

Nombre:

Número de matrícula:

(sólo una respuesta es correcta; marca una sólo respuesta de modo claro sobre estas mismas hojas; no se tienen en cuenta preguntas con más de una marca) **60 min, 0.5 puntos cada pregunta**

1. Un metal que cristaliza en estructura BCC tiene una constante de red de $a = 0.3146 \cdot 10^{-9}$ m. En un difractograma realizado con rayos X de longitud de onda $\lambda = 0.1541 \cdot 10^{-9}$ m se observa un pico a $\theta = 50.751^\circ$ para primer orden de difracción ($n=1$). ¿Cuáles son los índices de Miller de los planos que producen este pico en el difractograma?

- (1 1 0)
- (2 0 0)
- (2 2 0)
- (2 1 1)
- (3 1 0)
- ninguno de los anteriores



Sol: ver prob.3.11.6. De la ec. 3.11: $h^2 + k^2 + l^2 = \left(2 \cdot a \cdot \sin(\theta) \cdot \frac{1}{\lambda}\right)^2 = \left(2 \cdot a \cdot \sin\left(\theta \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot \frac{1}{\lambda}\right)^2 = 10.00$

y de acuerdo con la tabla 3.7, para una estructura BCC y $h^2 + k^2 + l^2 = 10$, el pico indicado lo producen los planos (310)



2. Un diodo de unión *pn* tiene la siguiente característica corriente-voltaje: $i(V) = -0.0051 \cdot (1 - e^{0.78V})$ (con la intensidad en amperios, y el voltaje en voltios). ¿Cuál es su resistencia cuando no está polarizado?

- 251.4 Ω
- 0.89 Ω
- 515.1 Ω
- un diodo no polarizado no tiene resistencia
- 171.6 Ω
- ninguna de las respuestas anteriores



Sol: la resistencia sin polarización se obtiene como el límite cuando la polarización tiende a 0. En este caso vale aprox. 251.4 Ω ($\lim_{V \rightarrow 0} \frac{V}{i(V)} \rightarrow 251.3826043237807943$).



3. Calcula la densidad (kg/m^3) del BaTiO_3 tetragonal:

- 4550 kg/m^3
- 6070 kg/m^3
- 2330 kg/m^3
- 3420 kg/m^3
- 7870 kg/m^3
- ninguna de los anteriores



Sol: de las dimensiones de la celdilla unidad (pág. 530) y las masas atómicas:

$a = 0.398 \cdot 10^{-9}$ $b = a$ $c = 0.403 \cdot 10^{-9}$ $V_{\text{celda}} = a \cdot b \cdot c$ $V_{\text{celda}} = 6.38 \times 10^{-29} \text{m}^3$

$$\rho = \frac{(1 \cdot 47.9 + 3 \cdot 16 + 1 \cdot 137.34) \cdot 1.6612 \cdot 10^{-27}}{V_{\text{celda}}}$$

$$\rho = 6070 \text{ kg/m}^3$$



4. ¿En qué proporción másica deben estar los monómeros (diamina A, diácido B) que se necesitan para la síntesis del nylon 6,6 si se emplea la proporción (molar) estequiométrica?

- 0.5 kg A/kg B
- 1.1 kg A/kg B
- 1.0 kg A/kg B
- 0.79 kg A/kg B
- 0.93 kg A/kg B
- ninguna de los anteriores



Sol: los reactantes requeridos son (A) hexametildiamina ($M_{wA} = 116$) y (B) ácido adipico ($M_{wB} = 146$). Puesto que la reacción es con estequiometría 1:1, la relación diamina/diácido es por tanto: $M_{wA} \div M_{wB} = 0.79 \text{ kg A/kg B}$.



5. La inversión de población que necesariamente debe tener lugar en un material óptico para que éste pueda producir radiación láser es:

- una alteración de la distribución de equilibrio clásico de Boltzmann de los electrones del material
- la sustitución de algunos cationes del material por otros cationes que le confieren un color diferente
- el aporte de energía por medio de una fuente exterior de luz incoherente
- la emisión de fotones por parte de un átomo del material, de la misma longitud de onda y con la misma fase que un fotón incidente
- la emisión amplificada de radiación electromagnética de mayor energía (menor longitud de onda) que la aportada por el medio de bombeo
- ninguna de los anteriores



Sol: una alteración de la distribución de equilibrio clásico de Boltzmann de los electrones del material.



6. Un material compuesto metal-cerámica tiene una densidad de $\rho_C = 8250 \text{ kg/m}^3$. Los componentes son una matriz metálica (A) y partículas de nitruro de silicio Si_3N_4 (B) dispersas en la matriz. La densidad de B es $\rho_B = 3150 \text{ kg/m}^3$ y su fracción volumétrica es $V_B = 0.12$. ¿Cuál es la fracción másica de Si_3N_4 en el compuesto?

- 0.155
- 0.221
- 0.083
- 0.285
- 0.302
- ninguna de los anteriores



Sol: la densidad del compuesto depende de las densidades de los componentes y de sus fracciones volumétricas como: $\rho_C = (1 - V_B) \cdot \rho_A + V_B \cdot \rho_B$, de donde se obtiene la densidad del metal:

$$\rho_A = \frac{\rho_C - V_B \cdot \rho_B}{1 - V_B} \quad \rho_A = 8945 \text{ kg/m}^3$$

y la fracción másica de B en el material compuesto es por tanto:

$$\frac{V_B \cdot \rho_B}{(1 - V_B) \cdot \rho_A + V_B \cdot \rho_B} = 0.0458 \quad (\text{masa de B entre masa de A más masa de B})$$

O aún más directamente $\frac{\rho_B \cdot V_B}{\rho_C} = 0.0458$ (masa de B en una unidad de volumen dividida entre la masa de la unidad de volumen)



7. El elemento activo de un amortiguador está fabricado con goma o caucho de neopreno (elastómero) y se especifica que sea lo más blando posible (en el sentido de "elásticamente blando", es decir, de bajo módulo elástico E). ¿En cuál de las siguientes circunstancias se satisface mejor esta especificación?

- reticulando el 5% de los dobles enlaces de la UER (unidad estructural repetitiva), operando el amortiguador a baja temperatura, pero por encima de su temperatura de transición vítrea
- reticulando el 5% de los dobles enlaces de la UER, operando el amortiguador a alta temperatura
- no reticulando el policloropreno en absoluto, independientemente de la temperatura de operación
- reticulando el 15% de los dobles enlaces de la UER, operando el amortiguador a alta temperatura
- reticulando el 5% de los dobles enlaces de la UER, operando el amortiguador por debajo de su temperatura de transición vítrea
- no hay suficiente información para elegir una de las anteriores



Sol: el módulo elástico es directamente proporcional al número de puntos de reticulación por unidad de volumen y a la temperatura absoluta ($E = n \cdot k \cdot T$, problema 07_09_01). Por tanto, el amortiguador será más blando cuanto más baja sea la reticulación (siempre y cuando haya algo de reticulación, porque si no, no se obtiene un elastómero) y cuanto más baja sea la temperatura de operación, siempre que esté por encima de la temperatura de transición vítrea, pues de lo contrario deja de comportarse como un elastómero y pasa a ser un material plástico frágil. Es decir: "reticulando el 5% de los dobles enlaces de la UER, operando el amortiguador a baja temperatura, pero por encima de su temperatura de transición vítrea"



8. La imagen en un monitor de TV se renueva en promedio $n = 25$ veces por segundo barriendo con un haz de electrones que induce emisión de luz en el material fosforescente ("*phosphor*"). Para obtener buena resolución, es necesario que la intensidad luminosa producida por el material fosforescente del que están fabricados los pixels del monitor decaiga a la octava parte ($r = 0.125$) entre dos barridos sucesivos del pixel por el haz de electrones. ¿Cuál debe ser la constante de relajación para un material fosforescente en esta aplicación?

- 0.0047 s
- 0.0485 s
- 0.0232 s
- 0.0192 s
- 0.0448 s
- ninguna de las anteriores



Sol: el decaimiento de la fosforescencia obedece una ley exponencial (ec. 7.8), luego debe cumplirse que:

$$\tau = -\frac{1}{n \ln(r)} \quad \tau = 0.0192 \text{ s}$$



9. En la estructura de la fluorita,

- los iones F^- ocupan todos los huecos tetraédricos de la red FCC definida por los iones Ca^{2+}

- los iones F^- ocupan la mitad de los huecos tetraédricos de la red FCC definida por los iones Ca^+
- los iones Ca^+ ocupan la mitad de los huecos octaédricos de la red FCC definida por los iones F^-
- los iones Ca^+ ocupan todos los huecos octaédricos de la red FCC definida por los iones F^-
- los iones F^- ocupan todos los huecos octaédricos de la red FCC definida por los iones Ca^+
- ninguna de las anteriores



Sol: en la estructura de la fluorita (Fig. 11.14), los iones Ca^+ definen una estructura FCC y los iones F^- ocupan todos los huecos tetraédricos (8). Es decir, "los iones F^- ocupan todos los huecos tetraédricos de la red FCC definida por los iones Ca^+ "



10. ¿Cuál de los siguientes materiales sería el más adecuado para fabricar un mango de una herramienta sometida a impacto (p.ej. de un martillo) y de bajo costo?

- poliestireno
- teflón
- polidimetilsiloxano
- poliacetal
- polietileno de baja densidad
- ninguno de las anteriores



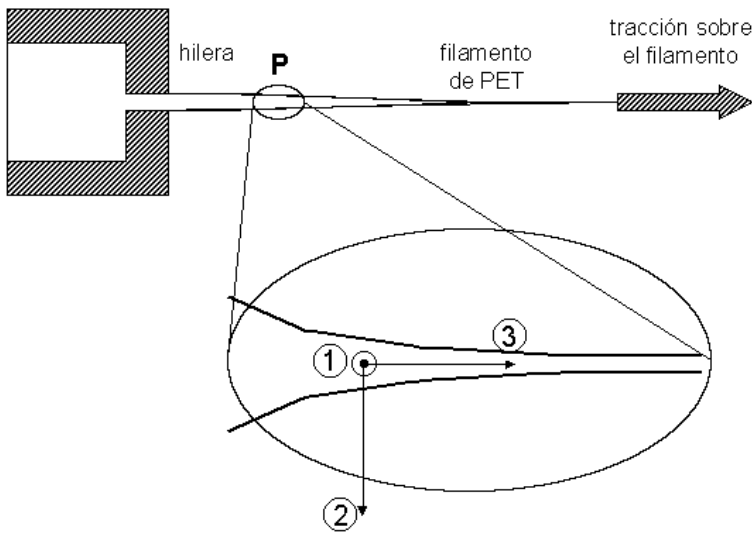
Sol: el poliestireno es frágil (p. 357); el teflón es muy difícil de conformar a la forma deseada (p. 361) y su coste es muy elevado (p. 398); el PDMS puede ser un líquido a temperatura ambiente o, si se reticula, una goma blanda (p. 383); el polietileno de baja densidad tiene baja resistencia mecánica (tablas 9.3 y 9.14); el poliacetal es el más adecuado por ser fácil de conformar (p. 367), resistente al impacto y de bajo coste (p. 397).



Materiales II, convocatoria Febrero 2004

Problema 1

El proceso de fabricación de fibras textiles de PET está basado en el hilado del fundido a través de una hilera. En este proceso se hace fluir el polímero en estado fluido a través de un orificio circular para formar un filamento, a la vez que se somete el filamento a tracción (ver figura).



En operación estacionaria, el diámetro del filamento en el punto P es $\delta = 0.0013$ m y el campo de velocidad del PET fundido, válido en toda la sección transversal del filamento que contiene al punto P, está dado por:

$$v_1(x_1, x_2, x_3) = \frac{-1}{2} \varepsilon \cdot x_1 \quad \text{con} \quad \dot{\varepsilon} = 11.5 \quad \text{s}^{-1}$$

$$v_2(x_1, x_2, x_3) = \frac{-1}{2} \varepsilon \cdot x_2$$

$$v_3(x_1, x_2, x_3) = \varepsilon \cdot x_3$$

referido a un sistema de coordenadas cartesianas centrado en P y con los siguientes ejes:

- ejes 1 y 2 perpendiculares entre sí y a la dirección de estirado del filamento
- eje 3 en la dirección de estirado del filamento

(este flujo se denomina *flujo extensional uniaxial*). La viscosidad del PET fundido a la temperatura de trabajo obedece a la siguiente relación:

$$\eta(\gamma) = 4.47 \cdot 10^5 \cdot \frac{1}{(1 + 22.3\gamma)^{0.65}}$$

donde η es la viscosidad del PET en Pa.s y γ es la velocidad de deformación en s^{-1} . El tensor de esfuerzos en el PET fundido depende de la viscosidad y de γ según la ec. constitutiva del fluido newtoniano generalizado:

$$\tau = -\eta(\gamma) \cdot (\nabla v + \nabla v^T) \text{ (Pa)}$$

Determinar:

- la viscosidad del PET en el punto P.
- el módulo de la fuerza de tracción que debe ejercerse para estirar el filamento de PET.

(45 minutos, 2.5 puntos)



Solución: la viscosidad depende del módulo del tensor velocidad de deformación. Éste es:

$$\nabla v = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2}\varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \end{pmatrix} \quad \gamma_{\text{punto}} = \nabla v + \nabla v^T \quad \gamma_{\text{punto}} = \begin{pmatrix} -11.50 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & -11.50 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 23.00 \end{pmatrix}$$

Y su módulo es: $\gamma_{\text{mod}} = \sqrt{\frac{1}{2} \gamma_{\text{punto}_{i,j}} \cdot \gamma_{\text{punto}_{i,j}}}$ (convenio de sumación sobre índices repetidos)

O bien (sin utilizar el convenio de sumación de índices repetidos): $\gamma_{\text{mod}} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (\gamma_{\text{punto}_{i,j}})^2}$

$\gamma_{\text{mod}} = 19.92 \text{ s}^{-1}$

La viscosidad se obtiene entonces de la expresión dada: $\eta(\gamma_{\text{mod}}) = 8.487 \times 10^3 \text{ Pa}\cdot\text{s}$

Para calcular la fuerza de tracción se debe obtener en primer lugar el tensor de esfuerzos en el PET por medio de la Ec. Constitutiva dada:

$$\underline{\tau} = -\eta(\gamma_{\text{mod}}) \cdot \underline{\gamma}_{\text{punto}} \quad \tau = \begin{pmatrix} 97601 & 0 & 0 \\ 0 & 97601 & 0 \\ 0 & 0 & -195202 \end{pmatrix} \text{ Pa}$$

Las componentes 1,1 y 2,2 de τ no son nulas y corresponden a fuerzas ejercidas en dirección 1 y 2 sobre una superficie cuya normal apunta en dirección 1 y 2, respectivamente, es decir, superficies libres del fluido. Tienen por tanto que ser igual a la presión ejercida por la atmósfera, es decir, la referencia o cero de esfuerzo normal. Esto implica que el esfuerzo $\tau_{3,3}$ debe medirse o calcularse relativo a este cero, es decir, a su valor debe restársele el de $\tau_{1,1}$ o $\tau_{2,2}$, que son por supuesto iguales. Físicamente refleja el hecho de que, al estar las superficies libres en equilibrio, la presión atmosférica iguala a las componentes diagonales de τ que corresponden a cada superficie libre. El esfuerzo a realizar es el valor correspondiente, p.ej. $\tau_{3,3}$ en este caso, medido desde la presión atmosférica, que es, en este caso, igual a $\tau_{1,1}$.

La fuerza en la dirección 3 se obtiene multiplicando la diferencia ($\tau_{3,3} - \tau_{1,1}$) del esfuerzo (que es constante en toda la sección, por serlo el gradiente de velocidad) por el área en la sección transversal del filamento en el punto P. Es una fuerza negativa por ser de tracción (polímero fundido). Su módulo es:

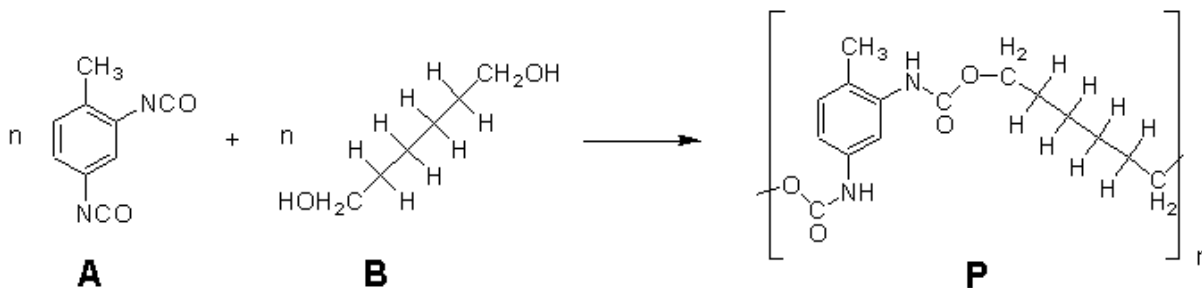
$$F_{\text{ww}} = \left| (\tau_{3,3} - \tau_{1,1}) \cdot \left[\pi \cdot \left(\frac{\delta}{2} \right)^2 \right] \right| \quad F = 0.389 \text{ N}$$



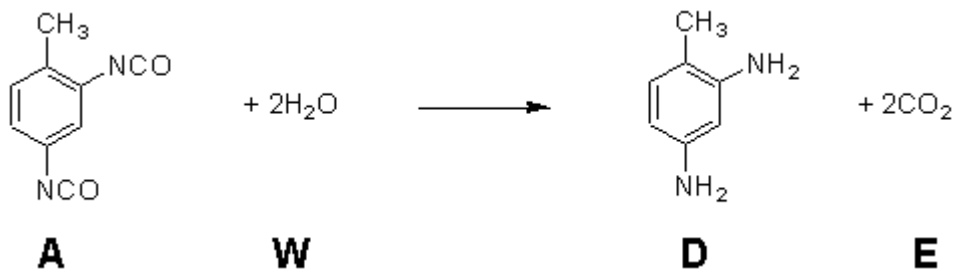
Materiales II, convocatoria Febrero 2004

Problema 2

Las espumas de poliuretano (PUR), que es un polímero termoestable o termoendurecible, se utilizan con mucha frecuencia como aislamiento térmico y acústico puesto que uno de los monómeros (el diisocianato), añadido en exceso, puede reaccionar con agua y producir CO_2 . Éste queda ocluido en la masa del polímero en forma de pequeñas burbujas de manera que se puede obtener una espuma o material alveolar con un alto contenido de gas. La reacción de polimerización entre el toluidendiisocianato (A) y el *n*-hexanodiol (B) es:



donde el polímero P está formado por la repetición de la unidad estructural repetitiva (UER). La reacción por la que se produce el gas espumante (CO_2) es:



Se conocen los siguientes datos a temperatura ambiente ($T_w = 298$ K):

- densidad del polímero (P): $\rho_P = 1050 \text{ kg/m}^3$
- densidad de la toluidendiamina (D): $\rho_D = 680 \text{ kg/m}^3$
- módulo elástico E del polímero (P): $E_P = 135 \cdot 10^6 \text{ Pa}$

Se desea producir una espuma PUR según las anteriores reacciones y partiendo de A, B y W como materias primas y de acuerdo con las siguientes especificaciones:

- producción de P según la primera reacción con una relación molar de A a B $r_{AB} = 1.12$ (es decir, exceso de A).
- cantidad de W suficiente para producir CO_2 consumiendo exactamente el exceso de A según la segunda reacción.
- las dos reacciones se llevan a cabo hasta agotar los reactivos.
- los productos de las dos reacciones (P, D y E) quedan retenidos completamente en el producto final.
- las burbujas de CO_2 están a presión atmosférica y el CO_2 en estas condiciones se comporta como un gas ideal.

Determinar:

1. las cantidades de A, B y W que se requieren para obtener $m_{\text{tot}} = 1 \text{ kg}$ de espuma.
2. la densidad del producto final (P+D+E)
3. el módulo elástico de la espuma en isodeformación (D y E no contribuyen al módulo elástico de la espuma, es decir, sus módulos elásticos son nulos).

(45 minutos, 2.5 puntos)



Solución: las masas moleculares de las diferentes especies químicas son:

$M_{wN} = 14$	$M_{wO} = 16.0$	$M_{wC} = 12.01$	$M_{wH} = 1.0$	
$M_{wA} = 9M_{wC} + 2M_{wN} + 2M_{wO} + 6M_{wH}$				$M_{wA} = 174.09 \text{ kg/kmol}$
$M_{wB} = 6M_{wC} + 2M_{wO} + 14M_{wH}$				$M_{wB} = 118.06 \text{ kg/kmol}$
$M_{wUER} = M_{wA} + M_{wB}$				$M_{wUER} = 292.15 \text{ kg/kmol}$
$M_{wW} = M_{wO} + 2M_{wH}$				$M_{wW} = 18 \text{ kg/kmol}$
$M_{wE} = M_{wC} + 2M_{wO}$				$M_{wE} = 44.01 \text{ kg/kmol}$
$M_{wD} = 7M_{wC} + 2M_{wN} + 10M_{wH}$				$M_{wD} = 122.07 \text{ kg/kmol}$

Realizamos el cálculo sobre la base de 1 kmol de B. Un kmol de B reacciona con un kmol de A para producir un kmol de UER. Esta UER contribuye a la masa total con $M_{wUER} = 292.15 \text{ kg}$.

El exceso molar de A ($r_{AB} - 1 = 0.12$ kmoles) reacciona con $2(r_{AB} - 1) = 0.24$ kmoles de agua, consumiéndose ambos y produciendo $r_{AB} - 1 = 0.12$ kmoles de D y $2(r_{AB} - 1) = 0.24$ kmoles de CO_2 . La contribución a la masa total de estos dos productos de la segunda reacción es por tanto:
 $(r_{AB} - 1) \cdot M_{wD} + 2(r_{AB} - 1) \cdot M_{wE} = 25.21 \text{ kg}$. La masa total que corresponde a la base de cálculo de 1 kmol de B es:

$$M_{\text{tot}} = M_{wUER} + (r_{AB} - 1) \cdot M_{wD} + 2(r_{AB} - 1) \cdot M_{wE} \quad M_{\text{tot}} = 317.36 \text{ kg}$$

que también puede calcularse como:

$$M_{\text{tot}} = [r_{AB}M_{WA} + M_{WB} + 2(r_{AB} - 1) \cdot M_{WW}]$$

$$M_{\text{tot}} = 317.36 \text{ kg}$$

Luego para producir un kg de espuma PUR serán necesarios:

$$m_A = r_{AB} \cdot M_{WA} \div M_{\text{tot}}$$

$$m_A = 0.614 \text{ kg}$$

$$m_B = 1 \cdot M_{WB} \div M_{\text{tot}}$$

$$m_B = 0.372 \text{ kg}$$

$$m_W = 2(r_{AB} - 1) \cdot M_{WW} \div M_{\text{tot}}$$

$$m_W = 0.014 \text{ kg}$$

$$(m_A + m_B + m_W = 1.000)$$

1 kg de producto final contiene sólo P, D y E en las siguientes cantidades:

$$m_P = \frac{m_B}{M_{WB}} \cdot M_{WUER}$$

$$m_P = 0.921 \text{ kg}$$

$$m_D = \frac{m_B}{M_{WR}} \cdot (r_{AB} - 1) \cdot M_{WD}$$

$$m_D = 0.046 \text{ kg}$$

$$m_E = 2 \frac{m_B}{M_{WB}} \cdot (r_{AB} - 1) \cdot M_{WE}$$

$$m_E = 0.033 \text{ kg}$$

$$(m_P + m_D + m_E = 1.000)$$

La densidad del CO₂ es:

$$\rho_E = 1 \cdot M_{WE} \div (0.082 \cdot T)$$

$$\rho_E = 1.801 \text{ kg/m}^3$$

Los volúmenes de los tres componentes y el volumen total:

$$v_P = m_P \div \rho_P$$

$$v_P = 8.77 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$v_D = m_D \div \rho_D$$

$$v_D = 6.79 \times 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$v_E = m_E \div \rho_E$$

$$v_E = 0.0185 \text{ m}^3$$

$$v_{\text{tot}} = v_P + v_D + v_E$$

$$v_{\text{tot}} = 0.0194 \text{ m}^3$$

La densidad de la espuma:

$$\rho_{\text{ww}} = \frac{1}{v_{\text{tot}}}$$

$$\rho = 51 \text{ kg/m}^3$$

Puesto que ni D ni E contribuyen al módulo elástico (son líquido y gas, respectivamente), su único efecto es reducir la fracción volumétrica de P, que es el único componente sólido y por tanto el único que aporta módulo elástico (proporcionalmente a su fracción volumétrica, ec. 14.7). Por tanto:

$$E = \frac{v_P}{v_{\text{tot}}} \cdot E_P$$

$$E = 6.09 \times 10^6 \text{ Pa}$$

