot 10^{-12} \text{ C/N}$$

- Decidir cuál o cuáles de estos materiales son adecuados para construir un sensor de presión hidrostática.
- En caso de que más de un material sea adecuado, elegir el que produzca la mayor polarización eléctrica (no es preciso calcular la señal eléctrica (diferencia de potencial) sólo la magnitud de la polarización eléctrica) para una presión de $p = 10^6$ Pa (representativa de una profundidad de aprox. 100 m).
- Para el material seleccionado, representar esquemáticamente en la figura correspondiente los ejes cartesianos convencionales, el sensor (cubo) e indicar entre qué caras se medirá la señal eléctrica (nota: las caras se numeran con el índice del eje cartesiano al que son perpendiculares, es decir las caras "i" son perpendiculares al eje cartesiano "i").

(2.5 puntos, 45 minutos)



Sol.: para presión hidrostática, el tensor de esfuerzos dado es:

$$\tau = \begin{pmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{pmatrix}$$

Y en notación de Voigt (indicado por el subíndice "v"):

$$\tau_v = \begin{pmatrix} -p \\ -p \\ -p \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

La estructura de la matriz de módulos piezoeléctricos (igualmente en notación de Voigt) para cada uno de los materiales se obtienen de las tablas en 08_01_01. Los valores numéricos son los dados en el enunciado:

$$d_{AV} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & dA_{15} & -2dA_{22} \\ -dA_{22} & dA_{22} & 0 & dA_{15} & 0 & 0 \\ dA_{31} & dA_{31} & dA_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad d_{BV} = \begin{pmatrix} dB_{11} & -dB_{11} & 0 & dB_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -dB_{14} & -2dB_{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$d_{CV} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & dC_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & dC_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & dC_{14} \end{pmatrix}$$

Para el efecto piezoeléctrico directo, la polarización se calcula llevando a cabo el producto: $\underline{P} = \underline{d} \vec{t}$ para cada uno de los materiales:

$$P_A = d_{AV} \tau_v$$

$$P_B = d_{BV} \tau_v$$

$$P_C = d_{CV} \tau_v$$

$$P_A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \cdot dA_{31} \cdot p - dA_{33} \cdot p \end{pmatrix} \text{ C/m}^2$$

$$P_B = \begin{pmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \end{pmatrix} \text{ C/m}^2$$

$$P_C = \begin{pmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \end{pmatrix} \text{ C/m}^2$$

$$P_A = \begin{pmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ -8.87 \times 10^{-6} \end{pmatrix} \text{ C/m}^2$$

En consecuencia el único material que produce señal (polarización eléctrica, medible como diferencia de potencial entre dos caras opuestas) es la **turmalina. La polarización aparecerá en dirección 3 y se medirá entre las caras perpendiculares a este eje.** La posición convencional de los ejes cartesianos (ver 08_01_01) es:

